NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

A. ESTIENNE

Solution de la question 229

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 9 (1850), p. 431-432

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__431_0>

SOLUTION DE LA QUESTION 229

(voir t. IX, p. 298) ;

PAR M. A. ESTIENNE,
Élève du lycée de Versailles.

Première solution par la géométrie analytique dans l'espace.

Je prends pour origine, le centre de la sphère. Soient x', y', z' les coordonnées du premier point, x'', y'', z'' celles du second point;

Soient aussi,

δ' la distance du point x', y', z' au centre de la sphère;

δ'' la distance de l'autre point au même centre;

Δ' la distance du point x', y', z' au plan polaire de l'autre point;

Δ'' la distance du point x'', y'', z'' au plan polaire du premier point;

L'équation de la sphère étant

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2,$$

celle du plan polaire du premier point sera

$$xx' + yy' + zz' = r^2,$$

et celle du plan polaire du second point sera

$$xx'' + yy'' + zz'' = r^2.$$

Appliquant alors la formule qui donne la distance d'un point à un plan, j'aurai

$$\Delta' = \frac{x''x' + y''y' + z''z' - r^2}{\sqrt{x_{\prime\prime}^2 + y_{\prime\prime}^2 + z_{\prime\prime}^2}} \text{ et } \Delta'' = \frac{x''x' + y''y' + z''z' - r^2}{\sqrt{x_{\prime}^2 + y_{\prime}^2 + z_{\prime}^2}}.$$

Divisant membre à membre, j'ai

$$\frac{\Delta'}{\Delta''} = \frac{\sqrt{x_{,}^2 + y_{,}^2 + z_{,}^2}}{\sqrt{x_{,,}^2 + y_{,,}^2 + z_{,,}^2}},$$

ou bien enfin

$$\frac{\Delta'}{\Delta''} = \frac{\delta'}{\delta''}.$$

C. Q. F. D.

Seconde solution par la géométrie analytique plane.

Il est évident que les deux points donnés, le centre de la sphère et les deux perpendiculaires aux plans polaires, sont dans un même plan ; ce qui ramène à une question de géométrie plane, qu'on résout facilement par la comparaison de triangles semblables.

Note. MM. E. Clère, ingénieur des ponts et chaussées, et Hue (Armand), professeur d'hydrographie à Bayonne, ont aussi démontré le théorème de cette seconde manière. Que devient le théorème en remplaçant la sphère par une surface du second degré à centre? L'analyse de M. Estienne facilite cette recherche.