

E. BRASSINE

Note sur les intérêts composés

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 9
(1850), p. 403-405

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__403_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1850, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LES INTÉRÊTS COMPOSÉS;

PAR M. E. BRASSINE.

1°. Si l'on désigne par c un capital, et par r l'intérêt de 1 franc par an, le capital composé au bout du temps t sera

$$C = c(1 + r)^t.$$

La somme S des intérêts composés sera

$$S = c(1 + r)^t - c = c(k - 1),$$

en faisant $(1 + r)^t = k$. Mais le capital primitif c rapporterait dans un an un intérêt p , qu'on trouverait par la

relation $p = c.r$; d'où

$$c = \frac{p}{r};$$

par suite,

$$S = \frac{p}{r} (k - 1).$$

Cette formule exprime aussi une somme de paiements annuels, augmentés de leurs intérêts composés. Si donc on veut trouver le paiement annuel qui pourrait éteindre un capital a placé pendant t années, à intérêt composé, on aura la relation

$$\frac{p}{r} (k - 1) = ak;$$

d'où

$$p = \frac{akr}{k - 1}.$$

Ce procédé était employé par mon ancien professeur, M. Serres, pour résoudre le problème des annuités, sans le secours des progressions.

2°. Si, pour éteindre une dette a , on voulait faire des paiements annuels, $p, 2p, 3p, \dots, tp$, la détermination de p exigerait la sommation de la suite

$$p(1+r)^{t-1} + 2p(1+r)^{t-2} + \dots + (t-1)p(1+r) + tp.$$

Cette somme est équivalente à

$$p = \frac{[(1+r)^{t+1} - 1 - r - t]}{r}.$$

3°. Il serait naturel de supposer, dans les questions d'annuités, que le taux de l'intérêt varie d'une année à l'autre. Supposons que l'intérêt de 1 franc soit, la première, deuxième, troisième, etc., année, $mr, (m-1)r, (m-2)r, \dots, r$. Si l'on fait un paiement p chaque

année, il faudra sommer la suite :

$$P \left[\begin{array}{l} (1+mr)(1+m-r)(1+m-2r)\dots(1+r) \\ + (1+m-r)(1+m-2r)\dots(1+r)\dots \\ + (1+2r)(1+r) + (1+r) + 1 \end{array} \right].$$

Mais en appliquant les méthodes d'Euler, relatives aux séries hypergéométriques, on réduit la somme

$$S = x + (1+r)x^2 + (1+r)(1+2r)x^3 \dots \\ + (1+r)(1+2r)\dots(1+mr)x^m + \dots$$

à l'intégrale de l'équation linéaire

$$r \frac{d}{dx} \left(S \cdot x^{\frac{1}{r}} \right) = [S + (1+r)(1+2r)\dots(1+m+1r)^{m+2} - x] x^{\frac{1}{r}-2}.$$

Il est vrai que si l'on développe l'intégrale qui fournit la valeur de S, on retombe sur la série qu'on voulait sommer; mais le résultat, mis sous une forme intégrale, pourra permettre, dans la pratique, l'emploi de méthodes d'approximation, très-utiles dans le calcul des probabilités.
