L. DURAND CLAYE

F. MARTOREY

Solution de la question 227

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 9 (1850), p. 246-247

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__246_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 227

(voir t. IX, p. 151);

PAR MM. L. DURAND CLAYE, élève (institution Sainte-Barbe);
F. MARTOREY, élève du lycée Charlemagne (division de M. Catalan).

1. *Lemme*. Dans un triangle, connaissant, de *direction*, la hauteur, la bissectrice, la médiane, qui partent d'un même sommet, le triangle est donné d'*espèce*. On peut en construire géométriquement les trois angles.

2. PROBLÈME 227. *Dans une conique à centre, on donne : 1° une directrice; 2° une tangente avec le point de contact; 3° la direction du diamètre qui passe par ce point : construire la conique.*

Première solution. Soient M le point de contact donné et P le point où la tangente en M coupe la directrice, et F et F′ les deux foyers inconnus. Dans le triangle FMF′, on connaît les directions de la bissectrice (c'est la normale en M), de la médiane (c'est le diamètre), et de la hauteur passant par M; donc, d'après le lemme, l'angle FMF′ est connu ainsi que sa moitié. Les rayons MF, MF′ sont donc connus en direction. Mais, d'après une propriété connue, le foyer correspondant à la directrice donnée est sur la circonférence décrite sur MP comme diamètre; donc le foyer cherché est à l'intersection de ce cercle avec chacune des directions MF et MF′. Il y a donc deux coniques qui satisfont à la question. (Claye.)

3. *Seconde solution. Lemmes.* 1°. Les droites qui joignent un foyer au point de contact d'une tangente et au point de rencontre de cette tangente avec la directrice correspondante, sont perpendiculaires.

2°. La polaire de tout point pris sur la directrice passe par le foyer, et la droite qui joint ce point au foyer est perpendiculaire sur la polaire.

3°. La polaire d'un point est parallèle au diamètre conjugué du diamètre qui passe par ce point.

Soient M le point de contact, T le point où la tangente coupe la directrice, R le point où le diamètre coupe la directrice. Le foyer F correspondant à la directrice est : 1° sur la circonférence décrite sur MT comme diamètre (lemme 1); 2° sur la perpendiculaire abaissée de R sur la tangente MT (lemmes 2 et 3); donc le point cherché est à l'intersection d'un cercle et d'une droite. Il y a donc deux solutions qui peuvent se réduire à une seule ou même devenir imaginaires. Lorsque le triangle formé par la tangente, la directrice et le diamètre a deux angles aigus adjacents à la tangente, le problème est toujours possible. (Martorey.)