

JACQUINOT

Note sur la parabole rapportée à deux tangentes

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 9
(1850), p. 217-218

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__217_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1850, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LA PARABOLE RAPPORTÉE A DEUX TANGENTES;

PAR M. JACQUINOT,

Élève (institution Mayer).

1. Soit une parabole rapportée à deux de ses tangentes prises pour axes. On a l'équation

$$Ay^2 + Bxy + Cx^2 + Dy + Ex + F = 0,$$

et les trois équations de condition

$$B^2 = 4AC, \quad D^2 = 4AF, \quad E^2 = 4CF.$$

On peut toujours supposer $A > 0$, et alors on a nécessairement $C > 0$ et $F > 0$; les signes de B , D , E sont indéterminés.

Le coefficient différentiel est

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{2Cx + By + E}{2Ay + Bx + D}.$$

Éliminons B , D , E de l'équation donnée et de l'équation différentielle, nous aurons

$$(2) \quad Ay^2 \pm 2\sqrt{AC}xy + Cx^2 \pm 2\sqrt{AF}y \pm 2\sqrt{CF}x + F = 0,$$

$$\frac{dy}{dx} = - \sqrt{\frac{C}{A} \frac{(x\sqrt{C} \pm y\sqrt{A} \pm \sqrt{F})}{x\sqrt{C} \pm y\sqrt{A} \pm \sqrt{F}}}.$$

Il faut distinguer deux cas.

1°. $BDE > 0$; alors le facteur linéaire est le même dans les deux termes de la fraction, et l'on trouve

$$\frac{dy}{dx} = -\sqrt{\frac{C}{A}}.$$

En effet, dans ce cas, l'équation (2) est un carré parfait, et la parabole se réduit à une droite. Exemple : B, D, E positifs; l'équation (2) devient

$$(y\sqrt{A} + x\sqrt{C} + \sqrt{F})^2 = 0.$$

2°. $BDE < 0$; la parabole est une courbe, les deux facteurs linéaires ne sont plus identiques, et $\frac{dy}{dx}$ n'a plus une valeur constante.

2. *Autrement.* On a

$$AE^2 + CD^2 = 8ACF, \quad BDE = \pm 8ACF;$$

donc

$$L = AE^2 - BDE + CD^2 = 8ACF \mp 8ACF.$$

Pour BDE positif, L devient nulle, et la parabole se réduit à une *droite double*; pour BDE négatif, L est égale à 16 ACF, et la parabole reste courbe.