NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

PHILIPPE KORALEK

Formule barométrique simplifiée d'après M. Babinet

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 9 (1850), p. 192-195

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1850_1_9__192_1>

FORMULE BAROMÉTRIQUE SIMPLIFIÉE D'APRÈS M. BABINET;

PAR M. PHILIPPE KORALEK,
Professeur.

Dans la séance du 18 mars 1850, M. Babinet a communiqué à l'Institut une formule pour la détermination des hauteurs des montagnes au moyen des observations du baromètre, formule qu'il a employée il y a plusieurs années,

---

(*) Connue de Viète.

et dont M. Liouville a donné connaissance en 1840, dans son cours au Collége de France.

La formule de Laplace, employée dans le cas dont il s'agit, est

$$18393(\log H - \log h)\left(1 + 2\,\frac{T+t}{1000}\right).$$

Celle de M. Babinet, débarrassée de logarithmes, est

$$16000\left(\frac{H-h}{H+h}\right)\left(1 + 2\,\frac{T+t}{1000}\right).$$

Pour faire voir que la seconde supplée la première, il suffit de démontrer l'égalité suivante :

$$18393(\log H - \log h) = 16000\left(\frac{H-h}{H+h}\right).$$

Posons

$$H + h = S, \quad \text{et} \quad H - h = D;$$

nous aurons

$$\log H - \log h = \log\frac{H}{h} = \log\frac{S+D}{S-D}.$$

En divisant au numérateur et au dénominateur par S, on obtient

$$\log\frac{H}{h} = \log\frac{1+\dfrac{D}{S}}{1-\dfrac{D}{S}} = \log\left(1+\frac{D}{S}\right) - \log\left(1-\frac{D}{S}\right).$$

On connaît d'ailleurs les expressions

$$\log(1+x) = K\left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots\right);$$

$$\log(1-x) = -K\left(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \ldots\right).$$

En retranchant la seconde de la première, on a

$$\log(1+x) - \log(1-x) = 2K\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots\right).$$

Remplaçant x par $\frac{D}{S}$, on a

$$\log \frac{H}{h} = 2K \left(\frac{D}{S} + \frac{D^3}{3S^3} + \frac{D^5}{5S^5} + \ldots \right).$$

En général, $\frac{D}{S}$ est plus petit que $\frac{1}{10}$; par conséquent on peut négliger $\frac{D^3}{3S^3}$; à plus forte raison $\frac{D^5}{5S^5}$, etc., etc.

L'expression peut donc être ramenée à la forme

$$\log \frac{H}{h} = 2K \frac{D}{S} = 2K \frac{H-h}{H+h};$$

mais

$$K = 0{,}434204, \quad \text{et} \quad 2K = 0{,}86859.$$

On peut donc écrire

$$18393 \times \log \frac{H}{h} = 18393 \times 0{,}86859 \frac{H-h}{H+h};$$

or

$$18393 \times 0{,}86859 = 15975{,}97587$$

En prenant pour le second membre de cette dernière égalité 16000, l'erreur est d'environ 24 unités. Mais on a négligé une quantité plus grande que $\frac{D^3}{3S^3}$, il faut donc forcer le facteur de $\frac{H-h}{H+h}$.

D'ailleurs cette dernière expression est, dans les cas les plus généraux, plus petite que $\frac{1}{10}$, en sorte qu'on peut estimer dans ce cas que l'erreur est comprise entre 1 et 2 mètres.

On sait, au reste, que dans les nivellements pratiques et directs on ne doit pas compter sur une exactitude plus grande.

Nous rappellerons que M. Babinet engage à ne pas prendre cette formule pour des hauteurs excédant 1000 mètres.

Dans le cas où cette hauteur est plus grande, on peut prendre une station intermédiaire.