Nouvelles annales de mathématiques

Limite d'un produit de cosinus en nombre infini (Briot, géométrie analytique)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 459-460
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__459_1>

LIMITE D'UN PRODUIT DE COSINUS EN NOMBRE INFINI.

(Briot, Géométrie analytique.)

Théorème. *La limite du produit infini*

$$\cos a \cos\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2^2}\cos\frac{a}{2^3}\cdots$$

est $\dfrac{\sin 2a}{2a}$.

Démonstration. Soient

$$\cos a \cos\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2^2}\cdots\cos\frac{a}{2^n}=\mathrm{P},$$

$$\sin a \sin\frac{a}{2}\sin\frac{a}{2^2}\cdots\sin\frac{a}{2^n}=\mathrm{Q};$$

on en tire, par voie de multiplication,

$$\frac{1}{2^{n+1}} \frac{\sin 2aQ}{\sin \frac{a}{2^n}} = PQ;$$

d'où

$$P = \frac{\sin n\, 2a}{2^{n+1} \sin \frac{a}{2n}};$$

n devenant infini, $\sin \frac{a}{2^n}$ devient égal à $\frac{a}{2^n}$, et par là $P = \frac{\sin 2a}{2a}$ à la limite.