

FÉLIX LAROCHE

Théorème de collinéation sur le triangle rectiligne

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 8 (1849), p. 295-296

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__295_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1849, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉORÈME DE COLLINÉATION SUR LE TRIANGLE RECTILIGNE ;

PAR M. FÉLIX LAROCHE.

4. THÉORÈME. (*Fig. 14, Pl. II.*) Soient A, A_1, A_2 les sommets d'un triangle et O un point dans le plan du triangle ; en O , on élève à OA une perpendiculaire qui va

rencontrer le côté opposé $A_1 A_2$ en B ; on détermine d'une manière analogue B_1 sur AA_2 et B_2 sur AA_1 ; les trois points B, B_1, B_2 sont en ligne droite.

Démonstration. Désignons par ρ, ρ_1, ρ_2 les lignes OA, OA_1, OA_2 ;

Par $\delta, \delta_1, \delta_2$ les lignes OB, OB_1, OB_2 ;

Par p, p_1, p_2 les perpendiculaires abaissées de O sur les côtés opposés aux sommets A, A_1, A_2 .

Dans les deux triangles AOB_2, BOA_2 , les angles AOB_2, BOA_2 sont supplémentaires comme ayant les côtés perpendiculaires; ce qui donne

$$\frac{AB_2 \cdot p_2}{BA_2 \cdot p} = \frac{\rho \delta_2}{\rho \delta}.$$

On trouve de même,

$$\frac{A_1 B \cdot p}{B_1 A \cdot p} = \frac{\rho_1 \delta}{\rho_1 \delta_1},$$

$$\frac{A_2 B_1 \cdot p_1}{B_1 A_1 \cdot p_2} = \frac{\rho_2 \delta_1}{\rho_1 \delta_2};$$

d'où

$$AB_2 \cdot A_1 B \cdot A_2 B_1 = BA_2 \cdot B_1 A \cdot B_2 A_1;$$

donc, par le théorème sur les segments, les trois points B, B_1, B_2 sont en ligne droite.

Note. Dans le plan du triangle $AA_1 A_2$, traçons une ellipse; par le point O , menons une droite conjuguée de OA_1 relativement à la conique, et qui rencontre en B le côté $A_1 A_2$. Déterminons de même les points B_1, B_2 sur les côtés AA_2, AA_1 : d'après la méthode des projections symétriques, les trois points B, B_1, B_2 seront en ligne droite.

Le théorème de collinéation existe-il pour une conique quelconque? Existe-t-il sur la sphère?