

Seconde démonstration d'un théorème sur les asymptotes

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 8
(1849), p. 288-289

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__288_2>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1849, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SECONDE DÉMONSTRATION D'UN THÉORÈME SUR LES ASYMPTOTES

(Voir t. VI, p. 217 Serret).

1°. Lorsqu'une ligne s'arrête en un point, sans *continuer* et sans *rebrousser*, ce point est appelé *point d'arrêt*.

Ainsi dans $y = e^{\frac{1}{x}}$, $y = xlx$, l'origine est un *point*

d'arrêt. On ne peut rencontrer ces points que dans les lignes transcendantes (*). Dans les courbes algébriques, chaque point d'une branche divise cette branche en deux parties, et la tangente en ce point est à la fois tangente à chacune de ces parties. Cela a même lieu lorsque le point de contact est à l'infini : c'est l'objet du théorème suivant.

2°. THÉORÈME. *Une asymptote est toujours tangente à deux parties de la courbe.*

Démonstration. Cherchons la polaire réciproque de la courbe par rapport à une conique à centre tracée dans son plan. Le pôle P de l'asymptote est sur le diamètre conjugué à cette asymptote, et ce diamètre est la polaire du point de contact situé à l'infini. Donc ce diamètre touche la polaire réciproque au point P; mais la polaire réciproque étant *algébrique*, le point P n'est pas un point d'arrêt; donc le diamètre touche deux parties de la polaire réciproque : par conséquent l'asymptote touche aussi deux parties correspondantes de la courbe.

(*) On lit dans le *Traité de Calcul différentiel* de M. l'abbé Moigno que la ligne dont l'équation est $y = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$ offre deux points d'arrêts situés sur l'axe des y de part et d'autre de l'origine et à l'unité de distance (Tome I, page 209); on suppose que $\sqrt{x^2}$ n'a qu'une seule valeur. •