

TERQUEM

Théorème sur les ellipsoïdes homofocaux

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 8
(1849), p. 226-227

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__226_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1849, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉOREME SUR LES ELLIPSOIDES HOMOFOCAUX.

1. Soient les trois ellipsoïdes homofocaux

$$\frac{x^2}{a^2+h} + \frac{y^2}{b^2+h} + \frac{z^2}{c^2+h} = 1,$$

$$\frac{x^2}{a^2+k} + \frac{y^2}{b^2+k} + \frac{z^2}{c^2+k} = 1,$$

$$\frac{x^2}{a^2+l} + \frac{y^2}{b^2+l} + \frac{z^2}{c^2+l} = 1.$$

x, y, z étant un point commun aux trois surfaces, l'on a

$$x^2 = \frac{(a^2+h)(a^2+k)(a^2+l)}{(a^2-b^2)(a^2-c^2)},$$

$$y^2 = \frac{(b^2+h)(b^2+k)(b^2+l)}{(b^2-a^2)(b^2-c^2)},$$

$$z^2 = \frac{(c^2+h)(c^2+k)(c^2+l)}{(c^2-a^2)(c^2-b^2)}.$$

(*) Notre meilleure *Géométrie analytique*, celle de MM. Briot et Bouquet, étant supérieure au fatal programme, obtient peu de succès.

Considérant dans ces trois équations comme inconnues linéaires, les quantités $h+k+l$; $hk+hl+kl$; hkl , on obtient

$$\begin{aligned} h+k+l &= x^2+y^2+z^2-a^2-b^2-c^2, \\ hk+hl+kl &= a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2-(b^2+c^2)x^2 \\ &\quad -(a^2+c^2)y^2-(a^2+b^2)z^2, \\ hkl &= a^2b^2c^2-b^2c^2x^2-a^2c^2y^2-a^2b^2z^2. \end{aligned}$$

(Voir t. VI, p. 129.)