

Note sur le théorème de la transversale

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 7
(1848), p. 459-460

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__459_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE

sur le théorème de la transversale.

I. Notation. Soit un polygone de n côtés ; c_p un quelconque des côtés ; l'indice p prenant les valeurs 1, 2, 3... n , on a les n côtés. Menons une transversale coupant chaque côté en deux segments ; soient s_{p-1} , s_p les deux segments du côté c_p , *additifs* ou *soustractifs*, selon que leur somme ou

leur différence sera égale à c_p ; convenons que deux segments adjacents, ayant en commun un sommet du polygone, l'un aura un indice pair et l'autre un indice impair. Cette convention détermine complètement l'indice de chaque segment; cela posé, on a le théorème suivant.

II. *Théorème.* Un polygone de n côtés étant coupé par une transversale, le produit des segments d'indices pairs est égal au produit des segments d'indices impairs.

Démonstration. Désignons par α_p l'un des quatre angles que fait la transversale avec le côté c_p ; comme il ne s'agira que de sinus, on peut prendre un quelconque de ces angles dans le quotient du produit des segments d'indices pairs par le produit semblable d'indices impairs. Au rapport des segments $\frac{s_{2p}}{s_{2p+1}}$ on peut substituer celui des sinus $\frac{\sin \alpha_p}{\sin \alpha_{p+1}}$, et le quotient ainsi transformé, chaque sinus apparaît une fois au numérateur et une fois au dénominateur, puisque le même angle répond à deux segments d'un même côté, par conséquent l'un pair et l'autre impair; donc, etc.

III. Si la transversale passe par un sommet, un segment d'indice pair et un autre d'indice impair devient zéro, et le rapport se réduit à $\frac{0}{0}$.

IV. Soient $s_p - s_{p-1} = c_p$, d'où $\frac{s_p}{s_{p-1}} = 1 + \frac{c_p}{s_{p-1}}$, donc si la transversale devient parallèle au côté c_p , le rapport $\frac{s_p}{s_{p-1}}$ devient égal à l'unité; le rapport des produits se simplifie et ne contient plus que $n - 1$ rapports. Le polygone ayant plusieurs côtés parallèles, si la transversale est parallèle à ces côtés, il disparaît de chaque terme du quotient autant de facteurs qu'il y a de côtés.