

A. WATELET

Théorèmes sur le point de moyenne distance

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 7
(1848), p. 441-443

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__441_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉOREMES

Sur le point de moyenne distance.

PAR M. A. WATELET,

Officier d'Académie, Directeur de l'école primaire supérieure de Soissons.

Théorème. I. Soit n points donnés dans l'espace ; qu'on prenne le centre de moyenne distance de $n-1$ de ces points ;

on peut faire cette opération n fois; on aura ainsi n nouveaux points dont le centre de moyenne distance est le même que celui des n points donnés.

Démonstration. Soient x_p, y_p, z_p les coordonnées d'un des points; donnant à l'indice p successivement les valeurs $1, 2, 3, \dots, n$, on aura ainsi les trois n coordonnées des n points; les coordonnées du centre de moyenne distance sont $\frac{\sum_1^n x_p}{n}; \frac{\sum_1^n y_p}{n}; \frac{\sum_1^n z_p}{n}$; ou $\frac{X}{n}, \frac{Y}{n}, \frac{Z}{n}$; séparant le point (x_i, y_i, z_i) ; le centre de $m. d.$ des $n-1$ points restants a pour coordonnées $\frac{X-x_i}{n-1}, \frac{Y-y_i}{n-1}, \frac{Z-z_i}{n-1}$ d'où il résulte que le centre de $m. d.$ des n nouveaux points a pour coordonnées $\frac{(n-1)X}{n(n-1)} = \frac{X}{n}; \frac{(n-1)Y}{n(n-1)} = \frac{Y}{n}; \frac{(n-1)Z}{n(n-1)} = \frac{Z}{n}$;

C Q. F. D.

Corollaire. En opérant sur les nouveaux points comme sur les premiers, et ainsi de suite, le centre des moyennes distances des points donnés est le *point limite*.

II. *Applications.* 1° $n=3$; les milieux des côtés du premier triangle sont les sommets du second triangle, semblable au précédent et dans une position renversée. 2° $n=4$; points dans un même plan; le second quadrilatère est semblable au premier et dans une position inverse; et en poursuivant la même opération tous les sommets homologues sont sur une même droite; $n=4$; les points sont les sommets d'un tétraèdre; le second tétraèdre, semblable au précédent, dans une position inverse et dont les sommets sont les centres de gravité des quatre faces.

3° $n=5$, ne présente rien de remarquable; mais voici un assez curieux théorème de facile démonstration.

Théorème. Dans un pentagone on peut former avec les diagonales deux systèmes de triangles; cinq formés par une

diagonale et deux côtés et cinq formés par un côté et deux diagonales; si l'on cherche les centres de gravité des triangles de l'un des systèmes et qu'on les joigne deux à deux, on détermine un nouveau pentagone; si l'on s'en sert pour faire la même opération en employant les triangles de l'autre système, on obtient un troisième pentagone semblable au premier et placé d'une manière inverse.
