

Question d'examen sur la sinusoïde

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 7
(1848), p. 436-437

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__436_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTION D'EXAMEN

sur la sinusoïde.

Problème. Trouver l'aire d'une sinusoïde.

Solution. Soit $y = \sin x$ l'équation donnée, axes rectangles; cherchons l'aire comprise entre les deux ordonnées y_1, y_2 , correspondant aux abscisses x_1, x_2 ; divisons l'inter-

valle $x_2 - x_1$ en $n+1$ parties égales, et faisons $x_2 - x_1 = (n+1)h$;
l'aire cherchée est évidemment la limite de la suite :

$$h[\sin x_1 + \sin(x_1 + h) + \sin(x_1 + 2h) + \dots + \sin(x_1 + nh)]$$

$$= \frac{h \sin\left(x_1 + \frac{nh}{2}\right) \sin \frac{h}{2}(n+1)}{\sin \frac{h}{2}} \quad (\mathcal{V}. \text{ t. III, p. 523}).$$

Or, $\frac{nh}{2} = \frac{x_2 - x_1 - h}{2}$; substituant cette valeur, et faisant ensuite $h=0$ et $\frac{h}{\sin \frac{h}{2}} = 2$, il vient pour l'aire cherchée :

$2 \sin \frac{1}{2}(x_2 + x_1) \sin \frac{1}{2}(x_2 - x_1)$; et lorsque $x_1 = 0$, l'aire devient $1 - \cos x_2$; c'est ce que donne immédiatement le calcul intégral.