

Théorème sur le centre de gravité, d'après M. F. Heinen

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 7
(1848), p. 283-284

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__283_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉOREME SUR LE CENTRE DE GRAVITÉ,

d'après M. F. Heinen (Crelle, t. XVIII, p. 176, 1838).

I. *Lemme.* Soient A et B deux points matériels, a et b leurs poids, et C leur centre de gravité, P un troisième point, et soient menées les droites PA, PC, PB, on a

$$a \cdot \overline{PA}^2 + b \cdot \overline{PB}^2 = (a + b) \overline{PC}^2 + \frac{ab}{a+b} \cdot \overline{AB}^2.$$

II. *Lemme.* Soient $A_1, A_2 \dots A_n$; n point matériel; $a_1, a_2 \dots a_n$ leurs poids respectifs; S_2 le centre de gravité de A_1, A_2 , et s_2 le poids; S_3 le centre de gravité de A_3, S_2 , et s_3 le poids, etc., et enfin S_n le centre de gravité de S_{n-1} et A_n , et s_n le poids; de sorte que $s_n = a_1 + a_2 + \dots a_n$. D'un point quelconque P, menons les droites $PA_1, PA_2 \dots PA_n, PS_2, PS_3 \dots PS_n$, on aura :

$$\left. \begin{aligned} a_1 \overline{PA_1}^2 + a_2 \overline{PA_2}^2 + \dots a_n \overline{PA_n}^2 &= \frac{a_2 \cdot a_1}{s_2} \overline{A_1 A_2}^2 + \\ &+ \frac{a_3 \cdot s_2}{s_3} \overline{S_2 A_3}^2 + \dots \frac{a_n \cdot s_{n-1}}{s_n} \overline{S_{n-1} A_n}^2 + s_n \overline{PS_n}^2. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Ce lemme est une conséquence du précédent.

III. *Théorème.* Même notation que le lemme précédent.

Dans quelque ordre qu'on combine les poids successivement pour parvenir au centre de gravité s_n du système, le second membre de la précédente équation, moins le dernier terme, est une quantité constante.

Démonstration. Supposons que le point P coïncide avec le point S_n , alors $\overline{PS_n}$ devient nul et le premier membre de l'équation (1) donne la quantité constante

