

J.-G. DOSTOR

Aire du quadrilatère circonscriptible

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 7
(1848), p. 229-230

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1848_1_7__229_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1848, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

AIRE

du quadrilatère circonscriptible.

PAR M. J.-G. DOSTOR ,

Docteur ès sciences mathématiques.

—

Dans tout quadrilatère circonscriptible, les côtés forment
la relation

$$a + c = b + d ,$$

de laquelle on déduit

$$a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 2bd - 2ac .$$

Substituant cette valeur dans la formule de l'aire d'un quadrilatère quelconque (*), et faisant sortir le facteur 4 de dessous le radical, on obtient .

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{(mn + ac - bd)(mn - ac + bd)},$$

pour l'expression de l'aire d'un quadrilatère circonscriptible.

Soient $a', a''; b', b''; c', c''; d', d''$ les segments des côtés respectifs formés par les points de contact, de sorte que

$$a'' = b', b'' = c', c'' = d', d'' = a',$$

et

$$ac - bd = (a' + a'')(c' + c'') - (b' + b'')(c' + c'').$$

Développant le second membre, et observant que les égalités précédentes donnent .

$$a''c' = b'd', b''d'' = a'c',$$

et

$$a''c' = b'b'', a'c'' = d'd'', b'd'' = a'a'', d'b'' = c'c'',$$

on trouve, en substituant et en réduisant :

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{(mn + a'a'' - b'b'' + c'c'' - d'd'')(mn - a'a'' + b'b'' - c'c'' + d'd'')}.$$

Lorsque le quadrilatère circonscriptible est en même temps inscriptible, on a le produit des diagonales $mn = ac + bd$, et, par suite,

$$Q = \sqrt{abcd},$$

pour l'aire d'un quadrilatère à la fois inscriptible et circonscriptible, dont a, b, c, d sont les quatre côtés.

* Voir Nouv. Annales des Mathém., t. VII, p. 69.