

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 5
(1846), p. 690-700

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5_690_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1846, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

BIBLIOGRAPHIE.

COLLECTION DE TABLEAUX POLYTECHNIQUES, AIDE-MÉMOIRE OU Résumés scientifiques destinés aux candidats à toutes les écoles du gouvernement et aux élèves de ces écoles, aux aspirants à tous les grades des facultés des sciences, aux professeurs des sciences exactes, aux officiers des corps spéciaux, aux architectes et aux ingénieurs; par une Société d'anciens élèves de École polytechnique, de professeurs, d'ingénieurs, et d'officiers de l'artillerie, du génie et de la marine (*) ; sous la direction de M. *Auguste Blum*, ingénieur et professeur, ancien officier d'artillerie, ancien élève de l'École polytechnique ().**

C'est par les yeux et les oreilles, disent avec beaucoup de raison les auteurs de l'ouvrage dont on vient de lire le titre, que s'acquièrent les perceptions externes ; c'est par la mémoire qu'elles se conservent. En adoptant ce principe incontestable, il faut néanmoins faire une distinction entre les rôles des deux sens. l'enseignement oral, celui qui se communique par l'intermédiaire de l'ouïe, est sans contredit le plus puissant et le plus fécond ; c'est le seul qui permette de multiplier à l'infini le développement des notions nouvelles qu'il s'agit d'inculquer à l'esprit, d'en varier les formes, et d'en proportionner en quelque sorte l'intensité suivant la force

(*) Chez Carilian-Gœury et V^{er} Dalmont, libraires, quai des Augustins, 39 et 41.

(**) Les mêmes tableaux ont aussi été réunis en volumes formant memento, par un tirage à part sous la forme in-8.

et la capacité de l'intelligence qui doit en devenir le récipient. Ajoutons que c'est encore par l'organe de l'ouïe que s'acquièrent principalement les notions du bien et du mal, et qu'en un mot, l'ouïe est essentiellement, comme l'a définie un écrivain philosophe « le sens de l'homme moral » La vue, au contraire, a particulièrement pour mission de nous mettre en relation avec l'univers matériel ; et ainsi c'est principalement par cet organe que nous étudions la plupart des propriétés des corps, surtout celles qui tiennent plus spécialement à la forme. Par suite, c'est aux yeux surtout que s'adressent les mathématiques, intermédiaires en quelque sorte entre la connaissance des objets physiques et la science des choses immatérielles ; et c'est aux yeux en conséquence qu'appartient le soin de rappeler constamment à la mémoire, de fixer en traits ineffaçables dans l'esprit des jeunes mathématiciens, les objets qu'une leçon orale n'a su y esquisser que d'une manière fugitive.

C'est donc une idée éminemment philosophique, que celle de réunir en tableaux synoptiques des résumés clairs et concis où d'un seul coup d'œil les élèves puissent apercevoir toutes les ramifications que comporte chaque branche de la science, et reconnaître ainsi dans leur ensemble, tous les faits qu'ils n'avaient étudiés que partiellement, et dont la liaison se trouvait dissimulée et comme obscurcie par la multitude des détails.

Aussi applaudissons-nous sincèrement à l'entreprise de M. Blum et de ses savants collaborateurs, dont les noms sont autant de garanties, quant au fond de la doctrine, ce qui nous dispense de nous occuper sous ce point de vue des tableaux polytechniques. Nous n'avons à considérer ici que la forme : or, aucune suivant nous, ne saurait être mieux appropriée à l'objet que se proposent les auteurs.

Les tableaux que nous annonçons, pouvant facilement, en raison de leurs dimensions, être appliqués sur les murailles des salles d'étude, fournissent un procédé mnémonique, dont l'action incessante doit avoir la plus grande efficacité; et l'auteur de cet article peut dire qu'il a par lui-même éprouvé la puissance, d'ailleurs bien reconnue, de ce moyen de venir en aide à la mémoire.

Ces tableaux doivent former plusieurs séries; nous avons entre les mains la majeure partie de ceux qui composeront la série A : ils comprennent l'arithmétique, la géométrie élémentaire, la trigonométrie, l'algèbre élémentaire, par M. Blum : la théorie générale des équations par M. Ossian Bonnet; la géométrie descriptive par M. Bertaux-Levillain; la statique, par M. Hervé-Mangon; la géométrie analytique à deux dimensions, et la physique par M. Cabart; la chimie, par M. Dézé; l'analyse infinitésimale, par M. Serret; des questions choisies de mathématiques élémentaires, par M. Guillemin; des questions choisies de mathématiques spéciales, par M. Roguet.

Les auteurs se proposent de publier ultérieurement sur le même plan, des résumés synoptiques, de minéralogie, de géologie, d'astronomie, de cosmographie, de géodésie, de mécanique, ainsi que des diverses sciences d'application, architecture, génie, artillerie, fortifications, routes, hydrographie, navigation, etc. Nous ne pouvons mieux faire que de les encourager à persister dans l'exécution de cette utile entreprise; et, forts du désir que nous avons de les y voir réussir de plus en plus, nous nous permettrons de leur adresser un conseil, celui de viser surtout à la concision; le succès est à ce prix. On croit quelquefois s'apercevoir que les auteurs n'ont pas eu le temps d'être brefs. Beaucoup de développements très-bien placés dans le tirage in-8° sont de trop dans les tableaux synoptiques où ils seraient avec

avantages remplacés par un caractère typographique plus fort au moins pour la partie essentielle de la rédaction. Nous engagerons aussi M. Blum et ses estimables collaborateurs à donner le plus grand soin à la disposition des formules, la précision et l'exactitude des énoncés ; ils auront sans doute bientôt l'occasion de mettre à profit nos critiques, dans une prochaine édition que nous croyons pouvoir leur promettre.

A. J. H. V.

Nota. Platon recommandait déjà l'usage des tableaux synoptiques pour les mathématiques. Dans un passage du 7^me livre de sa république, cité par Théon de Smyrne, on lit : « Post annum XXV, qui ad spem sortiendi magistratos seliguntur, et honores quam cæteri ampliores adepturi sunt, eis mathematicæ disciplinæ, quæ omnibus dum in puerili ætate constituti sunt diffuse exponuntur, quasi in brevi tabulâ (συνακτέον εἰς σύνοψιν) contrahendæ, ut et illarum inter se affinitas et natura illius quod vere existit inspicienda uno intuitu pateat (ch. 1). — Nous nous servons de la traduction qu'a donnée Boulliaud (Ismaël) d'un ouvrage où Théon a pour but de montrer qu'on ne peut comprendre Platon, sans connaître les mathématiques. En effet s'agit-il seulement de faire de la poésie et de l'enthousiasme sur Platon, alors il est très-vrai qu'on peut se passer de géométrie. Mais s'agit-il d'en pénétrer le sens, c'est différent. Nous recommandons ces réflexions à nos jeunes professeurs de philosophie qui semblent vouloir rester étrangers aux travaux géométriques et physiques du siècle.

Une philosophie qui divorce avec les sciences positives, dégénère en une loquace et prétentieuse ignorance de la plus stérile, de la plus sottise espèce. Dénudée de points d'appui, vide de pensées spontanées, elle est incessamment forcée de se rejeter sur le passé, de chercher à repenser ce que les

autres ont pensé et ce que ces autres ne penseraient plus, s'ils revenaient parmi nous. N'oublions jamais cette exhortation de l'immortel Kant : *Habe Muth, dich deines eigenen Verstandes zu bedienen* ; aie le courage de te servir de ta propre intelligence. Tm.

MÉMOIRE SUR LES TABLES GRAPHIQUES et sur la géométrie anamorphe, appliquées à diverses questions qui se rattachent à l'art de l'ingénieur, par *Léon Lalanne*, ingénieur des ponts et chaussées (extrait des *Annales des ponts et chaussées*). Paris, 1844 ; in-8° de 72 pag., 3 pl.

Quel est le principe dominant dans la science mathématique ? Écoutons là-dessus Bhascara, célèbre algébriste indien, qui vivait au XII^e siècle, à une époque où en Europe on ne connaissait pas encore l'arithmétique chiffrée. Il ne faut pas croire, dit-il, que ce soient les *signes*, les *symboles*, les *règles* qui constituent la science ; mais le seul principe qui y domine, c'est l'esprit de sagacité auquel les objets nommés, inventés par les maîtres, servent d'auxiliaires (*Vija-ganita*, ch. VII). Pour être si ancienne, pour venir de si loin, cette observation n'en est pas moins d'un grand sens et fort judicieuse. Je me la suis rappelée souvent, en lisant l'écrit de M. Lalanne, où brille éminemment cette sagacité qui consiste à employer des moyens connus pour produire des effets nouveaux, à simplifier tellement ces moyens qu'ils deviennent populaires, à la portée de tous les esprits, et même de ceux qui sont étrangers à la science.

Les méthodes de transformation ou de déformation sont employées depuis longtemps pour étudier les propriétés géométriques et analytiques des fonctions. Nous en avons

réemment exposé la théorie (p. 197). Depuis longtemps aussi on se sert des *courbes de niveau* pour représenter sur un plan des surfaces de toutes formes ; M. Lalanne qui a appliqué à ces courbes le principe *métamorphique*, a rendu extrêmement facile leur construction et leur emploi aux divers besoins des services publics, et même leur application à quelques lois naturelles.

Le mémoire est divisé en quatre parties ou chapitres.

Les deux premiers traitent des *tableaux graphiques*, et les deux derniers sont consacrés aux *tableaux anamorphiques* et à l'historique des travaux du même genre. Essayons d'en donner une idée juste.

On sait que les fonctions à deux variables peuvent se représenter *arithmétiquement* par une table à une entrée, et *géométriquement* par une courbe plane. On en a un exemple familier dans la réduction des mesures. Une table à une entrée donne les kilogrammes exprimés en livres ; cette même table peut être figurée par une droite rapportée à deux axes, passant par l'origine et dont le coefficient angulaire est égal au rapport par quotient des deux mesures ; les abscisses étant des kilogrammes, les données sont des livres ou *vice versa*. On comprend qu'au moyen d'une telle droite, et à l'aide de l'échelle correspondante, on opère de suite toutes les conversions d'une mesure dans l'autre, avec une exactitude dépendant de celle des constructions. Un système de mesures sera représenté par un système de droites ; on aura ainsi un tableau *graphique* figurant le rapport de deux systèmes de mesures. Si on enveloppe le tableau autour d'un cylindre, les droites deviennent des hélices, qui peuvent servir aux mêmes usages que les droites ; on obtient ainsi un tableau *anamorphique* moins simple, il est vrai, que le tableau primitif, mais qui suffit ici pour faire pressentir l'esprit de la méthode.

Venons aux fonctions à trois variables, représentées par $f(x, y, z) = 0$; concevons les axes rectangulaires et le plan xy horizontal ; donnons à z une suite de valeurs suffisamment rapprochées z_1, z_2, z_3 , etc., menons à ces distances des plans horizontaux, qui couperont la surface suivant des lignes de niveau, et dont les projections horizontales sont données par les équations $f(x, y, z_1) = 0, f(x, y, z_2) = 0$, etc., l'ensemble de tous ces tracés sur le plan horizontal forme le tableau graphique de la surface et peut servir à en faire connaître la forme. Désignons les courbes de niveau projetées par A_1, A_2 , etc., si on veut connaître une section faite dans la surface par un plan parallèle à xz et à une distance y , il suffit de mener dans le plan des xy et à cette distance une droite parallèle à l'axe des x , qui rencontrera les courbes $A_1, A_2, \dots$, etc., en des points dont on connaît les hauteurs verticales z_1, z_2 , etc.; on peut donc construire la courbe par points; il en est de même pour une section parallèle au plan des yz . Il est inutile d'avertir qu'il faut toujours prendre pour courbes de niveau les sections les plus simples.

Au moyen de ces tableaux graphiques, donnant des valeurs numériques à x et y , on pourra trouver les valeurs numériques des z correspondantes; en effet, portant les valeurs de x et y sur les axes correspondants, et construisant le rectangle, si le sommet opposé à l'origine tombe sur une courbe de niveau, on a de suite le z correspondant; s'il tombe entre deux courbes de niveau, la valeur de z sera comprise entre celles qui sont indiquées par ces courbes de niveau, et la valeur de z sera donnée avec une exactitude dépendant de la distance des courbes; et si le point tombe entre plusieurs courbes consécutives, z aura plusieurs valeurs. Prenons pour exemple la fonction $z - xy = 0$ qui représente un hyperboloïde à une nappe: ici les courbes de niveau sont des hyperboles équilatères homothètes; donnons à z , les valeurs

5, 10, 15, 20, 30, 40, etc., et écrivons ces nombres sur les hyperboles correspondantes. On voit bien comment ce tableau graphique (fig. 1) du mémoire peut servir à faire à vue les multiplications de deux nombres et remplacer la table à double entrée, dite table de Pythagore; prenons pour autre exemple la surface du troisième degré $z^3 + yz + x = 0$; les lignes de niveau en y, x sont des droites dont le système donne un tableau qui sert à trouver les racines z de toute équation du troisième degré de cette forme, lorsqu'on donne les valeurs numériques de y, x ; l'enveloppe de ces droites est une parabole cubique ayant pour équation $4y^3 + 27x^2 = 0$, et l'aspect du tableau montre à vue que, pour les points où l'on a $4y^3 + 27x^2 > 0$, il n'y a qu'une racine réelle; si le point est sur l'enveloppe, alors $4y^3 + 27x^2 = 0$, il y a trois racines réelles dont deux égales, et si $4y^3 + 27x^2 < 0$, il y a trois racines réelles inégales.

Au moyen de ce tableau, l'auteur résout à vue l'équation $x^3 - 0,8x + 0,2 = 0$ et trouve pour racines $-1; 0,72; 0,275$.

L'auteur donne encore d'autres applications relatives à des problèmes de déblais et de remblais, et à des problèmes de géographie physique.

Méthode anamorphique; soit pour exemple l'hyperboloïde à une nappe donné par l'équation $z = xy$, nous avons vu que les courbes de niveau étaient des hyperboles équilatères; nous avons $\log z = \log x + \log y$; faisons $\log x = x'$; $\log y = y'$; il vient $\log z = x' + y'$, dans cette nouvelle surface les courbes de niveau sont des droites; les longueurs portées sur les axes représentent les logarithmes des nombres, et non comme dans les tableaux graphiques les nombres mêmes; c'est d'après ce principe que l'auteur a construit un *abaque* ou compteur universel, instrument très-

simple et aujourd'hui très-répandu parmi tous ceux qui s'occupent de constructions et d'opérations industrielles exigeant des calculs prompts et suffisamment exacts. L'auteur a ajouté d'autres lignes qui donnent de suite les carrés et les cubes, et par conséquent aussi les racines carrées et cubiques, les puissances $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{2}$ dont on a si souvent besoin ;

on y trouve aussi à vue les longueurs des circonferences, les aires des cercles, les aires et les volumes des sphères, le tout en fonction du rayon ; ainsi, outre les avantages de pouvoir remplacer la *sliding rule*, règle glissante des Anglais, on y trouve encore toutes les indications qu'on rencontrait jadis sur le *compas de proportion*. L'usage de l'abaque s'acquiert facilement, et, ce qui n'est pas moins important, il s'oublie difficilement ; mais il faut un coup d'œil exercé pour fixer la rencontre des lignes verticales et horizontales et lire la cote de la ligne inclinée ; il semble que la règle glissante présente ici un avantage.

L'anamorphose des hyperboles en droites s'est opérée dans le cas actuel en remplaçant les coordonnées par leurs logarithmes. Pour d'autres surfaces, on comprend qu'on peut choisir d'autres fonctions, des puissances, des sinus, et c'est là le principe général de la méthode et dont il faut lire les secondes applications dans le mémoire même.

L'auteur applique aussi l'anamorphose à la représentation graphique de certaines lois naturelles (p. 53). Par exemple, on y trouve un tableau par le moyen duquel, ayant une table numérique qui renferme le chiffre de la population mâle, correspondant à chaque âge, on peut en déduire un nombre d'individus compris entre deux âges déterminés a et a' ; c'est la figure n° 3 construite avec les nombres fournis par feu M. Demonferrant. Ainsi le tableau apprend qu'en 1833, il y avait en France environ 8,800,000

hommes de dix-huit à soixante ans ; le calcul exact donne 8,792,569.

Le mémoire est terminé par un résumé général des travaux antérieurs sur le même sujet. On connaît les lignes magnétiques de Halley ; je crois aussi avoir vu des lignes *thermométriques* dans un ouvrage de Musschenbroëk ; Buache (Philippe) est le premier qui ait imaginé d'appliquer les lignes de niveau à la représentation des terrains. En 1737, il a présenté une carte du Pas-de-Calais, dressée d'après ce principe (voir Mém. de l'Acad., 1752, p. 412) ; ainsi, Buache est incontestablement l'inventeur ; mais le promoteur, celui qui a fait entrer la méthode dans la pratique, c'est Ducarla-Bonifas (Marcelin), né en 1738, à Vabres (Tarn), et mort en 1816, à Villeneuve-du-Tarn. Ainsi, Ducarla n'est pas de Genève, comme on le dit dans diverses notices. L'ouvrage où Ducarla expose sa méthode est intitulée : *Expression des nivellements* ; Paris, 1782, in-8. Il a été édité par Dupain-Triel, le même qui a publié, en 1759, une *Lettre à M. le comte ... dans laquelle on examine l'insuffisance de la méthode actuelle d'enseigner les mathématiques*. Cette lettre serait encore très-opportune de nos jours. Un autre opuscule remarquable, du même auteur, est : *De l'établissement des collèges municipaux pour les sciences, les arts et les métiers, en faveur de la jeunesse* ; Paris, 1771, in-8, et reproduit sous ce titre : *Essai d'une institution nouvelle, ayant pour objet le développement libre des dispositions de la jeunesse adolescente dans les différents genres de talents* ; 1802, in-8. La ville de Paris a réalisé cette idée en 1845, par l'établissement de l'Ecole municipale François 1^{er} ; la création récente de gradués (licenciés et docteurs) en sciences mécaniques montre que l'Université aspire à rendre l'instruction utile au grand nombre. Pour compléter l'œuvre, il faudrait aussi un baccalauréat spécial, une espèce de maîtrise ès arts pour les professions indus-

trielles. La littérature et l'histoire nationales , des connaissances générales sur la cosmographie, géographie, les sciences physiques et naturelles , devraient suffire pour l'obtention de ce grade , réservant les langues classiques pour des professions spéciales telles que la médecine, le droit , etc. ; car, il ne faut jamais perdre de vue que l'instruction publique a pour but , non de former des littérateurs , des savants , des professeurs, des académiciens, etc. , mais de rendre la masse des citoyens capable d'exercer les fonctions qu'ils sont appelés à remplir.

Tm.