

DROUETS

Solution du problème 100

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 5
(1846), p. 547-548

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__547_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1846, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DU PROBLÈME 100 (t. IV, p. 370),

PAR M. DROUETS,

Elève au Collège royal militaire.

Soit un arc continu sans points singuliers et sa corde; si l'on joint le point de l'axe où la tangente est parallèle à la corde aux deux extrémités de la corde, on forme un triangle dont l'aire est plus grande que la moitié de l'aire du segment (*fig. 49*).

Je prends pour axes OA et OY ; soient $y = F(x)$ l'équation de la courbe, α la longueur OA , on a $F(0) = 0$; $F(\alpha) = 0$. Soit y , l'ordonnée du point m' où la tangente est parallèle à

la corde, l'aire du triangle sera $\frac{1}{2}ay_1$. Au lieu de la comparer au demi-segment, je comparerai ay_1 à S aire du segment.

Or $S = \int_0^a Fx dx$, c'est-à-dire la somme des valeurs du produit $Fx dx$ par des valeurs de x infiniment rapprochées entre 0 et a . Soient $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ les accroissements successifs de l'abscisse depuis 0, de manière que

$$\alpha + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = a,$$

on aura pour le triangle,

$$\alpha y_1 + \alpha_1 y_2 + \alpha_2 y_3 + \dots + \alpha_n y_{n+1};$$

pour le segment :

$$\alpha F(0) + \alpha_1 F(\alpha) + \alpha_2 F(\alpha + \alpha_1) + \dots + \alpha_n F(\alpha + \alpha_1 + \dots + \alpha_n).$$

Ces deux expressions ont le même nombre de termes ; toutes les valeurs $F\alpha_1, \dots, F(\alpha + \alpha_1 + \dots)$ sont moindres que y_1 ; donc $S < ay_1$, c'est-à-dire que le triangle est plus grand que la moitié du segment.

J'ai dit que y_1 était la plus grande valeur de y ; en effet, s'il y avait une autre valeur maximum pour m'' par exemple, le point m' en est un par hypothèse, la courbe aurait deux points d'inflexion entre m' et m'' , ce qui est contraire à la condition que la courbe n'a pas de points singuliers.