

TURQUAN

Intégration d'une équation différentielle

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 5
(1846), p. 396-397

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__396_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1846, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

INTÉGRATION

D'une équation différentielle ;

PAR M. TURQUAN ,

professeur au collège royal de Pontivy.

L'équation $\frac{d^2y}{dx^2} + \varphi y \frac{dy}{dx} = \psi y$ (1) peut toujours être intégrée, quelles que soient les fonctions φy et ψy , c'est-à-dire que la valeur de x en y peut toujours s'obtenir par de simples quadratures.

On pose d'abord $\frac{dy}{dx} = p$; d'où $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dp}{dx} = p \frac{dp}{dy}$; on changera ainsi l'équation proposée en

$$p \frac{dp}{dy} + p^2 \varphi y = \psi y \quad (2).$$

On cherchera ensuite l'intégrale de $p \frac{dp}{dy} + p^2 \varphi y = 0$; et l'on trouvera $p = A e^{-\int \varphi y dy}$.

Or, on peut déterminer A en fonction de y , de telle sorte que cette valeur de p soit l'intégrale de l'équation (2). En effet, si on différencie, en regardant A comme fonction de y , on aura $\frac{dp}{dy} = -A \varphi y e^{-\int \varphi y dy} + \frac{dA}{dy} e^{-\int \varphi y dy}$, et l'équation (2) deviendra :

$$A \frac{dA}{dy} = \psi y e^{2 \int \varphi y dy}, \text{ d'où } A = \sqrt{B + \psi y e^{2 \int \varphi y dy}},$$

B étant une constante arbitraire. Ainsi ,

$$p = e^{-\int \varphi y dy} \left(\sqrt{B + \psi y e^{2 \int \varphi y dy}} \right);$$

d'où
$$dx = \frac{dy e^{\int \varphi y dy}}{\sqrt{B + \psi y e^{2 \int \varphi y dy}}},$$

et
$$x = \int \frac{dy e^{\int \varphi y dy}}{\sqrt{B + \psi y e^{2 \int \varphi y dy}}}.$$