

COURTOIS

Calcul de l'aire asymptotique dans l'hyperbole ordinaire

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 5
(1846), p. 385-387

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__385_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1846, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CALCUL DE L'AIRES ASYMPTOTIQUE

dans l'hyperbole ordinaire.

PAR M. COURTOIS,

Professeur de mathématiques spéciales au Collège royal de Grenoble.

On sait que pour calculer l'aire asymptotique AMNB, (fig. 41), on insère entre l'abscisse $OA = a$ et $OB = b$ un nombre n de moyennes proportionnelles, et la difficulté consiste à trouver la limite de l'expression

$$n \left\{ \sqrt[n]{\frac{b}{a}} - 1 \right\} m' \sin \theta,$$

à mesure que n grandit (m^2 est la puissance de l'hyperbole). Je considère a et b comme faisant partie de la progression géométrique de Néper

$$\begin{array}{ccccccccccc} \dots\dots 1 & : & (1+\alpha)^1 & : & (1+\alpha)^2 & : & (1+\alpha)^3 & . & . & . & a & \dots\dots b & \dots\dots \\ \dots\dots 0 & . & \alpha & . & 2\alpha & . & 3\alpha & . & . & . & m\alpha & . & (n+m)\alpha \dots \end{array}$$

Ainsi :

$$a = (1+\alpha)^m, \quad b = (1+\alpha)^{m+n} \dots\dots$$

puisque b est placé n rangs plus loin que a .

Comme il y a n termes entre a et b , la raison de la progression par quotient peut être désignée par

$$\sqrt[n]{\frac{b}{a}} = 1 + \alpha \dots\dots$$

Donc :

$$n \left\{ \sqrt[n]{\frac{b}{a}} - 1 \right\} = nx = L. b - L. a = L. \frac{b}{a}.$$

En désignant par la simple lettre L un logarithme népérien.

Donc l'aire hyperbolique est égale à

$$m^2 \sin \theta \times L. \frac{b}{a}. \quad (1)$$

Une des abscisses a et b , ou toutes les deux pourraient être à gauche du terme 1, et en ayant égard au signe des logarithmes, on aurait toujours un résultat *analogue*. Mais on pourra toujours éviter l'emploi des logarithmes négatifs, en séparant l'aire hyperbolique en deux, limitées par l'ordonnée qui correspond à l'abscisse 1. Et, si cette aire est en entier antérieure à cette ordonnée, sans la morceler, on la comptera au rebours depuis cette ordonnée.

(*) Dire ce que c'est que la base de Néper serait ici superflu, puisque cette base est étudiée dans la théorie des logarithmes.

Le produit entier peut être regardé comme $\text{Log. } \frac{b}{a}$ pris dans la base, dont le module est $m' \sin \theta$.

Si l'on veut avoir des aires hyperboliques qui soient les logarithmes népériens des abscisses terminales; il faut prendre une hyperbole, pour laquelle $m' \sin \theta = 1$, et compter les aires asymptotiques depuis l'abscisse $a = 1$. Par exemple une hyperbole dont l'angle asymptotique est $\theta = 30^\circ$, et dont la puissance $m' = 2$. Ainsi :

Le logarithme népérien d'un *nombre* a pour équivalent géométrique l'aire asymptotique d'une hyperbole, pour laquelle $m' \sin \theta = 1$, cette aire étant comptée depuis l'abscisse 1 jusqu'à l'abscisse égale au *nombre*.

L'hyperbole équilatère n'est donc pas la seule dont les aires asymptotiques puissent représenter les logarithmes de Néper.