

DROT

## Solution du problème 112

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 5  
(1846), p. 256-258

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1846\\_1\\_5\\_\\_256\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__256_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1846, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DU PROBLÈME 112 (p. 333),

**PAR M. DROT,**  
admissible à l'École normale.

—

*Problème 112.* Soient  $M$  un point pris sur une courbe plane, et  $N$  un point sur la tangente en  $M$  à la courbe; par  $N$  menons une sécante sous un angle donné; et soit  $P$  un des points d'intersection avec la courbe; prenons sur la sécante un point  $Q$  sur le prolongement de  $NP$ , tel que l'on ait  $NQ = \frac{\overline{MN}^2}{\overline{NP}}$ ; quel est le lieu du point  $Q$ ,  $N$  se mouvant sur la tangente? et déterminer la position du point  $Q$  lorsque  $N$  se confond avec  $M$ ?

*Solution* Soit  $f(x, y) = 0$  la courbe plane donnée, et de degré  $m$ , que je supposerai rapportée au point  $M$  comme origine, l'axe des  $x$  étant la tangente donnée, et l'axe des  $y$  étant parallèle à la direction constante de la sécante  $NPQ$ . De cette façon, l'équation  $f(x, y) = 0$  ne contiendra ni terme tout connu, ni terme du premier degré en  $x$  seul, puisque la

courbe passe par l'origine, et que, pour  $y = 0$ , son équation doit donner pour  $x$  deux valeurs égales à 0.

Actuellement si j'appelle  $x'$  et  $y'$  les coordonnées du point Q, on doit avoir  $x'^2 = NP \cdot y'$ ; NP sera donné par les valeurs de  $y$  de  $f(x, y) = 0$  quand on aura remplacé dans cette équation  $x$  par  $x'$ ; mais ces valeurs de  $y$  étant, d'après l'énoncé, égales à  $\frac{x'^2}{y'}$ , il est évident que l'équation cherchée sera  $f\left(x', \frac{x'^2}{y'}\right) = 0$ , ou, en supprimant les accents  $f\left(x, \frac{x^2}{y}\right) = 0$ , ce qui revient en dernière analyse, à

remplacer dans l'équation proposée  $y$  par  $\frac{x^2}{y}$ . Les termes en  $x$  seul de cette opération étant au moins du deuxième degré, elle pourra être divisée par  $x^2$ , et sera du degré  $2m-2$ , et en faisant ensuite  $x = 0$ , on obtiendra le point Q dans la position limite où il sera lorsque le point N se confond avec le point M; et MQ est alors le rayon de courbure lorsque les axes sont rectangulaires.

Appliquons ce qui vient d'être dit à l'équation du deuxième degré :  $Ay^2 + Bxy + Cx^2 + Dy = 0$ . Si l'on y remplace  $y$  par  $\frac{x^2}{y}$ , que l'on divise par  $x^2$ , et que l'on chasse les dénominateurs, il vient  $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dy = 0$ , équation d'une courbe de même espèce que la première, et tangente à l'axe des  $x$  au point M. Pour le cercle, où  $C = A$ , on retrouve le même cercle, ce qui est conforme à un théorème de géométrie. Quand le point N se confond avec le point M, il faut faire  $x = 0$  dans l'équation cherchée, ce qui donne  $y = -\frac{D}{C}$ , rayon de courbure lorsque les axes sont rectangulaires.

*Note.* C'est cette méthode, due à Maclaurin, dont M. Dupin

s'est servi dans ses *développements de géométrie* pour construire les rayons de courbures des coniques, et on sait le beau parti que l'excellent géomètre a tiré de cette méthode. Tm.