

HUET

Expression des côtés d'un triangle et de sa surface en fonction des trois hauteurs

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 5
(1846), p. 225-226

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5_225_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1846, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

EXPRESSION

Des côtés d'un triangle et de sa surface en fonction des trois hauteurs.

PAR M. HUET,

licencié ès sciences mathématiques,
professeur de mathématiques au collège de Toulon.

—

Soient a, b, c les trois côtés du triangle ; h, h', h'' les hauteurs correspondantes et s la surface.

On a les relations :

$$(1) \quad h = \frac{1}{2a} \sqrt{(a+b+c)(a+c-b)(b+a-c)(b+c-a)},$$

$$(2) \quad ah = bh', \quad ah = ch''.$$

Des équations (2) on tire $b = \frac{ah}{h'}$, $c = \frac{ah}{h''}$.

Portons ces valeurs dans l'équation (1), il vient :

$$h = \frac{a}{2} \sqrt{\left(1 + \frac{h}{h'} + \frac{h}{h''}\right) \left(1 + \frac{h}{h''} - \frac{h}{h'}\right) \left(\frac{h}{h'} + 1 - \frac{h}{h''}\right) \left(\frac{h}{h'} + \frac{h}{h''} - 1\right)}$$

d'où :

$$h = \frac{a}{2h'^2 h''^2} \sqrt{(hh' + hh'' + h'h'')(hh'' + h'h' - hh')(h'h'' + hh' - hh'')(hh' + hh'' - h'h'')}$$

et par suite :

$$a = \frac{2hh'^2 h''^2}{\sqrt{(hh' + hh'' + h'h'')(hh'' + h'h' - hh')(h'h'' + hh' - hh'')(hh' + hh'' - h'h'')}}.$$

On trouverait de même :

$$b = \frac{2h^3 h' h''}{\sqrt{(hh' + hh'' + h'h'')(hh'' + h'h' - hh')(h'h'' + hh' - hh'')(hh' + hh'' - h'h')}}}$$

et

$$c = \frac{2h^3 h'^2 h''}{\sqrt{(hh' + hh'' + h'h'')(hh'' + h'h' - hh')(h'h'' + hh' - hh'')(hh' + hh'' - h'h')}}}$$

On sait d'ailleurs que $S = \frac{ah}{2}$,

donc on a :

$$S = \frac{h^3 h'^2 h''}{\sqrt{(hh' + hh'' + h'h'')(hh'' + h'h' - hh')(h'h'' + hh' - hh'')(hh' + hh'' - h'h')}}}$$

ou, si l'on veut en posant $hh' + hh'' + h'h'' = p$

d'où. $hh'' + h'h' - hh' = p - hh'$

$h'h'' + hh' - hh'' = p - hh''$

$hh' + hh'' - h'h' = p - h'h'$

$h^3 h'^2 h''$

$$S = \frac{h^3 h'^2 h''}{\sqrt{p(p - hh')(p - hh'')(p - h'h')}}}$$

(V. t. II, p. 546.)