

TERQUEM

Lieu géométrique d'un point dont les trois polaires, par rapport à trois coniques, dans un même plan passent par le même point

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 4 (1845), p. 665-667

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__665_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1845, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

LIEU GÉOMÉTRIQUE

*d'un point dont les trois polaires, par rapport à trois coniques,
dans un même plan passent par le même point.*

—
Cas particulier.

1. Soient deux coniques M et M' semblables et semblable-

ment situées ; prenons le centre d'homologie pour origine , et deux axes conjugués pour les deux coniques ; et soient encore une troisième conique , où ces mêmes axes sont conjugués, nous aurons :

$$Ay^2 + Cx^2 + Dy + Ex + F = 0,$$

équation de la conique M ;

$$Ay^2 + Cx^2 + nDy + nEx + n^2F = 0,$$

équation de la conique M' ;

$$A'y^2 + C'x^2 + D'y + E'x + F' = 0.$$

Soient x', y' les coordonnées d'un point situé dans le plan des coniques ;

Les équations des polaires de ce point respectivement par rapport aux coniques M, M', M'' sont :

$$y [2Ay' + D] + x [2Cx' + E] = -Dy' - Ex' - 2F \quad (1)$$

$$y (2Ay' + nD) + x [2Cx' + nE] = -n [Dy' + Ex' + 2nF] \quad (2)$$

$$y [2A'y' + D'] + x [2C'x' + E'] = -D'y' - E'x' - 2F' \quad (3)$$

On déduit des équations (1) et (2) :

$$y = \frac{Cx' (Dy' + Ex' + 2F) + FE(n+1)}{AEy' - CDx'},$$

$$x = -\frac{Ay' (Dy' + Ex' + 2F) + DF(n+1)}{AEy' - CDx'}.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation (3) il vient :

$$\begin{aligned} & [Dy' + Ex' + 2F] [Cx' (2A'y' + D') - Ay' [2C'x' + E'] \\ & + F(n+1) [2A'E'y' + D'E' - 2C'D'x' - DE'] + \\ & + (D'y' + E'x' + 2F') (AEy' - CDx') = 0; \end{aligned}$$

réunissant les termes du troisième degré, il vient :

$$2(A'C - AC')x'y' (Dy' + Ex').$$

Donc , si l'on a $A'C = AC'$, le lieu géométrique n'est plus que du second degré.

Corollaire. Si les trois coniques sont des cercles ; alors

$$A = A' = C = C' = 1 ;$$

et le lieu géométrique devient :

$$\begin{aligned} y^2 [D'E - E'D] + x^2 [D'E - E'D] + 2y [nFE' + F'E] \\ + 2x [nFD' + F'D] \\ - (n + 1) DE'F = 0 ; \end{aligned}$$

équation d'un cercle.

Observation. Dans le cas général , les coniques étant quelconques , le lieu géométrique est une ligne du troisième degré ; nous la donnerons ailleurs. (V. Durrande. *Annales de Gergonne* , t. XVI , p. 112-117.) Tm.