

Théorèmes de M. Cauchy et d'Euler sur les réseaux polygonaux et sur les polyèdres, d'après M. Grunert

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 4
(1845), p. 367-368

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__367_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1845, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉORÈMES DE M. CAUCHY ET D'EULER

Sur les réseaux polygonaux et sur les polyèdres ,

d'après M. GRUNERT (Crelle , t. II , p. 367. 1827).

1. Soit un réseau polygonal situé ou non dans un même plan ; et soit A le nombre des côtés, S le nombre des sommets et F le nombre des figures , supposons qu'il survienne une nouvelle figure de k côtés, ayant k' côtés en commun avec le premier réseau, et k'' non communs ; représentons par A' , S' , F' les nombres qui dans le second réseau sont analogues aux nombres A , S , F , dans le premier réseau. On a évidemment ces équations

$$k = k' + k'',$$

$$A' = A + k'',$$

$$F' = F + 1,$$

$$S' = S + k'' - 1.$$

Le nouveau réseau ayant k' côtés en communs, a aussi $k'+1$ sommets en commun, et par conséquent $k''-1$ sommets non communs; ce qui donne la quatrième équation, et l'on déduit $S' + F' - A' = S + F - A$; donc $S + F - A$ est constant; mais pour une seule figure $S = A$ et $F = 1$; donc $S + F - A = 1$; théorème de M. Cauchy.

II. Si dans un polyèdre de F faces, A arrêts et S sommets, nous supprimons une face, le polyèdre devient un réseau, le nombre des figures est $F-1$, donc $S + F - 1 + A = 1$, ou $S + F = A + 2$; théorème d'Euler. Tin.
