

BOUILLON

Note sur l'élimination

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 4
(1845), p. 120-121

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1845_1_4__120_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1845, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR L'ELIMINATION.

PAR M. BOUILLON,

professeur d'hydrographie de la marine à Morlaix.

—

Je prends les équations :

$$\left. \begin{array}{l} (1) \ m.A = q.B + n.r \\ (2) \ m'.B = q'.r + n'.r' \\ (3) \ m''.r = q''.r' + n''.r'' \\ (4) \ m'''.r' = q'''.r'' + n'''. \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{dans l'algèbre de M. Bourdon,} \\ \text{page 586, édition de 1837.} \end{array}$$

On démontre facilement que si la quantité m est première avec n' , n'' , n''' , que m' soit première avec n'' , n''' et que m'' soit première avec n''' , on démontre, dis-je, très-facilement, que les valeurs de γ données par l'équation $n.n'.n''.n''' = 0$, appartiennent au système $[A = 0, B = 0]$. La réciproque est également vraie, c'est-à-dire que les valeurs de γ qui appartiennent au système $[A = 0, B = 0]$ sont comprises dans l'équation $n.n'.n''.n''' = 0$.

Supposons actuellement que m ne soit pas première avec n' , n'' , n''' que m' ne soit pas première avec n'' , n''' et que m'' ne soit pas première avec n''' .

Soit α le p. g. c. d. de m et de n' , on aura :

$$m = \alpha m_1 \quad \text{et} \quad n' = \alpha n'_1.$$

soit β le p. g. c. d. de m_1 et de n'' , on aura .

$$m_1 = \beta m_2 \text{ et } n'' = \beta n_1'',$$

soit γ le p. g. c. d. de m_2 et de n''' , on aura :

$$m_2 = \gamma m_3 \text{ et } n''' = \gamma n_2''',$$

soit β' le p. g. c. d. de m_1' et de n'' , on aura .

$$m_1' = \beta' m_2' \text{ et } n_1'' = \beta' n_2'',$$

soit γ' le p. g. c. d. de m_2' et de n''' , on aura :

$$m_2' = \gamma' m_3' \text{ et } n_2''' = \gamma' n_3''',$$

soit γ'' le p. g. c. d. de m_1'' et de n_2''' , on aura :

$$m_1'' = \gamma'' m_2'' \text{ et } n_2''' = \gamma'' n_3'''.$$

On déduit de là que

$$\begin{aligned} m &= \alpha \beta \gamma . m_3, & m' &= \beta' \gamma' . m_2' & \text{et} & m'' = \gamma'' m_1'', \\ n' &= \alpha n_1', & n'' &= \beta \beta' . n_2'' & \text{et} & n''' = \gamma \gamma' \gamma'' . n_3'''. \end{aligned}$$

Ainsi les identités (1), (2), (3) et (4) deviennent

$$\begin{aligned} \alpha \beta \gamma . m_3 . A &= q . B + n . r, \\ \beta' \gamma' . m_2' . B &= q' . r + \alpha n_1' r', \\ \gamma'' . m_1'' r &= q'' . r' + \beta \beta' . n_2'' r'', \\ m''' r' &= q''' r'' + \gamma \gamma' \gamma'' . n_3''' , \end{aligned}$$

telles que les donne M. Bourdon. Mais alors il n'y a plus d'élimination à effectuer pour achever la démonstration ; car

$$\begin{aligned} m_3 &\text{ est première avec } n_1', n_2'' \text{ et } n_3''', \\ m_2' &\text{ est première avec } n_2'' \text{ et } n_3''', \\ \text{et } m_1'' &\text{ est première avec } n_3''', \end{aligned}$$

On retombe sur le premier cas, et toutes les bonnes valeurs de γ seront données par $n = 0$, $n_1' = 0$, $n_2'' = 0$, et $n_3''' = 0$; ou par l'équation $nn_1'n_2''n_3''' = 0$, et réciproquement.

De cette manière, on évite beaucoup d'éliminations dont le nombre augmente avec le nombre des identités (1), (2), (3), etc.