

LEBESGUE

Note sur les nombres parfaits

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 3
(1844), p. 552-553

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__552_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1844, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE

SUR LES NOMBRES PARFAITS.

(Voir page 218.)

PAR M. LEBESGUE,

professeur à la faculté de Bordeaux.

La règle d'Euclide qui donne des nombres parfaits essentiellement pairs, les donne-t-elle tous ? L'affirmative s'établit en deux mots ; mais quant à cette autre question : y a-t-il des nombres parfaits impairs ? elle reste pour moi tout à fait indécise ; j'ai bien démontré que xx , $x^ay^{\frac{1}{2}}$, xy^2z^4 , ne sauraient être impairs et parfaits ; le cas de xyz^2uz et quelques autres s'établissent peut-être de la même manière ; mais en laissant indéterminé le nombre des facteurs premiers impairs et différents $x, y, z, u, \dots$ je ne puis établir qu'il n'y a point de nombres parfaits impairs. Les propriétés que vous énoncez relativement aux nombres parfaits, doivent donc être attribuées aux nombres parfaits pairs.

Legendre dit que $2^3 - 1$ (*Théorie des nombres*, t. I, p. 229,

1830), est le plus grand des nombres premiers vérifiés. D'après la table que vous avez donnée, $2^{41} - 1$, $2^{47} - 1$ seraient premiers, et l'assertion de Legendre inexacte, ce qui est fort possible.

Théorème. L'équation des nombres parfaits

$$2 \cdot x^\alpha y^\beta z^\gamma \dots = (1+x+\dots+x^\alpha)(1+y+\dots+y^\beta)(1+z+\dots+z^\gamma) \dots \quad (1),$$

où $x, y, z, \dots$ sont des nombres premiers différents, est possible quand $x = 2$, ou pour les nombres pairs. L'équation devient alors

$$y^\beta z^\gamma \dots + \frac{y^\beta z^\gamma \dots}{2^{\alpha+1} - 1} = (1+y+\dots+y^\alpha)(1+z+\dots+z^\gamma),$$

dont l'impossibilité est manifeste, quand les exposants $\beta, \gamma, \dots$ sont autres que 1, 0, 0 ; ... mais pour ce cas, on obtient la solution d'Euclide.

Problème. L'équation (1) est-elle toujours impossible, quand les nombres $x, y, z, \dots$ sont impairs ?