

VIGNAL

**Démonstration géométrique de la formule
de trigonométrie** $\frac{b+c}{b-c} = \frac{\tan \frac{1}{2}(B+C)}{\tan \frac{1}{2}(B-C)}$

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 3
(1844), p. 456-457

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3_456_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1844, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

DÉMONSTRATION GÉOMÉTRIQUE

$$\text{De la formule de trigonométrie } \frac{b+c}{b-c} = \frac{\tan \frac{1}{2}(B+C)}{\tan \frac{1}{2}(B-C)}.$$

PAR M. VIGNAL,
professeur de mathématiques.

Pour résoudre un triangle rectiligne quelconque, dans lequel deux côtés b et c et l'angle compris A sont donnés, on a recours à la proportion

$$b+c : b-c :: \tan \frac{1}{2}(B+C) : \tan \frac{1}{2}(B-C).$$

Pour arriver à cette formule, on fait usage de proportions dont on a, il est vrai, une démonstration géométrique, mais qui n'apparaissent qu'à titre d'auxiliaires. On pourrait en éviter l'emploi de la manière suivante à l'aide de la géométrie.

Soit le triangle ABC (*fig. 61*), dont nous représenterons les côtés par a, b, c et les angles par A, B, C . Prenons, après avoir prolongé b , à droite et à gauche de A , une longueur AD et AD' égale au côté c . Joignons BD et menons la bissectrice AE de l'angle BAD . Enfin joignons D' et B , et élevons $D'F$ perpendiculaire à BD' .

Les droites AE et $D'B$ partageant DD' et DB en deux parties égales sont parallèles, donc $D'B$ est perpendiculaire à DB . Mais de ce que $D'F$ est perpendiculaire à $D'B$, $D'F$ et DB sont aussi parallèles.

Les deux triangles semblables $CD'F, CDB$ donnent la proportion

$$CD : CD' :: DB : D'F,$$

ou bien

$$b + c : b - c :: DB : D'F,$$

et en divisant les deux derniers termes par BD' ,

$$b + c : b - c :: \frac{DB}{BD'} : \frac{D'F}{BD'}.$$

Mais

$$\frac{DB}{BD'} = \text{tang } DD'B = \text{tang } DAE = \text{tang } \frac{1}{2}(B + C),$$

$$\begin{aligned} \frac{D'F}{BD'} &= (\text{tang } FBD') = \text{tang } (B - D'BA) = \text{tang } \left\{ B - \frac{1}{2}(B + C) \right\} = \\ &= \text{tang } \frac{1}{2}(B - C), \end{aligned}$$

donc enfin

$$\frac{b + c}{b - c} = \frac{\text{tang } \frac{1}{2}(B + C)}{\text{tang } \frac{1}{2}(B - C)}.$$