

ARISTIDE MARE

Théorème sur le triangle inscrit dans un cercle

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 3
(1844), p. 317-318

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__317_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1844, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉORÈME SUR LE TRIANGLE INSCRIT DANS UN CERCLE.

PAR M. ARISTIDE MARE,

élève du collège Saint-Louis (institution Barbet).

Soit ABC (Fig. 42), un triangle acutangle inscrit dans un cercle, dont le centre O est situé dans l'intérieur du triangle; si des trois sommets A, B, C, on mène les rayons AO, BO, CO, dont les prolongements rencontrent la circonférence aux points A', B', C', : les six points A, B, C, A', B', C', seront les sommets d'un hexagone inscrit, dont la surface sera double de celle du triangle ABC.

Remarquons d'abord que le diamètre AOA' divise l'hexagone en deux quadrilatères $AB'CA'$, $AC'BA'$ de même surface ; car le quadrilatère $AB'CA'$ se compose des triangles AOB' , $B'OC$, COA' respectivement égaux aux triangles BOA' , BOC' , $C'OA$ qui forment le quadrilatère $AC'BA'$. Tout se réduit donc à démontrer que le triangle ABC est équivalent au quadrilatère $AB'CA'$. Or, les triangles AOB , AOB' sont équivalents comme ayant des bases égales OB , OB' , et même hauteur. On a de même $BOC = B'OC$, et $AOC = A'OC$. Donc, $ABC = AB'CA'$.

La même démonstration s'applique à un triangle ABC , inscrit dans une ellipse dont le centre O serait intérieur au triangle ; car la démonstration est entièrement fondée sur ce que le point O est le milieu des trois droites AOA' , BOB' , COC' .

Si le centre du cercle est extérieur au triangle ABC (*fig. 43*), l'un des trois angles du triangle ABC sera obtus ; supposons que ce soit l'angle BAC , alors, le centre du cercle sera intérieur au triangle $A'BC$, et la surface de l'hexagone sera le double de la surface du triangle $A'BC$; ou, ce qui revient au même, la surface de l'hexagone sera le double de la somme des surfaces des triangles BAC , et BCB' .
