

FINCK

Théorème de Descartes

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 3
(1844), p. 316-317

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__316_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1844, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

THÉORÈME DE DESCARTES.

PAR M. FINCK,

professeur au collège de Strasbourg.

—

Il s'agit, comme on sait, de prouver que $(x-a) f(x)$ renferme au moins une variation de plus que $f(x)$.

1° La proposition est évidente si $f(x)$ n'a point de variation. Car le premier terme de $(x-a)f(x)$ est positif, et le dernier est négatif. Donc il y a au produit au moins une variation.

2° Je suppose notre proposition prouvée pour le cas où $f(x)$ renferme n variations, et je dis qu'elle est vraie s'il en renferme $n+1$. Car soit

$$f(x) = x^m + \dots \pm Ax^{\alpha} \mp Bx^{\alpha-1} \mp \dots \mp Lx^{\lambda}$$

Admettons que de x^m à x^{α} il y ait n variations, et que de x^{α} à x^{λ} il y en ait une seule, de sorte que $f(x)$ en contient $n+1$

On pourra supposer que i est 1, 2, 3, etc.; λ peut être nul ou non.

$(x-a)f(x)$ comprend deux parties; la première

$$\varphi(x) = (x-a)(x^m + \dots \pm Ax^{\alpha}),$$

renferme par hypothèse au moins une variation de plus que $x^m + \dots \mp Ax^{\alpha}$, c'est-à-dire au moins $n+1$; la seconde

$\psi(x) = (x-a)(\mp Bx^{\alpha-1} \dots \mp Lx^{\lambda})$ en contient au moins une d'après le premier cas. Mais le dernier de φ et le premier de ψ sont de même signe, et sont respectivement

$$\mp Aax^{\alpha} \mp Bx^{\alpha-i+1}$$

donc $\varphi x + \psi x$, ou $(x-a)fx$ a au moins $n + 1 + 1$ variations quand même i serait $= 1$. Donc, etc.

Or, la proposition est prouvée pour $n=0$, donc elle est complètement démontrée.

Note rectificative sur la construction des tables des sinus naturels (t. I, p. 272, et t. III, p. 12).

M. Fink déclare qu'il n'a jamais argué de faux les calculs de M. Vincent ; qu'il les trouve exacts ; que les quantités qu'il a négligées, étaient négligeables ; mais que seulement il a omis de prouver que ces quantités n'influent pas sur l'exactitude. De quoi d'ailleurs M. Vincent pouvait, peut-être, se dispenser, puisque à propos de *sinus*, il ne prétendait pas exposer une théorie complète des approximations. M. Fink ajoute que s'il a employé la méthode intégrale, c'est en vue d'abrégér ; et qu'il possède une méthode élémentaire très-simple qui sera insérée dans la seconde édition de la Trigonométrie, prête à paraître.
