

V.-A. LEBESGUE

Rectification relative aux racines complexes des équations algébriques

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 3
(1844), p. 145-146

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__145_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1844, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

RECTIFICATION

RELATIVE AUX

RACINES COMPLEXES DES ÉQUATIONS ALGÈBRIQUES.

PAR M. V.-A. LEBESGUE,

professeur à la faculté de Bordeaux.

La règle donnée à la page 46 du présent volume de ces *Annales*, pour trouver les racines complexes entières de l'équation $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$, à coefficients entiers complexes, et où il faut sans doute lire (ligne 5) : « Diviseurs du module de a_n » au lieu de « diviseurs de $a_n(a - b\sqrt{-1})$ » (*), peut se démontrer en deux mots. Soit $x = a + b\sqrt{-1}$, une racine entière, et $a_n = b_n + c_n\sqrt{-1}$, $\frac{b_n + c_n\sqrt{-1}}{a + b\sqrt{-1}}$ étant entiers; il en sera de même du module $\frac{b_n^2 + c_n^2}{a^2 + b^2}$, il faut donc prendre pour $a^2 + b^2$ des diviseurs de $b_n^2 + c_n^2$, en négligeant toutefois ceux dont le module surpasse la limite trouvée. Quant aux racines incomplexes a et $b\sqrt{-1}$, a et b doivent diviser à la fois b_n et c_n .

Cette règle, comme je le montrerai plus loin, est moins simple que la règle ordinaire qui prescrit d'essayer les diviseurs de $b_n + c_n\sqrt{-1}$, lesquels sont en nombre moindre que ceux donnés par la règle précédente. Mais pour l'appliquer, il faut préalablement exposer la décomposition des entiers complexes en facteurs simples.

(*) $a + b\sqrt{-1}$ étant la racine cherchée, $a_n(a - b\sqrt{-1})$ est inconnue. Cette méprise est de moi et non de M. Finck, qui d'ailleurs ne s'est occupé que d'équations à coefficients réels.

Dans ses *Recherches sur les formes quadratiques à coefficients et à indéterminées complexes* (*Journal de M. Crelle*, t. XXIV), M. Dirichlet s'exprime ainsi : « Quoique les propositions élémentaires de la Théorie des entiers complexes aient été déjà exposées par l'illustre Gauss , nous avons pensé qu'il pourrait être commode pour les lecteurs de trouver dans une courte introduction , celles de ces propositions dont nous aurons à faire usage. » (Page 4.)

Les six premières pages de cette introduction suffisent pour faire voir que la règle pour trouver les racines réelles entières des équations algébriques à coefficients entiers, s'applique aux racines entières complexes. M. Dirichlet ne se propose nullement cette question dans son Mémoire , dont les propositions principales sortent tout à fait du cadre des *Annales* ; on peut se faire une idée de la méthode suivie par M. Dirichlet en lisant son Mémoire sur cette proposition remarquable : « Toute progression arithmétique dont les deux premiers termes sont premiers entre eux , renferme une infinité de nombres premiers » Ce Mémoire a été publié en allemand , mais M. Terquem en a donné la traduction dans le *Journal de Mathématiques*. C'est un service rendu à la science des nombres.

Je me propose d'exposer dans ces *Annales* , quelques propositions élémentaires plutôt indiquées que développées dans l'introduction du Mémoire cité plus haut. Je commencerai par donner la décomposition des entiers complexes en facteurs simples , d'où dérive immédiatement la règle pour trouver les racines complexes entières des équations algébriques à coefficients entiers.