

HUET

**Questions d'examen. Modifier une formule
géométrique quand les unités de volume,
de surface et de ligne changent**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 2
(1843), p. 441-444

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2__441_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1843, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS D'EXAMEN.

*Modifier une formule géométrique quand les unités de volume,
de surface et de ligne changent.*

PAR M HUET,

Regent de physique au Collège de Pamiers

Plusieurs questions de ce genre sont adressées souvent dans les examens. pour donner l'idée de la méthode qu'on doit suivre, nous allons particulièrement traiter les deux questions suivantes.

1° Modifier la formule $P = \frac{1}{3} BH$ du volume de la pyramide en prenant la sphère pour unité de volume, son grand cercle pour unité de surface, et son rayon pour unité de longueur; au lieu du cube, de sa face et de son arête, comme on le fait ordinairement et comme le suppose la formule ci-dessus.

2° Ou encore en prenant le tétraèdre régulier pour unité

de volume, sa face pour unité de surface, et son côté pour unité de longueur.

Ces deux questions sont les mêmes et peuvent se résoudre d'une manière analogue. Elles se réduisent à comparer $\frac{1}{3} BH$ avec la mesure ordinaire de la sphère, et avec celle du tétraèdre en mettant en évidence les nouvelles unités de surface et de ligne.

Sphère = $\frac{4}{3} C.R$, C étant son grand cercle.

Donc $\frac{\text{Pyr}}{\text{Sph}} = \frac{BH}{4CR} = \frac{1}{4} \cdot \frac{B}{C} \cdot \frac{H}{R} = \frac{1}{4} B'H' = \frac{1}{4} BH$, en suppri

mant les accents; d'où $P = \frac{1}{4} BH$, ce qui étonnerait beau-

coup en langage ordinaire. Mais le véritable sens de cette nouvelle formule abrégée serait : le rapport de la pyramide à la sphère prise pour unité égale le quart du produit du rapport de sa base au grand cercle par celui de sa hauteur au

rayon, comme l'indique la formule $\frac{P}{\text{Sph}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{B}{C} \cdot \frac{H}{R}$, dans la-

quelle les trois espèces d'unités sont en évidence, au lieu qu'elles sont sous entendues dans $P = \frac{1}{4} BH$: tout comme la

première $P = \frac{1}{3} BH$ est l'abrégé de $\frac{P}{K} = \frac{1}{3} \cdot \frac{B}{q} \cdot \frac{H}{c}$, K désignant

le cube pris pour unité, q l'une de ses faces, et c le côté.

Le tétraèdre régulier ayant pour mesure ordinaire $\frac{1}{3} bh$,

en le désignant par t on aura $\frac{P}{t} = \frac{BH}{bh} = \frac{B}{b} \cdot \frac{H}{h}$. Il reste à

évaluer h en c qui est le côté du triangle équilatéral. En désignant par r le rayon du cercle circonscrit à ce triangle, on a

$$h = \sqrt{c^2 - r^2} = \sqrt{c^2 - \frac{c^2}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} c = \frac{1}{3} c \sqrt{6}.$$

Ponc

$$\frac{H}{h} = \frac{3H}{c\sqrt{6}} = \frac{H}{c} \cdot \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{1}{2}\sqrt{6} \cdot \frac{H}{c}.$$

Donc

$$\frac{P}{t} = \frac{1}{2}\sqrt{6} \frac{B}{b} \cdot \frac{H}{c} = \frac{1}{2}\sqrt{6} \cdot B' \cdot H' \quad \text{ou} \quad P = \frac{1}{2}\sqrt{6} BH,$$

en faisant $b = 1$, $c = 1$, $t = 1$, unités de surface, de ligne et de volume, qu'il ne faudra pas oublier dans l'énoncé et la traduction.

C'est encore ainsi par exemple, qu'un cercle serait mesuré par le carré de son rayon, si on prenait un cercle particulier pour unité de surface et son rayon pour unité de longueur. En effet, en désignant ces deux cercles par C , c , et leurs rayons par R et r , on aurait

$$\frac{C}{c} = \frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{R^2}{r^2} = \frac{R}{r} \cdot \frac{R}{r} = \left(\frac{R}{r}\right)^2 \quad \text{d'où} \quad C = R^2,$$

en supposant $c = 1$, $r = 1$. Cette équation serait évidemment fausse, si on l'énonçait ainsi : « Un cercle est égal au carré de son rayon. » Puisque son aire est $> 3R^2$ et $< 4R^2$. On devrait dire : « Un cercle a pour mesure, le carré de son rayon, » ou plus exactement : « Le rapport d'un cercle à un autre, égale le carré du rapport du premier rayon au second, comme l'indique $\frac{C}{c} = \left(\frac{R}{r}\right)^2$. »

Par la même raison une sphère aurait pour mesure le cube de son rayon, ce qui voudrait dire que le rapport d'une sphère à une autre, égale le cube du rapport des deux rayons.

Si on voulait évaluer un cylindre droit en prenant pour unité de volume un cylindre, sa base pour unité de surface, et sa hauteur pour unité de longueur, on aurait la même formule

$$\frac{\text{Cyl}}{\text{cyl}} = \frac{BH}{bh} = \frac{B}{b} \cdot \frac{H}{h} \quad \text{ou} \quad \text{Cyl} = BH.$$

en supposant $\text{cyl} = 1$, $b = 1$, $h = 1$. Mais il faudrait que B fût évalué en b , et H en h .

La géométrie est remplie de ces mesures abrégées, dont le véritable sens est facile à rétablir quand on remonte à leur origine.