

EDOUARD MERLIEUX

Élimination entre deux équations du 2e degré à deux inconnues

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 2
(1843), p. 34-35

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2_34_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1843, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ÉLIMINATION

ENTRE DEUX ÉQUATIONS DU 2^e DEGRÉ A DEUX INCONNUES.

PAR M. MERLIEUX (ÉDOUARD).

Soient les deux équations suivantes entre lesquelles il faut éliminer y :

$$Ay^2 + Bxy + Cx^2 + Dy + Ex + F = 0$$

$$A'y^2 + B'xy + C'x^2 + D'y + E'x + F' = 0$$

ou bien , ordonnant par rapport à y ,

$$Ay^2 + (Bx + D)y + Cx^2 + Ex + F = 0$$

$$A'y^2 + (B'x + D')y + C'x^2 + E'x + F' = 0$$

Posant

$$M = Bx + D; \quad M' = B'x + D'; \quad N = Cx^2 + Ex + F;$$

$$N' = C'x^2 + E'x + F',$$

on peut mettre ces équations sous la forme

$$Ay^2 + My + N = 0 \qquad A'y^2 + M'y + N' = 0$$

Multipliant la première par A' , la seconde par A , et retranchant le dernier résultat du premier, il vient

$$(MA' - AM')y + NA' - AN' = 0 \quad \text{d'où } y = \frac{AN' - A'N}{MA' - AM}$$

Remplaçant M , M' , N , N' , par leurs valeurs :

$$\begin{aligned} y &= \frac{A(C'x^2 + E'x + F') - A'(Cx^2 + Ex + F)}{A'(Bx + D) - A(B'x + D')} \\ &= \frac{(AC' - A'C)x^2 + (AE' - A'E)x + (AF' - A'F)}{(A'B - AB')x + (A'D - AD')} \end{aligned}$$

Désignons, avec Bezout, $(AC' - A'C)$ par la notation $[AC']$; de même $(AE' - A'E)$ par $[AE']$, et ainsi des autres; on a

$$y = \frac{[AC']x^2 + [AE']x + [AF']}{[A'B]x + [A'D]};$$

remplaçons y par sa valeur, dans la première équation,

$$\begin{aligned} \text{on aura} \quad & A \left\{ \frac{[AC']x^2 + [AE']x + [AF']}{[A'B]x + [A'D]} \right\}' \\ & + (Bx + D) \left[\frac{[AC']x^2 + [AE']x + [AF']}{[A'B]x + [A'D]} \right] + Cx^2 + Ex + F = 0 \\ & A [[AC']x^2 + [AE']x + [AF']]^2 \\ & + (Bx + D) [[AC']x^2 + [AE']x + [AF']] [[A'B]x + [A'D]] \\ & + (Cx^2 + Ex + F) [[A'B]x + [A'D]]^2 = 0 \end{aligned}$$

Ordonnant par rapport à x , et simplifiant les coefficients, il vient, après avoir divisé par A ,

$$\begin{aligned} & [[AC']^2 - [AB'] [BC']] x^4 \\ & + [2[AC'] [AE'] - [AB'] ([BE'] - [CD']) - [BC'] [AD']] x^3 \\ & + [[AE']^2 + 2[AC'] [AF'] - [AB'] ([BF'] + [DE']) - [AD'] ([BE'] - [CD'])] x^2 \\ & + [2[AF'] [AE'] - [AD'] ([BF'] + [DE']) - [AB'] [DF']] x \\ & + [[AF']^2 - [AD'] [DF']] = 0 (*). \end{aligned}$$

(*) Bezout, *Théorie générale des équations*, p. 236. Dans le coefficient de x de cet auteur, il faut mettre ef' au lieu de ef .