

JACOB

Questions d'examen

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 2
(1843), p. 307-308

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2__307_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1843, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS D'EXAMEN.

PAR M. JACOB,

Capitaine d'artillerie.

THÉORÈME.

La perpendiculaire abaissée du foyer sur une corde, rencontre la directrice au même point que le diamètre conjugué de cette corde. (J'ai démontré cette propriété pour les trois courbes, dans ma géométrie analytique.) (*fig. 62*).

L'équation d'une corde CD quelconque étant

$$y = mx + n, \quad (1)$$

Celle de son diamètre est

$$y = -\frac{b^2}{a^2 m} x. \quad (2)$$

celle de la perpendiculaire abaissée du foyer sur la corde est

$$y = -\frac{1}{m} (x + c). \quad (3)$$

L'élimination de y entre (2) et (3), nous donnera l'abscisse du point S où les droites FP et OV se rencontrent. Or, on trouve ainsi que

$$x = -\frac{a^2}{c}.$$

Le point S appartient donc à la directrice. C. Q. F. D.

L'ordonnée du point S est $y = \frac{b^2}{cm}$.

Les applications de ce théorème sont fréquentes. Entre autres choses, on en conclut que si du foyer on abaisse une perpendiculaire sur une corde ; si l'on joint le point où cette

perpendiculaire coupe la directrice avec le milieu de la corde, on aura la direction du diamètre de cette corde.

Considérons le diamètre VZ de la corde CD, comme une corde faisant partie d'un système de cordes parallèles. L'équation de VZ est

$$y = -\frac{b^2}{a^2 m} x. \quad (2)$$

Du foyer F j'abaisse une perpendiculaire sur VZ; son équation est

$$y = \frac{a^2 m}{b^2} (x + c). \quad (4)$$

Cette perpendiculaire FG va couper la directrice en un point U, dont l'abscisse est

$$x = -\frac{a^2}{c}$$

et l'ordonnée

$$y = \frac{a^2 m}{b^2} \left(c - \frac{a^2}{c} \right) = \frac{a^2 m (a^2 - b^2 - a^2)}{b^2 c} = -\frac{a^2 m}{c}.$$

Donc, en joignant le point O au centre U, milieu de la corde VZ, on aura le diamètre du système des cordes dont VZ fait partie.

Mais l'équation de OU est de la forme $y - y' = \frac{y' - y''}{x' - x''}$ ($x - x'$) qui devient, vu que $x' = 0, y' = 0$,

$$y = \frac{\frac{a^2 m}{c}}{\frac{a^2}{c}} \text{ ou } y = mx.$$

Donc, le diamètre cherché est parallèle aux cordes que VZ divise en deux parties égales.