

GÉRONO

Note sur une démonstration des analogies de Néper

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 2 (1843), p. 222-223

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2__222_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1843, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE

Sur une démonstration des analogies de Néper.

—

Soient A, B, C, les trois angles d'un triangle sphérique ABC (fig. 37) et a, b, c , les côtés opposés, nous supposons $a > b$, il faut démontrer que

$$\sin \frac{1}{2} (a+b) : \sin \frac{1}{2} (a-b) :: \cot \frac{C}{2} : \tan \frac{1}{2} (A-B).$$

Je prends $CD = CA = b$, et le point M milieu de DB; il en résulte $CM = \frac{1}{2} (a+b)$, et $BM = \frac{1}{2} (a-b)$. Au point M j'é-

lève sur BD l'arc perpendiculaire MP ; puis, je divise en deux parties égales l'angle ACB, par l'arc CP qui rencontre MP, au point P. Ce point sera un des pôles du petit cercle passant par A, D, B ; car l'égalité des triangles ACP, CPD, donne $PA = PD$; et d'ailleurs $PD = PB$. De plus, l'angle $PBC = 90^\circ - \frac{1}{2}(A - B)$. En effet, les angles PAB, PBA étant égaux entre eux, on a : $PAC - PBC = A - B$. Mais, $PAC + PBC = 180^\circ$, puisque $PAC = PDC$ et $PBC = PDB$. Donc $PBC = 90^\circ - \frac{1}{2}(A - B)$.

Cela posé, les triangles rectangles PMC, PMB, donnent : $\text{Cotang PCM} = \text{cotang PM} \times \sin \text{CM}$, $\text{cotang PBM} = \text{cotang PM} \times \sin \text{BM}$. Donc, $\sin \text{CM} : \sin \text{BM} :: \text{cotang PCM} : \text{cotang PBM}$, ou

$$\sin \frac{1}{2}(a+b) \cdot \sin \frac{1}{2}(a-b) :: \cot. \frac{C}{2} : \text{tang } \frac{1}{2}(A-B) (*).$$

On sait que les trois autres analogies se déduisent simplement de cette première.

G.