

PERREY

Extrait d'une lettre de M. Perrey

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 1
(1842), p. 95-97

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__95_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1842, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

EXTRAIT D'UNE LETTRE

DE

M. PERREY,

Professeur suppléant à la faculté des sciences de Dijon.

Si dans l'équation de l'ellipse rapportée à son sommet de gauche,

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2} (2ax - x^2)$$

on pose :

$$a - \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{p}{2},$$

ou

$$b^2 = ap - \frac{p^2}{4},$$

on trouve, comme on le sait :

$$(1) \quad y^2 = 2px - \frac{px(p+2x)}{2a} + \frac{p^2x^2}{4a^2}.$$

Si l'on regarde p comme constant et qu'on fasse croître a de plus en plus, on aura une série d'ellipses de plus en plus allongées, mais qui auront un sommet et un foyer communs. Enfin, pour $a = \infty$, on trouve $y^2 = 2px$; d'où l'on conclut que la parabole est une ellipse infiniment allongée.

Mais, au lieu de faire croître a , faisons le décroître, et pour faciliter la discussion, posons $2a = \frac{P}{k}$. L'équation (1) devient :

$$(2) \quad y^2 = p(2-k)x + k(k-2)x^2.$$

Maintenant, faisons varier k de 0 à $+\infty$, et de $-\infty$ à 0. Nous aurons ainsi, pour

$k = 0$, la parabole limite ;

$k > 0$, et < 1 , des ellipses de moins en moins allongées; a ayant une valeur finie plus grande que $\frac{P}{2}$, et $b < a$.

$k = 1$, un cercle ; $a = \frac{P}{2}$, et $b = a$.

$k > 1$ et < 2 ; nouvelles ellipses; c'est supposer $a < \frac{P}{2}$, et $> \frac{P}{4}$; et toujours $b < a$.

$k = 2$, une droite limitée, l'ellipse se réduit à son grand axe. On a alors, $a = \frac{P}{4}$, et $b = 0$; les foyers sont aux sommets.

$k > 2$, hyperboles dont le sommet de gauche est à l'origine: on a $a < \frac{P}{4}$, et b est imaginaire. k augmentant, a diminue de plus en plus; l'angle des asymptotes avec l'axe des x augmente, et pour

$k = +\infty$, cet angle est droit; l'hyperbole se réduit à ses asymptotes qui se confondent avec la tangente au sommet.

$k = -\infty$, même valeur.

$k < 0$, mais fini : nouvelles hyperboles dont le sommet est à l'origine. A mesure que k diminue en valeur absolue, a augmente en restant négatif, b est toujours imaginaire, et l'angle des asymptotes avec l'axe des x diminue, de manière que pour

$k = 0$, on a de nouveau la parabole limite. La parabole peut donc être considérée aussi comme la limite des hyperboles dont l'axe transverse augmente indéfiniment, ou dont la branche de gauche est à l'infini.

Il n'est donc pas exact de dire, d'une manière absolue, que la parabole a un centre, et qu'il est situé à l'infini. La parabole a deux centres situés à l'infini, l'un du côté des x positifs, l'autre du côté des x négatifs. Mais, il est plus simple de dire que la parabole est la limite des ellipses dont le grand axe tend vers $+\infty$, et des hyperboles dont le premier axe tend vers l'infini négatif.