# Extraits de journaux

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 1 (1842), p. 513-519

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__513_1>

## EXTRAITS DE JOURNAUX.

### COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE, 1842.

*Perturbation d'Uranus.*

MM. Delaunay (Ch.) et Le Verrier. Polémique.

Séance du 7 mars, M. Hansen de Gotha, ayant découvert dans la longitude d'Uranus deux nouveaux termes de l'ordre du carré de la force perturbatrice, M. Delaunay a vérifié ces termes et en a constaté l'existence; l'un d'une période de 1608 ans, et l'autre de 88 ans et demi; et a de plus signalé un troisième terme d'une période de 80 ans.

14 mars. M. Delaunay signale deux nouveaux termes; mais, cette fois, du premier ordre, l'un de $73^{ans},2$ et l'autre de 98,6, et d'après cela, croit nécessaire de soumettre à une révision complète les tables d'Uranus.

28 mars. M. Le Verrier essaye de démontrer que de deux nouveaux termes signalés par M. Delaunay, le premier est effectivement nouveau, mais n'existe pas; le second existe, mais n'est pas nouveau, vu qu'on en a tenu compte dans les calculs de la *Mécanique céleste*.

18 avril. M. Delaunay essaye de réfuter les raisonnements de M. Le Verrier et soutient que ses deux inégalités *existent*, et sont *nouvelles*, vu qu'elles ne sont pas données *explicitement*, dans la *Mécanique céleste;* mais il reconnaît qu'elles y sont *implicitement* et qu'on en a tenu compte dans la construction des tables.

3 mai (p. 660). M. Le Verrier prend acte de l'aveu de son adversaire, relativement à la méthode de calcul de la *Mécanique céleste*, et il repousse les attaques dirigées contre la construction des tables d'Uranus. Il y a deux moyens de calculer la longitude d'une planète; le premier, en partant du mouvement moyen considéré comme uniforme, on a égard aux inégalités elliptiques de la planète, et ensuite aux perturbations dues à l'action des autres planètes; ce moyen n'est pas celui qu'on a suivi dans la construction des tables, et c'est celui dont M. Delaunay s'est servi; le second moyen recommandé spécialement par Laplace pour le calcul d'Uranus, prend pour point de départ, le mouvement moyen, mouvement perturbé; c'est celui qu'on a suivi dans la construction des tables d'Uranus, et dont M. Delaunay ne s'est pas servi; il n'est donc pas surprenant qu'il soit parvenu à des résultats différents; M. Le Verrier fait observer encore que la longitude perturbée n'est autre chose que la quantité angulaire dont la planète s'écarte de sa position elliptique; ne pouvant calculer cet écart par un seul terme, on le décompose en plusieurs; que cette décomposition est un problème indéterminé; pourvu que la somme des parties représente l'écart, le reste est arbitraire; chacun peut trouver *ad libitum* d'autres termes composants, c'est le terme résultant qu'on juge. Dire donc avec M. Delaunay qu'un tel terme composant existe, mais que les astronomes ne s'en servent pas, ce n'est rien dire : *sub judice lis est.*

*Arénaire d'Archimède;* M Chasles.

11 avril. Personne ne peut mieux connaître le but que se propose Archimède, dans cet ouvrage, qu'Archimède lui même. Il débute ainsi: « Plusieurs pensent, ô roi Gélon, que le nombre des *grains* de sable est infini : non pas de celui seulement qu'on trouve aux environs de Syracuse et dans toute la Sicile, mais de celui qui est répandu dans toutes les parties de la terre habitée et non habitée. D'autres bien qu'ils ne regardent pas ce nombre comme infini, pensent qu'il n'existe pas de grandeur, qu'on ne peut dire le *nom* d'une grandeur surpassant la multiplicité de ces grains. Par là il est évident que les personnes de cette opinion, si elles imaginaient un tas de sable capable de remplir et de niveler toutes les profondeurs de la mer, toutes les cavités de la terre, jusqu'aux sommets des plus hautes montagnes, soutiendraient encore bien plus, qu'il est impossible d'assigner un nombre supérieur aux grains d'un tel tas. Mais moi, je vais essayer de faire voir le contraire par des démonstrations irrecusables, au moyen desquelles tu pourras reconnaître que quelques-uns des nombres, *dénommés* dans mes livres adressés à Zeuxippe (*), surpassent non-seulement le nombre des grains de sable qui puissent remplir toute la terre, mais encore la masse de sable, égal en volume à tout l'univers (**). »

Ce mot *univers* désigne chez Archimède la sphère des planètes, celle qui a pour diamètre, celui de l'orbite solaire, ou du zodiaque. D'après des observations qui portent l'empreinte de son génie, Archimède conclut que le diamètre de l'univers est moindre que dix millions de Stades (180000 myriamètres), et d'après des mesures comparées, il trouve qu'un grain de pavot a un diamètre moindre qu'un $\frac{1}{40}$ de

(*) Ces livres sont malheureusement perdus.

(**) *Sicuti enumerari non possunt stellæ cœli et metiri arena maris.* Jer. 33, 22 doigt ($0^m,000468$), et que ce même grain de pavot, équivaut à dix mille grains de sable. Maintenant, il a tous les éléments de la question. Il s'agit seulement de trouver une *dénomination courte* pour exprimer le nombre de fois qu'une sphère ayant pour diamètre $486.10^{-7}$, est contenu dans une sphère d'un diamètre égal à $18.10^4$ mètres. Or les Grecs comme tous les peuples anciens se servaient d'une numération parlée, décuple, et employaient cinq mots, savoir : unité, dizaine, centaine, mille, myriade; ensuite dix myriades, cent myriades, mille myriades, et myriades de myriades, et ainsi de suite, en répétant sans cesse les mêmes mots. Pour éviter ces fastidieuses répétitions, Archimède a recours à un expédient qui, moins la notation, a tous les avantages de nos exposants. Il établit une progression géométrique ayant l'unité pour premier terme et un myriade ($10^4$) pour raison, et partage cette progression en groupes de huit termes, en octades. Ce moyen permet déjà d'exprimer des nombres très-considérables; Archimède n'en reste pas là; de cent millions d'octades, il compose une première période; de cent millions de ces périodes, une seconde période; de sorte que pour exprimer le nombre énorme de l'unité suivie de huit cent millions de zéros, il lui suffit de dire que c'est le premier terme ou l'unité de la deuxième période. A cette occasion, il fait la remarque, devenue si célèbre, que dans une telle progression, le produit des termes peut s'obtenir par l'addition, premier germe de la théorie logarithmique. Enfin, après diverses évaluations, il conclut que le nombre de grains de sable que peut contenir l'Univers, est moindre que le huitième terme de la huitième octade, c'est-à-dire moindre que l'unité suivie de soixante-trois zéros ou que $10^{63}$.

« Je sais bien, ô roi Gélon, dit-il en terminant, que cela paraîtra incroyable au vulgaire, à ceux qui sont inexpérimentés dans les sciences mathématiques; mais que cela paraîtra suffisamment croyable, vu les preuves, à ceux qui s'y sont essayés et qui ont fait des recherches sur les distances des corps célestes, sur la grandeur de la Terre, du Soleil, de la Lune et de l'Univers entier, c'est pour cela que je n'ai pas jugé inconvenant de consacrer à cet objet quelques méditations »

En faisant une excellente et lumineuse analyse de l'Arénaire, M. Chasles a eu pour but de montrer, que cet ouvrage ne pouvait jeter aucun jour sur la question de savoir si les anciens faisaient aussi usage dans les calculs d'une numération *écrite*, décuple ; en d'autres termes, les anciens se servaient-ils d'un caractère analogue à notre zéro, en remplissant les fonctions ? toute la question est là. Car M. Chasles a parfaitement établi que les *abaques* servaient à traiter les unités décuples, comme des unités complexes ; mais l'existence même de ces abaques semble prouver l'absence du zéro, et quand le zéro a paru avec la numération indoue-arabe, les abaques ont disparu.

25 avril. Rapport sur un compas propre à tracer toutes sortes d'ellipses, par M. Puissant. Les inventeurs de compas, MM. Hamann et Hempel ont pris pour base de leur construction ce théorème : soient OA, OB, le demi-grand axe et le demi-petit axe d'une ellipse ; du point O comme centre, soient décrites successivement, avec les rayons OA, OB deux circonférences. Menons un rayon quelconque ON à la grande circonférence, coupant la petite au point M. Sur MN comme diamètre décrivant une circonférence, elle coupe l'ellipse en un point P tel que la corde MP sera parallèle au grand axe, et l'arc MP soutendu par cette corde est le double de l'arc MB, de la circonférence inscrite. Par là, on comprend facilement, que si un point décrit une circonférence et qu'un second point tourne autour du premier et dans le même plan, avec une vitesse angulaire double et dirigée dans le sens opposé, ce second point décrira une ellipse. Par exemple, si la

Terre décrivait une circonférence autour du Soleil, d'un mouvement uniforme d'occident en orient, en 360 jours sidéraux, et si la Lune décrivait autour de la Terre une circonférence dans le même plan, d'un mouvement uniforme, d'orient en occident, en 180 jours sidéraux; alors la Lune décrirait, dans l'espace absolu, une ellipse.

Le compas ellipsographe se compose : 1° d'une roue dentée, horizontale fixe, surmontée à son centre d'un manche vertical; 2° ce manche est traversé perpendiculairement d'une verge portant à son extrémité un pignon horizontal mobile, dans le plan de la roue et ayant un rayon moitié moindre, et ce pignon a une tige horizontale, dans le prolongement de la verge; cette tige porte verticalement un crayon ou un tire-ligne; 3° la roue et le pignon engrènent avec une crémaillère horizontale, posée dans les gorges de deux roulettes à ressort, qui tiennent toujours la crémaillère appliquée contre la roue et le pignon. Faisant tourner le manche autour de son axe, il communique un mouvement de rotation à la roue fixe, de rotation et de translation à la crémaillère; le centre du pignon aura même vitesse angulaire que la roue fixe et les points de sa circonférence auront une vitesse angulaire double en sens opposé; ainsi, en vertu de ce double mouvement, le crayon tracera une ellipse dont les dimensions dépendent des distances du crayon aux centres du pignon et de la roue, distances que l'instrument permet de faire varier.

On a omis de mentionner une donnée décisive, le prix de l'instrument (*).

3 mai (p. 654). J. Binet. Note sur l'usage du calcul des variations pour l'intégration des équations à dérivées partielles du premier ordre, renfermant un nombre quelconque de variables indépendantes.

Le mémoire du profond géomètre a pour but de simplifier,

(*) En 1839, M. Michel Léninn, ingénieur russe, a inventé un ellipsographe fondé sur le même principe.

à l'aide de la méthode des variations, les résultats obtenus par l'illustre M. Jacobi. Un cas particulier avait déjà éte traité par M. Binet dans le *Journal de l'École Polytechnique* (t. XVIII La même analyse est généralisée, dans cette note, qui sera développée dans un mémoire spécial.

3 mai (p. 634). Blanchet (P.-H.). Sur les ondes successives. Note.