

A. VACHETTE

Démonstration du théorème 36

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 1
(1842), p. 507-508

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__507_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1842, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

DÉMONSTRATION DU THEOREME 36 (p. 395).

PAR M. A. VACHETTE.

Ellipse et hyperbole (fig. 101).—On doit avoir $NT = \frac{MF \cdot MF'}{MP}$.

La tangente MT a pour équation

$$a^2 y y' + b^2 x x' = a^2 b^2 ;$$

donc on aura $OT = \frac{a^2}{x'}$.

La normale MN a pour équation

$$y + y' = \frac{a^2 y'}{b^2 x'} (x - x'); \text{ donc } ON = -\frac{b^2 x'}{a^2} + x' = \frac{c^2 x'}{a^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } NT = OT - ON &= \frac{a^4 - c^2 x'^2}{a^2 x'} = \frac{\left(a + \frac{c}{a} x'\right) \left(a - \frac{c}{a} x'\right)}{x'} \\ &= \frac{MF \cdot MF'}{MP}. \qquad \text{C. Q. F. D.} \end{aligned}$$

Parabole (fig. 102). — On doit avoir $NT = 2MF$.

La tangente MT a pour équation $yy' = p(x + x')$,

donc $AT = -x'$.

La normale MN a pour équation $y - y' = -\frac{y'}{p}(x - x')$;

donc $AN = p + x'$.

Or $NT = AN - AT$, car AT est négatif. Donc

$$NT = p + 2x' = 2\left(\frac{1}{2}p + x'\right) = 2MF.$$
