NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

TERQUEM

Note historique sur les foyers et les focales

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 1 (1842), p. 421-422

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__421_0>

Note historique sur les foyers et les focales.

1. *Foyers.* Avant Apollonius, les sections coniques s'obtenaient en coupant le cône droit par un plan perpendiculaire à une arête; pour obtenir les trois, il fallait par conséquent trois cônes différents; aussi ces courbes portaient le nom de sections du cône acutangle, du cône rectangle et du cône obtusangle. Apollonius a, le premier (247 av. J.-C.), considéré le cône oblique, et des sections perpendiculaires au plan diamétral principal; et il a appelé ces sections, d'après les propriétés de leurs paramètres, ellipse, parabole, hyperbole, noms (*) qu'elles ont conservés. Il connaît les foyers de l'ellipse et de l'hyperbole, et les nomme *puncta ex comparatione facta*, à raison de leur mode de construction; il détermine ces foyers en disant: chacun partage le grand axe de l'ellipse ou l'axe transverse de l'hyperbole en deux segments, dont le produit est égal au carré du demi-axe conjugué; il ne parle pas du foyer de la parabole (**). Depuis, on a étudié et découvert les propriétés de ces points, auxquels les lois de Kepler ont assigné une place importante dans le système du monde. Euler est le premier qui ait établi cette définition analytique du foyer: Le foyer est un point situé dans le plan de la courbe, et tel que sa distance à chaque point de la courbe est une fonction rationnelle de l'abscisse du point de la courbe. M. Bret a complété cette belle définition en l'étendant aux deux coordonnées de ce point; et ainsi complétée, elle sert maintenant de base à la recherche des foyers (V. p. 131). M. Vachette généralise encore davantage, et suppose les foyers situés hors du plan de l'ellipse, et démontre que le lieu des foyers est une hyperbole, et *vice versâ;* à quoi l'on peut ajouter : 1° Que la somme des distances d'un point

---

(*) Le second déjà employé par Archimède (247 av. J.-C.).

(**) Euclide, dans sa Captoptrique, se sert du mot foyer pour les miroirs sphériques. Il n'est pas question des coniques dans cet ouvrage.

de l'ellipse à deux foyers, situés sur deux branches différentes de l'hyperbole, est constante ; 2° que, d'après le beau théorème qu'on doit à M. Demonferrand, les cônes qui ont pour base l'ellipse, et pour sommet les foyers, sont tous des cônes de révolution.

2. *Focales*. Ces courbes du 3e degré, dont M. Perrey a traité dans le numéro précédent (p. 361), ont été étudiées pour la première fois, et dans le cône droit, par M. Quetelet dans une dissertation *De quibusdam locis geometricis necnon de curva focali*, Gand, 1819. De nouvelles propriétés de ces lignes sont consignées dans un mémoire de M. Dandelin (Acad. de Bruxelles, t. II, p. 169). Enfin M. Rees, professeur à Liége, a généralisé les résultats et les a transportés dans le cône oblique (Correspondance mathém., t. V, p. 361); M. Le François en a fait l'objet de sa thèse, *Dissertatio inauguralis mathematica de quibusdam curvis geometricis*, in-4°, Gand, 1830 ; mais M. Chasles est le géométre qui a donné la plus grande extension à la doctrine des focales ; il en indique cette ingénieuse construction : Si d'un point fixe, on mène des tangentes à deux cercles situés dans un même plan, et assujettis à avoir un axe radical fixe et leurs centres sur une droite fixe, le lieu géométrique des points de contact est une focale. (Corresp, math., t. VI, p. 207.) Tm.