

TERQUEM

Analyse d'ouvrages

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 1
(1842), p. 401-408

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__401_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1842, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

ANALYSE D'OUVRAGES.

Application de la méthode des projections à la recherche de certaines propriétés géométriques ; par L. A. S. Ferriot, recteur honoraire de l'Académie de Grenoble, Paris 1838. 1 v. in-8 de 103 pages, 4 pl. ()*.

L'art de découvrir les propriétés d'une certaine courbe, à l'aide des propriétés d'une seconde ayant certaines relations avec la première, n'a rien de nouveau. Il remonte au moins au siècle de Newton ; dans les *principes*, le lemme 22 du

(*) Chez Bachelier. Libraire. Prix, 3 fr.

premier livre porte pour énoncé *Figuras in alias ejusdem generis figuras mutare*. Newton effectue cette mutation, par un procédé synthétique qui revient analytiquement à considérer les deux variables de la courbe comme des fonctions de deux nouvelles coordonnées inclinées sous un nouvel angle, ce qu'on peut faire d'une infinité de manières sans changer le degré de l'équation, genre de transformation dont on a tiré récemment un parti si fécond. Newton ajoute: *inservit autem hoc lemma solutioni difficiliorum problematum, transmutando figuras in simpliciores: nam rectæ quævis convergentes transmutantur in parallelas... Si recta aliqua tangat lineam curvam in figurâ primâ, hæc recta eodem modo cum curva in figuram novam translata tanget lineam illam curvam in figurâ novâ et contra. Postquam autem problema solvitur in figurâ novâ, si per inversas operationes transmutetur hæc figura in figuram primam, habebitur solutio quæsitâ. Utile est etiam hoc lemma in solutione solidorum problematum, etc.*

On voit bien que Newton connaissait toute l'importance de son lemme; plus tard on a eu l'idée de recourir aux solides et de considérer la courbe transformée comme la perspective de la première courbe; c'est ainsi qu'un géomètre, a composé en allemand un traité des sections coniques où toutes les propriétés de ces lignes sont déduites à l'aide des projections perspectives, de celles du cercle, et de la droite. En combinant cette méthode intuitive, avec le changement de variable indiqué ci-dessus, M. Dupin (Charles), est parvenu à transporter même les propriétés de courbure d'une surface dans une autre et à découvrir ces belles lois qui régissent les formes intimes des surfaces algébriques en général (*). La facilité, la fécondité de ces procédés, rendent très-désirables leur introduction dans l'enseignement. C'est le but que s'est pro

* Developpements de géométrie in-4 1813

posé depuis longtemps l'honorable recteur de l'Académie de Grenoble. En 1812, il a inséré à ce sujet un mémoire dans le tome II des *Annales* de Gergonne. Le présent ouvrage est pour ainsi dire le développement de ce mémoire.

Les propositions préliminaires (9 — 12), contiennent les théorèmes et les problèmes principaux nécessaires à la méthode projective. Il y en a plusieurs que l'auteur considère comme *nouveaux*, entre autres celui-ci : *Trouver un plan sur lequel la somme des projections de tant de droites qu'on voudra situées d'une manière quelconque dans l'espace, est un maximum.*

Théorème nouveau ainsi énoncé : Si par les trois sommets A, B, C d'un triangle quelconque, et par un point pris comme on voudra dans son plan, on mène trois droites qui rencontrent les côtés AB, AC, BC ou leurs prolongements en des points M, N, P; puis que sur les côtés d'un autre triangle *abc*, on place trois autres points *m, n, p*, comme les trois premiers sont placés sur les côtés du premier triangle, les droites *an, bp, cm*, passeront par un seul et même point *k*.

La démonstration est facile, soit par la considération des *segments*, soit par les théorèmes de statique, en regardant le point de rencontre, comme le centre de forces parallèles agissant aux sommets du triangle.

Voici, à cette occasion, un théorème analogue, assez utile à connaître :

Si parmi les six points d'intersection d'une conique avec un triangle, trois sont situés de manière qu'en les joignant par les droites aux sommets du triangle respectivement opposés, les transversales se coupent en un même point, il en sera de même pour les trois autres points et réciproquement, si six points situés deux à deux sur les côtés d'un triangle jouissent de cette propriété, alors les six points sont sur une même conique.

Au milieu de l'océan de propriétés qu'on a accumulées sur les lignes et surfaces du second degré, il est difficile de re

connaître ce qui est *nouveau*. M. Ferriot, démontre d'une manière fort simple ce théorème fondamental : Un triangle quelconque peut toujours être projeté suivant un autre triangle semblable à un triangle donné (*); il en déduit avec facilité des conséquences très-importantes et qu'il serait long d'obtenir différemment, entre autres cette proposition : Entre toutes les ellipses inscrites dans un triangle, l'ellipse maxima d'aire est celle qui touche les milieux des côtés, et son centre est le même que le centre de gravité du triangle; et de toutes les ellipses circonscrites au triangle, la plus petite d'aire est celle qui est concentrique et semblable à l'ellipse maxima inscrite.

D'autres propriétés relatives aux maxima et minima de figures inscrites ou circonscrites sont établies par un genre de raisonnements qui, se gravant aisément dans la mémoire, sont si appropriés à l'enseignement, que par une décision du 17 septembre 1838, le conseil royal de l'instruction publique a inscrit l'*Application de la méthode des projections*, sur la liste des livres qui peuvent être placés dans les bibliothèques des collèges royaux. Tm.

Théories générales de géométrie analytique appliquées à la discussion des courbes algébriques de degrés supérieurs, à l'usage des candidats à l'École polytechnique; par E. Gouré, docteur ès sciences, professeur de mathématiques spéciales au collège royal de Limoges, 1842, in-8 de 86 pages, 2 planches lithographiées.

En 1838, M. Blanchet fit paraître des *compléments de Mathématiques spéciales*; ils contiennent la discussion des courbes algébriques de degrés supérieurs, mais données par des équations résolues. L'auteur fait usage des *infiniment*

* Voir ci-dessus, p. 398.

petits, méthode que protégeait passionnément l'illustre Poisson, alors chef très-actif, très-zélé, qualités rares, de l'enseignement mathématique en France; cette méthode a en effet l'avantage incontestable de la rapidité, lorsqu'on adopte franchement, de prime abord, le système hiérarchique de Leibnitz avec ses conséquences abrégées; ainsi ont agi Bezout et divers autres du dernier siècle; mais si l'on prétend comme l'ont fait avec beaucoup de talent MM. Finck, Blanchet, rendre *rigoureuse* la logique des infiniment petits, non-seulement on perd l'avantage de la rapidité, mais l'exposition devient plus pénible, plus longue, plus obscure, plus difficile à retenir, que les *limites* de d'Alembert ou les dérivées de Lagrange. Cette rigueur nouvelle dans le champ de l'infiniment petit ne consiste d'ailleurs que dans un retour vers la méthode d'exhaustion d'Archimède; seulement on représente abstractivement par des *lettres*, ce que les anciens figuraient et rendaient intuitif par des *lignes*. M. Gouré, traitant le même sujet que M. Blanchet, suit une méthode mixte; il emploie la *prétendue* limite pour mener les tangentes, et les infiniment petits pour les asymptotes. Nous disons que c'est une limite *prétendue*; en effet, voici ce que dit Lagrange. « On peut observer que c'est » improprement qu'on applique le mot connu de limite, à » ce que devient une expression analytique, lorsqu'on y fait » évanouir certaines quantités, parce que ces quantités après » avoir décré jusqu'à zéro, pourraient encore devenir négatives: de même qu'en géométrie, on ne peut pas dire » à la rigueur que la soutangente soit la limite des souscantes; parce que rien n'empêche la souscante de croître encore » lorsqu'elle est devenue tangente. » (Séance des écoles Normales, t. X, p. 7). Ainsi dans la démonstration qu'on donne ordinairement pour trouver la soutangente, le mot *limite* n'a pas la même acception que dans la géométrie, lorsqu'on dit par exemple que la circonférence est la limite des polygones

inscrits et circonscrits ; cette différence d'acception est d'une logique vicieuse. M. Gouré s'est aussi privé d'un grand avantage, en ne prenant pas pour point de départ, le théorème de Taylor, base fondamentale de toute l'analyse et de ses applications à la géométrie et à la mécanique ; et ce théorème pour les polynômes algébriques entiers est un corollaire immédiat des règles de la multiplication, ce qui assigne sa place dans les *éléments* ; il doit être donné immédiatement après ces règles, le même théorème étendu aux fonctions explicites, devra être expliqué après la théorie des équations, où d'ailleurs ce théorème apparaît sans qu'on le dise, dans la méthode d'approximation de Newton. En effet, le binôme de Newton pour l'exposant entier positif n'est qu'une multiplication abrégée, et ce binôme doit s'écrire ainsi

$$y = x^m, (x + h)^m = y + y'h + y'' \frac{h^2}{1.2} + y''' \frac{h^3}{1.2.3} + \dots$$

Car, il est important d'expliquer aux élèves le plus tôt possible, les derivations et leurs algorithmes ; opérations plus faciles que les extractions de racines. En s'y prenant ainsi, le théorème de Taylor deviendrait aussi familier aux élèves que le binôme qui n'en est qu'un particulier, et on propagerait, on populariserait, pour ainsi dire, une proposition qui renferme toute la philosophie mathématique.

L'ouvrage de M. Gouré est divisé en six chapitres précédés d'une introduction.

On y suit l'ordre tel qu'il a été à peu près tracé par Euler, Cramer ; tangentes, asymptotes, diamètres, centres, points singuliers et enfin discussion des courbes. Ces divers objets sont développés avec méthode, en passant du simple au composé, du facile au difficile ; l'auteur ne faisant pas usage du coefficient différentiel supérieur au premier, ne peut donner la théorie des contacts, susceptible, comme l'a très-bien fait voir M. Collard (p. 288), d'être exposée d'une manière élémentaire. On a omis aussi la théorie des *segments*, con-

séquence immédiate d'un *changement des coordonnées*. L'ouvrage est terminé par la discussion détaillée de sept courbes, du troisième et du quatrième degré ; mais toujours à équation résoluble.

Je crois qu'on rendrait un grand service à l'enseignement de l'analyse appliquée, en traduisant de nouveau l'*Introductio in analysin infinitorum* ; mais en changeant les notations, dans les deux volumes, et les remplaçant par les notations élégantes de l'école de Lagrange ; changements très-permis qui ajouteraient à l'utilité, sans dénaturer l'esprit de ce chef-d'œuvre. En y ajoutant les contacts, rayons de courbure, points singuliers, et donnant plus de développement à l'appendice du second volume, on aurait la meilleure application d'analyse géométrique, à 2 et 3 dimensions, qu'on puisse mettre entre les mains des jeunes gens. Tm.

Nouvelle cosmologie raisonnée ; par M. J. Lavezzari, in-8
de 160 pages, 4 pl.

L'auteur réfute le système attractionnaire de Newton, et ressuscite en les modifiant, les tourbillons de Descartes ; il nie l'existence de la force centrifuge dans le mouvement curviligne, rejette le principe qu'un corps se dirige naturellement en ligne droite et admet au contraire qu'un corps peut naturellement décrire une courbe ; témoin la toupie, dont les orbites diminuent sans cesse jusqu'à se réduire en un point, par conséquent, elle a une tendance, non vers le mouvement rectiligne, mais bien vers le mouvement de plus en plus curviligne ; car on sait que les petits cercles ont plus de courbure que les grands cercles. La force centrifuge ôtée, le système newtonien est sapé par la base, et cependant, s'écrie M. Lavezzari : « Les contemporains de Newton, éblouis par l'éclat apparent des résultats annoncés par ce géomètre superficiel, s'habituaient bientôt à considérer ses creuses hypothèses comme d'admirables découvertes dues à la toute-

puissance des mathématiques (p. 15). » Ennemi de toutes les hypothèses, l'auteur suppose que le soleil, par son mouvement de rotation, a communiqué le même mouvement à l'éther qui l'entoure et l'a converti en tourbillon ; ceci explique nettement pourquoi les planètes se meuvent toutes dans le même sens que le mouvement de rotation solaire. « Un fait très-ordinaire fit germer dans mon esprit la première idée, qui devint en quelque sorte l'embryon de mon système. Jouant un jour à la toupie avec mon fils, je m'avisai machinalement de suspendre la ficelle au-dessus du jouet, en la laissant tomber le long de ses flancs, mais sans qu'elle touchât ni à la toupie, ni à terre. Tout à coup je vis la corde tourner d'elle-même autour du jouet, dans le sens de sa rotation sur son axe, sans que j'eusse rien fait pour lui communiquer ce mouvement circulaire (p. 23) » Entre la toupie et le soleil, l'analogie est évidente. Il reste à expliquer pourquoi les planètes tantôt se rapprochent, tantôt s'éloignent du soleil ; au lieu de recourir au calcul, qui le plus souvent ne mène qu'à l'absurde, prenons plutôt une tasse de thé, c'est plus sûr et moins pénible. « Dejeunant un matin d'une tasse de thé, je vis surnager à la surface du liquide un petit morceau de beurre fondu qui tournait sur lui-même, en se dilatant et se contractant tour à tour, de manière à augmenter et à diminuer successivement le diamètre de son disque, dans une proportion considérable. Par l'effet d'un heureux hasard, une particule de son ou de cendre détachée de ma flûte était tombée sur le bord de cet œil de graisse. Elle était donc entraînée autour du centre de l'œil par son mouvement de rotation, etc. (p. 29). » L'analogie entre ce morceau de beurre fondu et les corps célestes, est évidente. En finissant, nous engageons M. Lavezzari à continuer de prendre son thé, de manger sa flûte et de jouer à la toupie avec son fils ; mais à défendre sévèrement à ce fils la lecture de la nouvelle cosmologie raisonnée.