

TERQUEM

**Deux problèmes sur une pyramide
pentaèdre à base de trapèze**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 1
(1842), p. 396-397

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__396_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1842, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

DEUX PROBLEMES

Sur une pyramide pentaèdre à base de trapèze.

Problème. Dans une pyramide pentaèdre $SABCD$ (*fig. 81*), dont S est le sommet et $ABCD$ la base trapèze, étant donnés : 1° la face SAD de grandeur et de position ; 2° l'inclinaison de cette face sur la base $ABCD$; 3° les directions des arêtes parallèles AB , CD ; 4° les angles de la face SBC ; construire la pyramide.

1. *Solution.* Supposons la construction effectuée : du sommet S , abaissons la perpendiculaire SP sur la base, et la perpendiculaire SQ sur le côté BC ; à partir de Q , portons sur QC une longueur QR égale à QS ; cela posé,

1° La hauteur SP est donnée de grandeur et de position, et SQP étant un angle droit, l'on a $\overline{SQ}^2 - \overline{QP}^2 = \overline{SP}^2$,

$$\text{et aussi } \overline{RQ}^2 - \overline{QP}^2 = \overline{SP}^2.$$

2° Le triangle SBC étant donné d'espèce, les rapports $\frac{BQ}{CQ}$, $\frac{SQ}{CQ}$ ou $\frac{RQ}{CQ}$ sont connus ; ainsi les parallèles aux côtés AB , CD passant par les points Q et R sont données de position.

3° le triangle PQR est rectangle en Q , les deux sommets Q et R sont sur des parallèles données, le troisième sommet

P est donné de position ; et la différence des carrés des côtés de l'angle droit $\overline{RQ}^2 - \overline{QP}^2$ est connue ; la recherche d'un tel triangle mène facilement à une équation du second degré , géométriquement constructible et toujours possible.

C.Q.F.T.

2. Cette solution simple est due à Lhuilier, de Genève (*Annales de Gergonne*, t. II, p. 293, année 1811). Elle sert à résoudre ces deux problèmes importants : 1° faire dans un prisme triangulaire donné, une section semblable à un triangle donné ; 2° étant donné un triangle de grandeur et de position, mener un plan tel qu'en y projetant le triangle par des parallèles données de direction, la projection soit semblable à un triangle donné.

3. *Problème* (fig. 82). Dans la même pyramide que dessus, étant donnés : 1° la face SAD de grandeur et de position ; 2° l'inclinaison de SAD sur le plan donné de SBC ; 3° les trois angles de SBC ; construire la pyramide.

Solution. Soit MN l'intersection des deux plans donnés SAD, SBC, les droites AD et BC prolongées, rencontrent cette intersection au même point M ; ainsi le point M est donné de même que la longueur MS ; AB et CD étant parallèles, le rapport $\frac{MC}{MB}$ est égal au rapport connu $\frac{MD}{MA}$, les angles SCM, SBM sont connus. Avec ces données, on détermine facilement le triangle SBC, de grandeur et de position.

C.Q.F.T.

4. Le problème précédent revient à celui-ci : étant donnés deux plans et un triangle tracé dans un des plans, projeter ce triangle sur le second plan, de telle sorte que sa projection soit semblable à un triangle donné. Tm.