Nouvelles annales de mathématiques

FERRIOT

# Solidité engendrée par un segment parabolique

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 1 (1842), p. 383-384

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__383_1>

## SOLIDITÉ ENGENDRÉE PAR UN SEGMENT PARABOLIQUE,

**PAR M. FERRIOT,**

Recteur honoraire de l'Académie de Grenoble.

La surface d'un segment de la parabole $y^2 = px$ étant élémentaire, j'ai cru qu'on ne serait pas fâché de voir comment on peut déterminer la solidité engendrée par ce même segment autour de son axe, sans avoir recours au calcul intégral (*).

La solidité engendrée par le segment A$m$P de la parabole $y^2 = px$, tournant autour de son axe, est $\frac{1}{2}p\pi x^2$.

Concevons un polygone rectiligne quelconque $mm'm''$....

---

(*) V. page 379.

inscrit à la parabole $y^2 = px$ (*fig.* 69); des sommets de ce polygone, menons des parallèles aux lignes AP, P$m$; elles représenteront les abscisses et les ordonnées de ces sommets, ces lignes prolongées formeront les rectangles PP$'pm'$, P$'$P$''p\,m''$... qui seront inscrits à la parabole, et les rectangles QQ$'qm'$, Q$'$Q$''q'm''$.... qui lui seront extérieurs.

En représentant les premiers par P, P$'$, P$''$.... les derniers par $p$, $p'$, $p''$.... on aura

Solide engendré par PP$'pm'$ autour de l'axe $\pi y'^2(x - x')$,
Solide engendré par QQ$'qm'$... $\pi(y^2 - y'^2)x'$,

ce dernier étant la différence des cylindres engendrés par les rectangles AQ$q$P$'$, AQ$'m'$P$'$, dont les solidités respectives sont $\pi y^2 x'$ et $\pi y'^2 x'$.

Si on prend le rapport des solides précédents, on aura $\dfrac{\mathrm{P}}{p} = \dfrac{y'^2(x - x')}{(y^2 - y'^2)x'}$; mais parce que les sommets $m$, $m'$ sont à la parabole, on a tout à la fois $y^2 = px$, $y'^2 = px'$, et par suite $\dfrac{\mathrm{P}}{p} = \dfrac{y'^2(x - x')}{px'(x - x')}$ ou $\dfrac{\mathrm{P}}{p} = \dfrac{y^2}{px} = 1$, résultat indépendant de $(x - x')$, c'est-à-dire de la distance qui sépare les sommets $m$, $m'$, $m''$.... du polygone inscrit.

Par des raisons semblables aux précédentes, on aura $\dfrac{\mathrm{P}'}{p'} = 1$, $\dfrac{\mathrm{P}''}{p''} = 1$... et par conséquent $\dfrac{\mathrm{P} + \mathrm{P}' + \mathrm{P}'' + \text{etc}....}{p + p' + p'' + \text{etc}....} = 1$.

Ce qui signifie que le solide engendré par le segment A$m$P qui se compose de la somme des rectangles $\mathrm{P} + \mathrm{P}' + \mathrm{P}'' +$ etc.. est égal au solide engendré par AQ$m$ ou $p + p' + p'' +$ etc.... qui complète le rectangle APQ$m$ dont la solidité est $\pi y^2 x$.

Donc enfin le solide cherché est $\frac{1}{2}\pi y^2 x$, ou $\frac{1}{2}\pi p x^2$, résultat conforme à celui que fournit le calcul intégral (*Voir* Calcul intégral de M. Lacroix, § 515).