

ÉDOUARD MERLIEUX

Solution du problème 23

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 1
(1842), p. 360

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__360_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1842, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DU PROBLÈME 23 (page 246).

PAR M. NERLIEUX (ÉDOUARD).

Déduire des propriétés du triangle rectangle que le module de la somme de deux types imaginaires est plus petit que la somme des modules de ces deux types, et plus grand que leur différence. Le type imaginaire est représenté, comme on sait, par $a + b\sqrt{-1}$, et son module par $\sqrt{a^2 + b^2}$ pris positivement.

SOLUTION. Soient (fig. 57) $BB' = a'$, $BC = a$; en C j'éleve une perpendiculaire à B'C; je fais $AC = b$, $OA = b'$; élevant aussi une perpendiculaire en B, je fais $A'B = OA = b'$; je mène AB, A'B', A'O et B'O.

J'ai, dans les triangles rectangles ABC, A'B'B et B'CO, $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$, $A'B' = \sqrt{a'^2 + b'^2}$ et $B'O = \sqrt{(a+a')^2 + (b+b')^2}$; ce sont les trois modules : or, dans le triangle A'B'O, on a $B'O < (A'B' + A'O)$ et $B'O > (A'B' - A'O)$, ou bien, à cause de $A'B = AO$,

$$\sqrt{(a+a')^2 + (b+b')^2} < (\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{a'^2 + b'^2}),$$

$$\sqrt{(a+a')^2 + (b+b')^2} > (\sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{a'^2 + b'^2}). \quad \text{C. Q. F. D.}$$

Si $a = a'$ et $b = b'$, on a alors

$$\sqrt{(a+a')^2 + (b+b')^2} = \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{a'^2 + b'^2},$$

et le triangle A'B'O se réduit à une droite.