NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ÉDOUARD MERLIEUX

Solution du problème 23

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 1 (1842), p. 360

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__360_1>

SOLUTION DU PROBLÈME 23 (page 246).

PAR M. MERLIEUX (ÉDOUARD).

—

Déduire des proprietés du triangle rectangle que le module de la somme de deux types imaginaires est plus petit que la somme des modules de ces deux types, et plus grand que leur différence. Le type imaginaire est représenté, comme on sait, par $a+b\sqrt{-1}$, et son module par $\sqrt{a^2+b^2}$ pris positivement.

SOLUTION. Soient (*fig.* 57) $BB'=a'$, $BC=a$; en C j'élève une perpendiculaire à B'C ; je fais $AC=b$, $OA=b'$; élevant aussi une perpendiculaire en B, je fais $A'B=OA=b'$; je mène AB, A'B', A'O et B'O.

J'ai, dans les triangles rectangles ABC, A'B'B et B'CO, $AB=\sqrt{a^2+b^2}$, $A'B'=\sqrt{a'^2+b'^2}$ et $B'O=\sqrt{(a+a')^2+(b+b')^2}$; ce sont les trois modules : or, dans le triangle A'B'O, on a $B'O<(A'B'+A'O)$ et $B'O>(A'B'-A'O)$, ou bien, à cause de $A'B=AO$,

$$\sqrt{(a+a')^2+(b+b')^2}<(\sqrt{a'^2+b'^2}+\sqrt{a^2+b^2}),$$

$$\sqrt{(a+a')^2+(b+b')^2}>(\sqrt{a'^2+b'^2}-\sqrt{a^2+b^2}). \qquad \text{C.Q.F.D.}$$

Si $a=a'$ et $b=b'$, on a alors

$$\sqrt{(a+a')^2+(b+b')^2}=\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{a'^2+b'^2},$$

et le triangle A'B'O se réduit à une droite.