

PURY

## Sur les approximations numériques

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 1  
(1842), p. 359-360

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1842\\_1\\_1\\_\\_359\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__359_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1842, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR LES APPROXIMATIONS NUMÉRIQUES (p. 249).

PAR M. PURY.

Dans votre dernier numéro, je trouve une note de M. Guilmin sur les approximations, qui ne me paraît pas complète, car, pour ce qui concerne l'extraction des racines, il semble ne considérer que les racines des quantités commensurables : il est convenable de chercher quand on veut extraire une racine d'une quantité incommensurable, avec quelle approximation on doit calculer la quantité incommensurable pour que l'erreur commise soit plus petite que  $\frac{1}{\delta}$ .

Je proposerai la méthode suivante :

Supposons que l'on ait à extraire la  $\sqrt[n]{A}$ ;  $A$  est une quantité incommensurable : on demande avec quelle approximation on doit calculer  $A$  pour que  $\sqrt[n]{A}$  soit approchée à  $\frac{1}{\delta}$  près. L'erreur sera égale à  $\sqrt[n]{A+e} - \sqrt[n]{A}$ . On a donc l'inégalité

$$\sqrt[n]{A+e} - \sqrt[n]{A} < \frac{1}{\delta},$$

je multiplie et je divise le 1<sup>er</sup> membre par le quotient de  $A+e-A$  par  $\sqrt[n]{A+e} - \sqrt[n]{A}$ , il vient

$$\frac{e}{(\sqrt[n]{A+e})^{n-1} + (\sqrt[n]{A+e})^{n-2} \sqrt[n]{A} + \dots + (\sqrt[n]{A})^{n-1}} < \frac{1}{\delta}.$$

Si je diminue le dénominateur et que je donne ensuite à  $e$  une valeur telle que le premier membre soit  $< \frac{1}{\delta}$  à fortiori l'inégalité précédente sera-t-elle satisfaite : j'y remplace donc  $\sqrt[n]{A+e}$  par  $\sqrt[n]{A}$ , il vient

$$\frac{e}{n \sqrt[n]{A}^{n-1}} < \frac{1}{\delta}$$

Or, en satisfaisant à l'inégalité  $e < \frac{nA'^{n-1}}{\delta}$ , j'aurai satisfait à la précédente,  $A'$  étant une quantité plus petite que  $\sqrt[n]{A}$ .

J'ai l'honneur d'être, etc.