

Examens de 1842

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 1
(1842), p. 319-326

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__319_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1842, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

EXAMENS DE 1842.

A l'approche des examens, nous croyons utile d'indiquer aux candidats comme exercices, les principales questions ordinairement proposées à Paris, en commençant par la géométrie analytique; les autres parties suivront. Cet énoncé est aussi un document historique pouvant servir à constater l'état actuel des examens pour l'École polytechnique (*).

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

Sections coniques.

1. Déterminer une conique connaissant : 1° un foyer et trois tangentes; 2° un foyer et trois points; 3° le centre et trois points.

2. *Ellipse.* Construire l'ellipse, connaissant : 1° le foyer, le sommet et un point; 2° un sommet, une tangente et une directrice; 3° le foyer, le sommet et une tangente.

3. Par un point donné dans le plan d'une ellipse, mener une droite de manière que la corde interceptée soit d'une longueur donnée.

4. Incrire dans une ellipse un rectangle équivalent à une aire donnée. Le rectangle maximum inscrit et circonscrit (p. 291).

5. Sur un billard elliptique se trouvent deux billes A et B;

(*) Avis. MM. les abonnés sont priés de nous communiquer tout ce qu'ils jugeraient convenable au bien des examens. Les renseignements dûment constatés seront publiés.

quelle direction faut-il donner à la bille A pour qu'elle aille toucher la bille B (p. 36).

6. *Parabole.* Mener une normale à la parabole par un point extérieur. Discussion de l'équation. Lieu des points qui n'ont que deux normales (p. 286).

7. Construire une parabole, connaissant : 1° la directrice et deux points ; 2° le paramètre, deux tangentes et un point ; 3° la directrice, une tangente et le point de contact ; 4° le foyer, un point et une tangente ; 5° le sommet et deux tangentes ; 6° le sommet, une tangente et le point de contact ; 7° le paramètre, le foyer et une tangente.

8. *Hyperbole.* Construire une hyperbole, connaissant : 1° une asymptote, une directrice et l'excentricité ; 2° une asymptote, un sommet et l'excentricité ; 3° une asymptote, un foyer et un point de la courbe ; 4° une asymptote, une directrice et un point de la courbe ; 5° un foyer, un sommet et une tangente ; 6° une asymptote, une tangente et une directrice ; 7° une asymptote, une tangente et un foyer ; 8° un sommet, une tangente et le point de contact ; 9° une asymptote, un sommet et un point ; 10° une directrice, une asymptote et la longueur de l'axe transverse ; 11° un point, une asymptote et deux tangentes ; 12° une asymptote et trois points.

Lieux géométriques.

9. Lieu du sommet d'une hyperbole ayant une asymptote et une directrice fixes.

10. Lieu du sommet d'une hyperbole ayant une asymptote, le centre et l'excentricité fixes.

11. Lieu des foyers d'une hyperbole ayant une asymptote et une directrices fixes.

12. Lieu des foyers d'une hyperbole ayant une asymptote et un sommet fixes.

13 Lieu de la projection du centre d'une ellipse sur la normale. Trouver directement l'équation polaire de cette courbe.

14. Lieu du foyer d'une parabole donnée touchant deux axes rectangulaires fixes (p. 299).

15. Lieu du sommet d'une parabole, ayant un foyer fixe et passant par un point fixe. Construire la courbe par points.

16. Lieu du foyer d'une parabole, ayant une directrice fixe et touchant une droite fixe.

17. Lieu du foyer d'une parabole dont le sommet est fixe et qui touche une droite fixe.

18. Lieu de la projection du sommet d'une parabole sur une tangente à cette courbe.

19. Lieu du sommet d'une parabole ayant une directrice et une tangente fixes.

20. Lieu des sommets des paraboles représentées par l'équation $y^2 - 2cxy + c^2x^2 - x = 0$ en faisant varier c .

21. Lieu des extrémités des diamètres non transverses d'une hyperbole. L'hyperbole qu'on trouve est-elle égale à celle qui est donnée ?

22. Lieu du sommet d'un angle constant dont les côtés touchent une parabole donnée.

23. Lieu du foyer d'une parabole ayant un sommet et un point fixes.

24. Lieu du sommet d'une parabole mobile donnée, tangente à deux droites fixes rectangulaires (p. 296).

25. Lieu du pied de la perpendiculaire abaissée du centre d'une ellipse donnée sur une tangente à cette ellipse.

26. Lieu de la projection du sommet d'une parabole sur une normale à cette parabole.

27. Lieu du sommet d'un triangle donné dont les deux autres sommets s'appuient sur deux axes rectangulaires.

28. Lieu des points d'un plan également éclairés par deux lumières, d'intensités données, placées sur ce plan.

29. Etant donnée une circonférence dont A est le centre, menons une droite fixe AN et un rayon quelconque AC ; par le point C, on mène une tangente ; elle rencontre la droite fixe AN au point O. Par ce point on élève une perpendiculaire OM à la droite fixe ; le point M étant l'intersection de cette perpendiculaire avec AC prolongée ; on demande de trouver le lieu géométrique du point M.

30. Suivant quelle ligne monte un réverbère, si on tire la corde à un des points de suspension.

31. Lieu des foyers d'une ellipse donnée de grandeur, tangente à deux axes rectangulaires.

Discussions de courbes.

32. Discutez ce qu'ont de commun les diverses hyperboles représentées par l'équation

$$x^2(1-c^2)+2cxy+2cy-2c^2x+c=0,$$

en faisant varier c (p. 304).

33. Trouver les propriétés communes aux paraboles représentées par $c^2y^2+2cxy+x^2-2cy-2c^2x=c^2$, en faisant varier c (p. 304).

34. Trouver les propriétés communes aux hyperboles représentées par l'équation $2xy=2cy-2cx+c^2$, en faisant varier c .

35. Trouver les conditions pour que les deux courbes $y^2=ax$, $x^2+y^2=bx$ se touchent.

36. Trouver les conditions pour que les deux courbes $y^2+x^2=1$ et $y=ax+bx^2$ se touchent ; et, dans ce cas, quel est le lieu des foyers de la parabole.

37. Trouver les conditions pour que les deux courbes $y^2=6y+4x$ et $xy=ax+by+c$ aient un foyer commun.

38. Quelles sont les conditions pour que les deux courbes $xy=ax+by$ et $y^2+axy=x^2+b$ aient un sommet principal commun

Discussion et construction des courbes de degré supérieur au second.

OBSERVATION. La discussion comprend : 1° la forme générale de la courbe ; 2° les points singuliers, d'inflexion multiples, isolés, etc. ; 3° la courbe étant coupée par une droite, discuter les cas où l'équation résultante a des racines égales, imaginaires, infinies, etc. ; 4° mener une tangente par un point extérieur (p. 268, 286).

39.

Troisième degré.

$$1^{\circ} y = x^3,$$

$$2^{\circ} x^3 + y^3 = 1,$$

$$3^{\circ} x^3 + xy^2 = 1,$$

$$4^{\circ} y^2 = \frac{x}{1+2x},$$

$$5^{\circ} y = \frac{1+x^2}{1-x^2},$$

$$6^{\circ} y^3 + 3xy + x^3 = 0,$$

$$7^{\circ} y = x^3 - x,$$

$$8^{\circ} y^2 = x - x^3,$$

$$9^{\circ} y^3 + x^3 = -1,$$

$$10^{\circ} y^2 = \frac{2}{1-x}.$$

40.

Quatrième degré.

$$1^{\circ} x^4 + y^4 = 1,$$

$$2^{\circ} y^2 = \frac{x^3}{1-x^2},$$

$$3^{\circ} y^2 = x - x^4,$$

$$4^{\circ} y^2 = x^3 - x^4,$$

$$5^{\circ} y^2 - x^4 = 1.$$

41. Cinquième degré.

1° $y = x^5$,

2° $y^3 + x^5 = 1$,

3° $y^3 = \frac{x^3 + x^2}{x^3 - 4}$,

4° $y^3 = x^5$.

42. Septième degré.

$$y = x^4 - x^7.$$

43. Équation de la cissoïde, nombre de conditions nécessaires pour déterminer une cissoïde.

44. Théorie générale des tangentes aux courbes algébriques (p. 268).

45 Théorie générale des asymptotes.

46. Déterminer a , b , c dans les courbes $y^2 = 4x - 9x^2$, $xy = ax + by + c$, pour qu'elles soient concentriques.

47. Déterminer a , b , c dans les courbes $xy = ax + b$ et $y^2 + axy + c^2x^2 = 4x$, pour qu'elles aient un foyer commun, même centre et même sommet.

48. Déterminer a , b , c de manière que la courbe $y^2 + ay + bx^2 + cx = 0$ représente deux droites.

49. Construire la courbe $y^2 + 2xy + x^2 = x$. Trouver le point de la branche qui ne passe point par l'origine, le plus rapproché de cette origine.

50. Mener, dans la parabole, une corde d'une longueur donnée ; lieu des milieux de ces cordes.

51. Déterminer les conditions pour que la courbe $y^3 = ax + by$ touche la courbe $y^2 = x^3$.

52. Construire $xy = x^3 - a^5$.

53. Relations qui doivent exister pour que les courbes $y^3 = ax + by$ et $xy = bx + c$ aient une même directrice.

54. Conditions pour que $y^3 + bx^3 = s$ et $xy - ax = c$ aient même asymptote.

55. Construire la courbe $\rho = a[1 + \operatorname{tg}^2 \omega]$.

Problèmes divers.

56. Déterminer le volume d'un tétraèdre connaissant les coordonnées rectangulaires des quatre sommets.

57. Circonscrire à la sphère un cône d'une aire donnée. Surface minima.

58. Trouver le plus court chemin d'un point à un autre sur un cylindre.

59. De tous les triangles équivalents, quel est celui dans lequel le carré inscrit est un maximum ?

60. Un carré a un sommet placé sur un axe fixe situé dans son plan, comment ce carré doit-il être placé pour que le solide engendré par la rotation du carré autour de l'axe soit un maximum (p. 236)?

61. Mener une corde qui partage le cercle en deux parties qui soient entre elles :: 2:5; de même pour la circonférence.

62. Discussion de l'équation de $\sin \frac{1}{2}\alpha$, prouver par la géométrie que la somme des racines est nulle.

Ces questions sont presque toutes complètement résolues dans cet ouvrage qui vient de paraître :

21. Application de l'algèbre à la géométrie suivie de la discussion des courbes d'un degré supérieur au second par *C. Jacob*, ancien élève de l'École polytechnique, capitaine d'artillerie. Metz et Paris, 1842, in-8. de 684 pages.

On en rendra compte, ainsi que des suivants :

22. Éléments de Géométrie, par Eugène Lionnet, professeur au collège Louis-le-Grand. Les quatre premières livraisons comprenant la géométrie de l'espace, sont en vente chez Desobry, libraire.

23. Application de la méthode des projections à la recher-

che de certaines propriétés de l'espace, par L.-A.-S. Ferriot, recteur honoraire de l'Académie de Grenoble. Paris, 1838, in-8. de 133 pages; Bachelier, prix 3 fr.

24. Développement de plusieurs points de la Théorie des perturbations des Planètes, par V.-J. Le Verrier, in-4, n° 1, 2, 3. Bachelier.

25. Nouvelle Cosmologie raisonnée, par M. J. Lavezzari. Paris, Blondeau, 1842.
