

HERMITE

**Lieu géométrique des pôles d'une section
conique, par rapport à une autre**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 1
(1842), p. 263-264

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__263_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1842, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

LIEU GÉOMÉTRIQUE
DES POLES D'UNE SECTION CONIQUE,

PAR RAPPORT A UNE AUTRE.

PAR M. HERMITE,

Elève du collège Louis-le-Grand (institution Mayer).

—

On donne sur un plan deux sections coniques A, B ; on considère une tangente menée à la première, comme une polaire par rapport à l'autre, et on demande le lieu de son pôle en supposant que le point de tangence parcourt la courbe A .

(*) Par exemple dans P , le produit $A'B'$ existe $m-2$ fois, car ce produit se trouve chaque fois qu'une des autres lettres manque. Tm.

Soit rapportée la courbe A à un axe et à la tangente au sommet, Oy , son équation sera : $y^2 = 2px + nx^2$, et celle de sa tangente au point (α, β) :

$$\beta y = p(x + \alpha) + nx\alpha, \quad (1)$$

avec la condition

$$\beta^2 = 2p\alpha + n\alpha^2. \quad (2)$$

Soit $Ay^2 + Bxy + \dots = 0$, l'équation de la courbe B, celle de sa polaire par rapport au point x', y' , sera comme on sait $yY' + xX' + V' = 0$, en l'identifiant avec l'équation (1) de la tangente, on aura : $-\frac{X'}{Y'} = \frac{p + n\alpha}{\beta}$, $-\frac{V'}{Y'} = \frac{p\alpha}{\beta}$, de telle sorte que si α et β étaient effectivement donnés, ces relations détermineraient les coordonnées du pôle, x' et y' ; on aura donc l'équation du lieu cherché en éliminant α et β , entre ces équations et l'équation (2). Pour faire le calcul, j'observe qu'elles donnent tout d'abord :

$$\alpha = \frac{pV'}{pX' - nV'}, \quad \beta = \frac{-p^2Y'}{pX' - nV'}$$

d'où il résulte en substituant dans (2),

$$\frac{p^4Y'^2}{(pY' - nV')^2} = \frac{2p^2V'}{pX' - nV'} + \frac{np^2V'^2}{(pX' - nV')^2},$$

d'où

$$p^2Y'^2 = 2V'(pX' - nV') + nV'^2,$$

et enfin

$$p^2Y'^2 = 2pV'X' - nV'^2,$$

comme X', Y', V' , sont des fonctions linéaires de x' et y' , le lieu est encore une section conique(*).

(*) Le théorème avec la réciproque est de M. Poncelet (*Annales de Gergonne*, t. 13, p. 201). Si B est un cercle ayant pour centre un foyer de A, la troisième conique est aussi un cercle. (Voir le *Geomètre*, p. 113. Tm.