EDOUARD MERLIEUX

Question 7 (page 58)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 1 (1842), p. 143-144

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__143_1>

QUESTION 7 (page 58).

SOLUTION DE M. MERLIEUX (ÉDOUARD).

On donne les projections d'une droite AB, *et celles de deux points* C, D, *non situés dans un même plan, avec la droite: construire les projections d'un point situé sur la droite* AB, *et tel que la somme de ses distances aux deux points donnés* C, D, *soit un minimum.*

Si de deux points quelconques A, B, de la droite AB, pris comme centres, je décris des circonférences dont les plans soient perpendiculaires à AB, et si alors je cherche entre les points A, B, sur la droite AB, un point S tel qu'il soit le sommet du cône droit, à la surface duquel appartiennent les deux circonférences : je dis que le plus court chemin d'un point situé sur une des circonférences à un point situé sur l'autre, en passant par la droite AB, est celui qui passe par le sommet S.

En effet, si je mène par la droite AB, un plan quelconque, il déterminera sur la surface conique deux droites, qui seront chacune le plus court chemin d'un certain point de l'une des circonférences, à un certain point de l'autre, et chacune de ces droites rencontrera AB en S. Mais toutes les distances du sommet d'un cône droit à la circonférence de sa base, étant égales entre elles, il s'en suit qu'il n'importe pas que les deux points soient dans un même plan avec la droite AB; donc le point S est le point cherché, et il partage évidemment AB en parties proportionnelles aux rayons des cercles.

Si donc, dans le problème proposé, des points C, D, nous abaissons sur AB des perpendiculaires, et si nous partageons la distance des pieds de ces perpendiculaires, dans le rapport de leurs longueurs, le point de division sera le point cherché; ce qu'il faut exécuter par la géométrie descriptive.

Je puis prendre pour plan horizontal de projection le plan qui passe par la droite AB, et l'un des points, C. Soient d, d', les projections horizontale et verticale de D. De C et de d j'abaisse des perpendiculaires CM, dN, sur AB. La droite DN sera perpendiculaire sur AB. Pour partager la distance MN des pieds des perpendiculaires CM, DN, dans le rapport de ces perpendiculaires, il faut connaître la longueur de DN. Or, DN est l'hypoténuse d'un triangle rectangle DdN, dont les deux côtés de l'angle droit sont la hauteur verticale Dd du point D, et la perpendiculaire dN. Si l'on prolonge la droite dN, d'une longueur ND′ égale à ND, et que l'on joigne le point D′ au point C, l'intersection de la droite DC avec AB, donnera le point cherché.

Les constructions deviennent plus longues, mais ne sont pas plus difficiles, en prenant un plan quelconque pour plan de projection horizontale.