MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

BERNARD BRU

La vie et l'œuvre de W. Doeblin (1915-1940) d'après les archives parisiennes

Mathématiques et sciences humaines, tome 119 (1992), p. 5-51

<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1992__119__5_0>

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1992, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (http://msh.revues.org/) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Math. Inf. Sci. hum. (30e année, n°119, *1992*, p. 5- 51)

LA VIE ET L'ŒUVRE DE W.DOEBLIN (1915-1940) D'APRÈS LES ARCHIVES PARISIENNES

Doeblin Conférence Blaubeuren, 2 novembre 1991

Bernard BRU

RÉSUMÉ — *Nous examinons la vie et l'œuvre de Wolfgang Doeblin à partir de sa correspondance et de ses papiers personnels déposés dans les différentes Archives accessibles.*

SUMMARY — Life and work of W. Doeblin (1915-1940) from different archives
We examine the life and work of Wolfgang Doeblin from his correspondence and personal papers deposited in different Archives.

On se propose d'examiner ici quelques sources d'archives actuellement disponibles à Paris, les Archives Nationales où se trouve ce qui reste des archives de la Faculté des Sciences de Paris, les Archives de l'Académie des Sciences où la famille de Maurice Fréchet a déposé l'essentiel de ses papiers personnels, les archives du Bulletin des Sciences Mathématiques, les archives du Laboratoire de probabilités et du Laboratoire de statistique de l'Université Paris 6, les Archives de la guerre, etc... Ces archives contiennent des lettres, des manuscrits, des indications qui permettent de préciser certains points de la vie et de l'oeuvre de Wolfgang Doeblin, notamment sa formation scientifique, la chronologie de ses travaux, les conditions dans lesquelles il les a menés à bien depuis son arrivée à Paris en juillet 1933 jusqu'à sa mort en juin 1940. (0).

Il existe d'autres sources d'archives que nous avons dépouillées, particulièrement celles du Schiller Museum de Marbach où sont déposés les papiers personnels de W.D. Nous espérons que d'autres chercheurs pourront compléter notre travail qui a pour seule ambition de rendre hommage à l'homme que fut Wolfgang Doeblin - Vincent Doblin.

I - ÉTUDES : OCTOBRE 1933 - JUIN 1935.

W.D. a passé son Abitur à Berlin à la session de Pâques 1933. Son père, le grand écrivain allemand A. Doeblin, menacé par la gestapo, s'est enfui de Berlin le lendemain de l'incendie du Reichstag et a gagné la Suisse avec sa femme et deux de leurs quatre fils. En avril 1933 W.D. les rejoint à Zürich où il suit des cours de mathématiques, [92], [62].

En juillet 1933 sur les conseils d'André François-Poncet, ambassadeur de France à Berlin, [59], A.D. s'établit à Paris avec sa famille d'abord à l'hôtel Francoeur à Montmartre puis à partir de novembre 1933 à Maisons-Laffitte (4 avenue Talma). En décembre 1934 la famille Doeblin emménage au 5 square Henri Delormel, derrière la place Denfert-Rochereau, elle y restera jusqu'en novembre 1939. [16].

A la rentrée universitaire d'octobre 1933, W.D.s'inscrit à la Faculté des Sciences de Paris pour y préparer une licence de mathématiques.

Pour la compréhension de ce qui va suivre rappelons les particularités du système universitaire français. Après leurs études secondaires, les élèves les meilleurs en mathématiques ne s'inscrivent généralement pas à l'Université, ils suivent, dans les grands lycées parisiens, les classes préparatoires aux concours de l'Etat, Ecole Normale Supérieure ou Ecole Polytechnique. Ceux d'entre eux qui sont reçus à l'Ecole Normale Supérieure au bout de 2 ou 3 ans de préparation sont alors tenus de s'inscrire à l'Université et d'y réussir un diplôme de niveau équivalent au master anglo-saxon, qui s'appelait alors licence et qui, pour les mathématiques, était composé de trois cours obligatoires et encyclopédiques, calcul différentiel et intégral, mécanique rationnelle et physique générale. Pour chacun de ces cours il y avait deux sessions d'examen par an. Les étudiants de l'E.N.S. n'assistaient généralement pas aux cours, ce qui explique que A. Blanc Lapierre, G.Choquet ou L.Schwartz, par exemple, tous trois nés en 1915, qui ont passé les mêmes examens que W.D. au même moment ne se souviennent pas l'avoir jamais rencontré. N'assistaient aux cours que les quelques étudiants français qui avaient renoncé à suivre le rythme soutenu des classes préparatoires et surtout les étudiants étrangers qui, dans les années 30, représentaient près de la moitié des inscrits, c'étaient principalement des étudiants d'Europe centrale, Bulgares, Hongrois, Polonais, Roumains, Tchèques et Allemands après 1933. W.D. n'était donc pas un cas isolé.

Les cours avaient lieu à l'Institut Henri Poincaré alors tout neuf. Les bâtiments construits à l'aide de donations du baron E. de Rothschild et de la Fondation Rockefeller avaient été inaugurés en 1928. Ils accueillaient les étudiants de mathématiques et de physique théorique suivant les voeux des promoteurs de l'Institut, Emile Borel pour la France et George Birkhoff pour l'International Board Foundation, qui espéraient voir les grandes théories physiques nouvelles s'enrichir et peut être se clarifier au contact des mathématiques les plus représentatives.

Le registre d'examens de la Faculté des sciences de Paris de l'année 1934 (Archives Nationales AJ/16/5508) indique que W.D. a réussi trois examens pendant sa première année à l'Université de Paris

1. Mathématiques générales, un enseignement de 1ère année qui avait été créé en 1902. Il n'était pas obligatoire pour la licence mais était recommandé aux étudiants de mathématiques et de physique qui n'avaient pas suivi la classe de mathématiques spéciales des lycées. En 1933-1934 ce cours était enseigné par G.Valiron (1884-1955), auteur d'un traité d'analyse bien connu, assisté de deux chargés de conférence E.Le Roy (1870-1954), disciple de Bergson, professeur de philosophie au Collège de France et E. Cahen (1865- 1941) professeur de mathématiques spéciales dans un lycée de Paris, qui avait soutenu en 1899 une thèse sur la fonction ζ.

En juin 1934, sur 246 candidats il y eut 61 reçus à Math. géné., W.D. obtint les notes 33/60 et 34/40 aux deux compositions de l'écrit, 12/20 à l'épreuve pratique et 81/100 à l'oral, il fut déclaré reçu avec la mention Assez Bien.

Il ne s'agit pas là de notes exceptionnelles, par exemple Michel Loève (1907-1979) a réussi Mathématiques générales à Paris en 1929 avec la mention très bien et les notes les plus hautes. On comprend assez bien les raisons de ces résultats, lorsqu'on compare la correction impeccable et la clarté de style de Loève aux libertés de W.D. qui était extraordinairement intuitif et se pliait mal aux rigueurs académiques, ce qui dès cette époque ne devait pas faciliter sa lecture.

2. Mécanique rationnelle, c'était, on l'a dit, un cours obligatoire de la licence de mathématiques, les étudiants français le suivaient généralement quatre ans après la fin de leurs études secondaires, il était enseigné par J. Chazy (1882-1955). En juin 1934 sur 242 candidats, il y eut

54 reçus dont W.D. qui obtint également la mention Assez Bien avec les notes 26/40 à l'écrit, 8/20 à l'épreuve pratique et 26/40 à l'oral.

3. Calcul des probabilités et physique mathématique, option statistique, un "diplôme d'étude supérieure", c'est à dire un cours de première année de 3ème cycle. Il permettait en principe aux étudiants avancés de prendre un premier contact avec des sujets moins traditionnels et ouverts sur la recherche.

Le cours dont il s'agit avait été créé en 1930 par Georges Darmois (1888-1960), il comprenait un enseignement de probabilités très général fait par E. Borel (1871-1956) et un cours de statistique fait par Darmois qui cette année là enseignait également à la place de M.Fréchet (1878-1973) les "probabilités en chaîne".

L'œuvre de G.Darmois est un peu oubliée, c'est pourtant un savant remarquable. Il avait soutenu en 1914 une thèse de géométrie fort brillante. Après la guerre de 14-18, nommé professeur à l'Université de Nancy, il s'était intéressé à la théorie de la relativité et à la statistique. C'est lui qui dès cette époque a introduit en France et développé les idées de Fisher. E.Borel qui souhaitait créer un enseignement de statistique et appréciait l'énergie de Darmois l'avait fait venir à Paris.

Contrairement à Borel qui avait été avant la guerre de 14 un très grand savant mais que les mathématiques n'intéressaient plus alors que d'assez loin, Darmois était en 1934 un homme enthousiaste, ouvert et accueillant pour les jeunes, son cours était d'une grande modernité, voir par exemple [86] p. 224.

Les examens de l'option statistique avaient lieu en mars et en octobre. W.D. ne s'est pas présenté à l'examen de mars 1934 mais fut reçu en octobre 1934 avec la mention AB et les notes, 6/20 et 16/20 à l'écrit, 13/20 à l'épreuve pratique, 11/20 et 15/20 à l'oral.

Ainsi dès sa première année à la Sorbonne, W.D. à peine âgé de 19 ans avait déjà parcouru le cycle complet des études universitaires de la première à la dernière année et trouvé une orientation de recherche, la théorie des probabilités. On peut évidemment s'interroger sur les raisons de ce parcours inhabituel et de ce choix. Faute d'éléments probants nous devons nous contenter d'hypothèses. L'une d'entre elles pourrait être présentée ainsi

Il est à peu près certain que W.D. n'a pas bénéficié des conseils avisés des savants professeurs de la Faculté à son arrivée à Paris. Il avait commencé ses études de mathématiques à Zürich, il s'est donc tout naturellement inscrit à Paris en mathématiques, et bien entendu au cours préparatoire de mathématiques générales qui était suivi par tous les étudiants étrangers. S'il s'est inscrit en mécanique rationnelle, c'est qu'il a dû penser au vu de son intitulé que ce serait un cours d'accès plus aisé que celui de Calcul différentiel et intégral qui couvrait en fait toute l'analyse classique des grands traités de Jordan, Picard ou Hadamard. En revanche s'inscrire au cours de probabilité n'avait rien de naturel et présuppose un choix raisonné. On peut penser d'autre part que W.D. a pris la décision de se présenter en statistique en cours d'année puisqu'en mars 1934 il n'a pas participé aux épreuves de l'examen.

Ne serait-ce que pour se perfectionner en français, W.D. a dû assister aux cours de mathématiques générales et de mécanique et y rencontrer d'autres étudiants, vraisemblablement étrangers comme lui. L'un d'eux peut avoir décidé de son orientation. Or il se trouve que cette même année 1933-1934, un étudiant hongrois né en 1912, Ervin Feldheim, suivait le cours de mécanique de Chazy. Feldheim avait entrepris en 1931 des études de mathématiques à Paris et terminait en 1934 sa licence tout en suivant le cours de Darmois qui avait la réputation d'être le plus abordable parmi les cours de 3ème cycle. Il n'était d'ailleurs pas le seul à le faire, un autre étudiant hongrois Geza Kunetz suivait la même année le cours de Darmois et soutiendrait le 17

mars 1937 une thèse d'Université sous la direction de Darmois "sur quelques propriétés des fonctions caractéristiques".

Le cours de Darmois permettait également d'accéder aux carrières de statisticien et d'actuaire qui s'ouvraient alors plus largement en France comme partout en Europe. Ces perspectives professionnelles intéressantes attiraient particulièrement les étudiants étrangers en mathématiques auxquels l'enseignement d'état était interdit. C'est ainsi que M. Loève, qui était apatride, et qui avait dû enseigner dans divers établissements privés, pour faire vivre sa famille, étudia les statistiques et l'actuariat afin de trouver un emploi mieux rémunéré, il y trouva aussi comme W.D. une orientation de recherche et l'on connaît bien d'autres exemples en Europe comme aux Etats Unis, à cette époque, de telles vocations probabilistes contraintes par les nécessités de l'existence. On peut penser que cet aspect des choses est intervenu dans le choix de W.D. qui avait certainement à coeur de ne pas être trop longtemps à la charge de son père déjà âgé, aux revenus probablement incertains.

Il est possible que ce soit Feldheim, reçu comme Kunetz en mars 1934 à l'examen de Borel et Darmois, qui ait proposé à Doeblin de s'inscrire à ce même cours. Feldheim fut refusé en juin 1934 à l'examen de mécanique, qu'il réussit en octobre seulement. Doeblin aurait pu aider Feldheim en mécanique et Feldheim initier Doeblin aux probabilités. Rentré en Hongrie après avoir obtenu sa licence, Feldheim entra dans une compagnie d'assurance. Il continua à s'intéresser aux probabilités et soutint en février 1937 à Paris une thèse d'Université dédiée à G. Darmois et P. Lévy, sur les lois stables dans le plan. Feldheim a publié de nombreux mémoires d'analyse jusqu'en 1942. Il est mort en 1944, victime du nazisme.

Dans sa correspondance avec Fréchet W.D. parle de Feldheim en termes amicaux, on peut donc au minimum considérer comme établi qu'ils se sont rencontrés.

Quoiqu'il en soit l'enseignement de G. Darmois semble bien avoir incité W.D. à s'intéresser aux probabilités, (1). Mme Schwartz, fille de P. Lévy, se souvient avoir entendu W.D. dire à son père au cours d'une conversation "qu'il ne savait pas s'il s'intéressait plus aux probabilités qu'à d'autres parties des mathématiques mais qu'il avait choisi d'y travailler parce, qu'il sentait que ce serait l'une des grandes branches d'avenir des mathématiques".

On sait maintenant que les années 30 furent l'âge d'or de la théorie des probabilités mais ce n'était nullement évident à l'époque surtout à Paris où le calcul des probabilités n'était généralement pas considéré comme appartenant de droit au domaine des mathématiques. Traditionnellement, les étudiants français les plus brillants s'orientaient vers la géométrie ou l'analyse et plus récemment vers la théorie des nombres, ceux qui abordaient les probabilités ne le faisaient qu'après avoir fait leurs preuves ailleurs. Si l'on excepte le cas très exceptionnel de Bachelier, ce n'est qu'après l'arrivée à Paris de Fréchet en 1929 et Darmois en 1933 que des thèses de probabilités purent être soutenues en Sorbonne et encore était ce assez mal vu. Ainsi Emile Borel, pourtant l'un des fondateurs de la théorie moderne des probabilités, qui présidait la plupart des thèses de probabilités, disait encore à J.Ville, auteur d'une thèse très remarquable sur les martingales: "quand allez vous vous décider à faire de l'analyse ?" [117].

Le choix de W.D. n'était cependant pas déraisonnable, c'est en effet en 1934 que Paul Lévy, professeur à l'École Polytechnique, allait publier son grand mémoire sur les lois indéfiniment divisibles, [82], et démontrer le théorème de Feller-Lévy qui élucidait enfin le théorème de Laplace-Liapounoff, [84]. D'autre part Maurice Fréchet, qui avait créé avant la guerre de 1914 l'analyse abstraite et qui, à la suite d'Hadamard, s'était intéressé, lors de son arrivée à Paris, à la théorie des événements en chaînes, se consacrait désormais presque exclusivement à cette théorie. Fréchet entretenait une correspondance abondante avec un grand nombre d'analystes et suivait de près la littérature de son temps qu'il recevait de toute part. En particulier Fréchet se trouvait en rapport avec tous les mathématiciens qui s'intéressaient à la théorie des chaînes de

Markov, Bernstein, Hostinsky, Kolmogorov, de Mises, Onicescu etc..., les invitant à venir parler de leurs travaux à Paris, grâce aux libéralités de la fondation Rockefeller.

L'Institut Henri Poincaré se trouvait ainsi être, sans le savoir sans doute et sans que W.D. le sache non plus, l'un des endroits au monde les plus propices à l'étude des probabilités en 1934. Et cet apparent hasard des déterminations mystérieuses de W.D. n'est, peut être, comme il se doit, qu'un concours de conséquences absolument nécessaires de longues chaînes de raisons.

Il ne faudrait pas cependant trop idéaliser la situation. Faire de la recherche en mathématiques à Paris à cette époque n'était pas chose aisée. Il existait entre les jeunes chercheurs et les professeurs titulaires une "barrière infranchissable" due naturellement à la très grande différence d'âge, et à des traditions d'individualisme absolu. Les jeunes étaient laissés à eux mêmes, particulièrement ceux qui ne pouvaient bénéficier, comme les élèves de l'ENS, d'un autoencadrement naturel et d'une collégialité favorable aux échanges scientifiques. Il est probable que Moscou, Göttingen ou Berlin avant 1933 par exemple, auraient mieux accueilli le jeune W.D. qui, toutefois, on va le voir, ne semble pas avoir trop pâti de cette situation.

Revenons donc à l'année 1934. Après ses succès de juin et d'octobre, W.D. s'inscrit le 17 octobre aux deux certificats qui lui manquent pour obtenir sa licence de mathématiques, Calcul différentiel et intégral, et Physique générale (Archives Nationales AJ/16/5182 n° 73). Le registre des examens de 1935 a malheureusement disparu dans l'incendie qui a détruit une partie des archives de la Sorbonne en juin 1968 et nous ne disposons pas des notes obtenues par W.D. Il est certain cependant qu'il a réussi en juin 1935 ses examens et est allé passer ses vacances en Espagne avec ses parents dans un village de pêcheurs, [59].

L'enseignement de Calcul différentiel et intégral était partagé en 3, un cours d'A. Denjoy (1884-1974), titulaire de la chaire, sur les équations différentielles ordinaires et les équations aux dérivées partielles, un cours de M. Fréchet sur l'analyse de Fourier, un cours de R. Garnier (1887-1984) sur la géométrie différentielle. Il y avait un examen pour chaque cours et W.D. dut y briller assez pour que A.Denjoy, qui n'avait pas la réputation d'être facilement impressionnable, acceptât de le présenter avec G.Darmois à la Société Mathématique de France le 13 novembre 1935, W.D. avait alors 20 ans.

Il est assez vraisemblable que W.D. ait suivi d'autres cours en 1934-1935 et certaines des conférences qui eurent lieu à l'Institut Henri Poincaré cette année là. W.D. aurait pu par exemple suivre le cours de géométrie d'Elie Cartan qui attirait les élèves les plus brillants. Il aurait également pu assister aux séances du "séminaire Julia" qui se tenait toutes les semaines à l'IHP dans l'amphithéatre Darboux et était organisé par les fondateurs du groupe Bourbaki, H.Cartan, R. de Possel, C.Chevalley, J.Delsarte, A.Weil etc... Au cours de l'année 1934-1935 le thème du séminaire fut "Espace de Hilbert". R. de Possel exposa la théorie ensembliste de la mesure et de l'intégration (Bourbaki n'avait pas encore opté pour l'intégration bourbakiste), J. Leray parla de la théorie de Carleman, A. Weil de la mesure de Haar et J. Von Neumann, alors boursier Rockefeller à Paris, exposa sa théorie des opérateurs. En 1935-1936 ce même "séminaire Julia" prendrait pour thème la "topologie", puis "les travaux d'Elie Cartan" en 1936-1937, et "les fonctions algébriques" en 1937-1938 avant que ne paraisse en 1939 le premier fascicule Bourbaki. W.D. aurait pu également assister au prestigieux séminaire Hadamard du Collège de France où l'on présentait les dernières nouveautés dans tous les domaines des mathématiques. Il aurait pu suivre au même Collège de France le "cours Peccot" dont étaient chargés en 1934-1935. J. Leray et R. de Possel qui traitait de la théorie abstraite de la mesure et de l'intégration.

II - LES ANNÉES DE RECHERCHE A L'IHP : OCTOBRE 1935 - OCTOBRE 1938.

A la rentrée d'octobre 1935, W.D. ne s'inscrit pas immédiatement à la Faculté des sciences, il hésite peut être encore sur son orientation définitive. Son inscription en doctorat de

mathématiques date du 22 janvier 1936 (Archives Nationales AJ/16/5183 n° 2611). Darmois lui a peut être conseillé d'attendre le retour de Fréchet qui en octobre et novembre 1935, se trouve en Russie. Il commence très certainement à travailler seul sur la théorie des chaînes de Markov dont on sait qu'elle n'était alors complète que sous des hypothèses particulières ; on entrevoyait seulement les généralisations possibles, les méthodes utilisées étaient peu susceptibles d'extensions significatives. Il est en revanche certain que W.D. obtient ses premiers résultats à la fin de l'année 1935 et qu'il les soumet à Fréchet dès son retour. La correspondance de W.D. avec Fréchet déposée aux Archives de l'Académie des Sciences et dont nous avons fait une transcription complète, montre que cette période est extraordinairement féconde pour lui. Chaque semaine il présente à Fréchet de nouveaux résultats, au point que ce dernier se trouve rapidement débordé, d'autant que les démonstrations de W.D. sont rédigées avec une extrême concision, la plupart des étapes intermédiaires lui paraissant évidentes, et ne sont pas exemptes d'imprécisions. Par précaution, écrit-il, il fournit pour chacun de ses résultats plusieurs démonstrations dont certaines très éloignées des autres.

En juin 1936, W.D. possède l'essentiel des résultats de sa thèse, tels qu'ils sont présentés dans les 2 longs mémoires sur les chaînes publiés en 1937 et 1938 à Bucarest et à Athènes. On trouve peu d'exemples dans l'histoire des mathématiques d'une telle performance. Comme on le sait, sans connaître les travaux d'Hadamard sur le battage des cartes, ni bien sûr l'extension qu'en fera Kolmogorov, W.D. étend la méthode directe d'Hadamard au cas des chaînes simples et en déduit leur étude complète, y ajoutant la loi du logarithme itéré. Fréchet n'acceptera de présenter la première note de Doeblin sur les chaînes que le 29 juin 1936, après avoir tenté d'obtenir de lui une rédaction claire et précise, sans d'ailleurs y parvenir tout à fait puisque cette note contient quelques erreurs. Entre-temps W.D. a exposé ses résultats sur les chaînes aux séances de la S.M.F. des 13 mai et 10 juin 1936, séances où il est le seul conférencier, il a tout juste 21 ans, [18].

Pendant cette année W.D. a travaillé tous les jours ouvrables à la bibliothèque de l'IHP qui se trouvait alors au 1er étage du bâtiment, c'était une grande salle aux rayonnages muraux avec deux ou trois longues tables pour les lecteurs qui étaient peu nombreux. W.D. y a rencontré les chercheurs de mathématiques et de physique théorique en particulier les élèves de Fréchet, Robert Fortet, Jean Ville, et plus tard Michel Loève qui s'intéressait en 1935 à la physique théorique. Tous ont gardé un souvenir ébloui de son intelligence et de son extraordinaire vivacité d'esprit. Il côtoie également les élèves de Louis de Broglie notamment Assène Datzeff né en 1911 qui soutiendra une thèse sur l'équation de Schrödinger en 1937 et deviendra professeur de physique théorique à l'Université de Sofia, et surtout Marie Antoinette Baudot (1912- 1980) pour laquelle il semble avoir éprouvé plus qu'une simple amitié de voisinage, [16], [17]. Il ressentira une vive déception lorsqu'elle lui annoncera son mariage avec Jacques Tonnelat un de ses camarades d'études, fils d'Ernest Tonnelat (1877-1948), germaniste, Professeur au Collège de France, ami et commentateur d'Alfred Döblin. Marie Antoinette Tonnelat-Baudot soutiendra en 1941 une thèse sur la théorie du photon dans un espace de Riemann, elle sera nommée professeur de relativité à la Faculté des Sciences de Paris et succédera à Louis de Broglie dans la chaire de théories physiques de l'IHP. C'est elle qui retrouvera la trace de W.D. aux termes d'une longue enquête et qui préviendra sa famille de sa mort, en 1944. [108], [109], [110].

Incidemment au printemps 1936 W.D. a résolu un problème posé par P.Lévy sur l'augmentation de la dispersion des sommes de v.a. indépendantes. Lévy qui venait de triompher du plus ancien problème de la théorie avait exposé ses résultats à l'IHP et à la SMF, laissant sans solution une difficulté qu'il n'avait pu surmonter, W.D. lui apporta la démonstration cherchée que Lévy jugea "assez difficile", [86] p.156, [88] p.112, et que W.D. décrivait lui même comme "assez facile" dans une remarque introductive supprimée sur les épreuves de son mémoire "sur les sommes d'un grand nombre de v.a. indépendantes".

De façon générale W.D. semble considérer tous ses résultats de 1936 comme "assez faciles" et il estime déjà les résultats obtenus avant lui comme assez évidents. Il a d'ailleurs à cette

époque l'angoisse permanente de voir d'autres mathématiciens publier avant lui l'un ou l'autre des résultats que faute de temps, il ne peut encore rédiger, tant tout cela lui paraît simple et allant de soi.

Dans la lettre d'envoi de la note qu'ils ont cosignée en juin 1936 P.Lévy décrit W.D. comme son "collaborateur". Il multipliera dorénavant les marques d'une très grande estime.

Les lettres de W.D. à P.Lévy ont été détruites pendant la guerre lorsque l'appartement parisien de P.Lévy a été pillé par la police allemande, mais on sait, [107], que Paul Lévy recevait W.D. chez lui et aimait à discuter avec lui de ses recherches en cours, [91] p. 116. C'est à partir d'octobre 1936 que W.D. et Ervin Feldheim aideront P. Lévy à corriger les épreuves de son célèbre livre *"Théorie de l'addition des variables aléatoires"* qui paraîtra en janvier 1937, [86] p. XVII ; on doit donc dater de cette époque les réflexions de W.D. sur les sommes de v.a. indépendantes qui aboutiront aux 2 grands mémoires de 1939 et de 1940-1947. Le premier qui reprend et redémontre par des méthodes directes originales un grand nombre des résultats de Lévy sera déposé au *Bulletin des Sciences Mathématiques* le 15 février 1938, envoyé à l'imprimeur le 26 juillet 1938 et paraîtra en janvier et février 1939. Du second nous parlerons plus loin.

C'est sans doute à la fin de l'année 1936 que W.D. élabore sa théorie générale des chaînes, dont il présente les résultats à Fréchet au printemps 1937 (Carton Fréchet n° 8, Archives de l'Académie des Sciences), c'est selon les termes de W.D. le problème "le plus difficile" qu'il ait résolu (lettre à Fréchet du 28/10/39). Le mémoire correspondant ne sera rédigé que plus tard, sans doute à la fin du printemps 38, après que W.D. eut abandonné les sommes de v.a. indépendantes, il a été remis le 21 juillet 1938 à P.Gauja, secrétaire archiviste de l'Académie chargé des publications, et ne sera publié dans les Annales de l'E.N.S. qu'en 1940. La note aux *Comptes Rendus* annonçant la théorie générale est du 5 juillet 1937. Elle clôt les travaux de W.D. sur les chaînes qui remontent, on l'a dit, à l'année 1936.

Je ne parlerai pas faute de documents nouveaux de la collaboration Doeblin-Fortet ({3}, voir [50], [51]). Pendant l'été 1937, W.Doeblin corrige en même temps les épreuves de sa thèse et une partie de celles du livre de Fréchet sur la "théorie des événements en chaîne dans le cas fini". Cette relecture simultanée oblige W.D. à préciser ses premières réflexions, [18], sur les processus de Markov à temps continu et à nombre fini d'états. Les lettres qu'il écrit à Fréchet cet été là indiquent comment W.D. a modifié une nouvelle fois le dernier chapitre de sa thèse sur l'équation de Smoluchowski dans le cas fini. L'équation de Smoluchowski et plus généralement l'équation de Chapman seront dorénavant l'un de ses thèmes constants de recherche jusqu'aux tout derniers jours de sa vie.

Rappelons à ce propos que le premier travail de W.D. sur l'équation de Chapman dans le cas des processus de sauts qui date de 1938 et sera publié en 1939 a été en particulier inspiré par un travail de B. Pospiŝil publié en 1936, [102], dont il existe, dans les archives Fréchet déposées au laboratoire de probabilités de l'Université Paris 6, un exemplaire annoté de la main de W.D. Il est peut être opportun de rappeler ici la mémoire de B.Pospiŝil (1912- 1944) mort lui aussi avant d'avoir pu donner tout ce qu'il avait en lui. Pospiŝil a fait ses études à l'Université Masaryk de Brno de 1931 à 1935, influencé par B. Hostinský, il prouve en 1935 le premier théorème d'existence et d'unicité de solutions de l'équation de Chapman sous des conditions précises et explicites. B.Hostinský (1884-1951) professeur de physique théorique à Brno est un savant quelque peu oublié maintenant, les universitaires tchèques eux mêmes le considèrent comme un auteur sans grande envergure et ne lui pardonnent pas de s'être opposé dès l'origine aux idées d'Einstein. Pourtant c'est Hostinský qui le premier en 1928, avant même Hadamard, a étendu le principe ergodique des chaînes de Markov finies au cas continu et proposé en 1932 d'appliquer l'intégrale multiplicative de Volterra à l'étude de l'équation de Chapman, méthode que Pospiŝil a reprise et étendue. B. Hostinský a correspondu avec Fréchet de 1919 à sa mort en 1951, c'est lui qui a véritablement popularisé en France les études sur les processus de Markov

par ses nombreux mémoires rédigés en français et à l'occasion de deux séries de conférences à l'IHP en 1930 et 1936, [53], [54]...

Après ce premier mémoire sur l'équation de Chapman, Pospišil abandonne la théorie des probabilités. Il participe en 1936 au séminaire de topologie de Brno créé par le grand topologue et géomètre E.Čech et soutient en 1939 une thèse de topologie, [8]. Arrêté par la gestapo en 1941 il est mort en 1944 après trois ans passés dans un camp de concentration. Voir [8] pour l'étude de ses travaux topologiques.
W.D. eut l'occasion de revoir B. Hostinský au Colloque sur le calcul des probabilités organisé à Genève du 11 au 16 octobre 1937. A Genève W.D. a participé activement aux discussions, [36], il a rencontré H. Steinhaus, W. Feller, A. Wald, H. Cramér, B. de Finetti etc...

En attendant de pouvoir mettre au net ses premières idées sur les processus de Markov continus, W.D. rédige début 1938 son mémoire sur les sommes de v.a. indépendantes qu'il termine en février 1938 et entreprend après Lévy et Khintchine l'étude des domaines d'attraction partielle d'une loi donnée. Il écrit à Fréchet en octobre 1939 qu'il "s'est acharné" vainement tout le printemps 1938 à trouver une condition nécessaire et suffisante pour qu'un ensemble de lois indéfiniment divisibles soit précisément l'ensemble des lois limites des puissances d'un type de loi, question qu'il ne reprendra qu'en février 1939 après son incorporation dans l'armée française

En janvier 1937 la situation matérielle de W.D. s'est améliorée. Sur la recommandation de Fréchet il obtient en effet une bourse Arconati-Visconti de 6750 F pour les trois premiers trimestres de 1937. Cette bourse lui sera renouvelée pour l'année universitaire 1937-1938. La demande de renouvellement de bourse déposée par W.D. en mai 1937 se trouve aux Archives Nationales (AJ/16/5796) elle contient une photo d'identité à demi brûlée, un certificat de nationalité signé par deux témoins Jean Dubuffet (sans doute le peintre) et Victor Detouche et un "exposé des recherches" que W.D. souhaite entreprendre, il est à demi détruit mais on peut le reconstituer facilement. W.D. écrit : "J'ai l'intention de poursuivre mes recherches sur les chaînes constantes, le cas continu dans un domaine de mesure infinie. Je désire [continuer] à étudier les chaînes variables".

"En dehors de ces deux questions sur lesquelles je travaille depuis [longtemps], je désire étudier la probabilité des grandes valeurs des sommes de variables aléatoires indépendantes et certaines questions relatives aux équations [aux dérivées partielles de type] parabolique". (sic).

Signalons qu'en 1937 et 1938 W.D. organisa à Paris avec J.Ville un groupe de travail sur les probabilités où étaient exposés les résultats récents les plus marquants. L'un des principaux sujets traités en 1938 fut la théorie des processus de Markov continus, voir [116], [40]. Ce groupe de travail, bientôt officialisé par E. Borel, titulaire de la chaire de "calcul des probabilités et physique mathématique", devint le séminaire de probabilités de la Faculté des sciences de Paris. Ce séminaire existe toujours et accueille de nombreux probabilistes du monde entier.

En 1938 W.D. semble avoir atteint une certaine maturité, il s'intéresse à tout, notamment, au cours d'une conversation avec Paul Lévy, rapportée par L.Schwartz [107], il déclare vouloir étudier l'intégration stochastique et les équations différentielles stochastiques, sujet alors à peine abordé par Bernstein. Sa première note sur l'équation de Kolmogorov est présentée à l'Académie le 24 octobre 1938 quelques jours avant son départ au service militaire.

III - DANS L'ARMÉE FRANÇAISE : NOVEMBRE 1938 - JUIN 1940

Sa thèse soutenue en mars 1938, W.D., qui a obtenu en même temps que ses parents et ses deux plus jeunes frères la nationalité française le 16 octobre 1936 (décret n° 26035/36), résilie son sursis.

Retardée par la crise tchèque, son incorporation a lieu le 3 novembre 1938 au 91ème Régiment d'Infanterie stationné dans les Ardennes à Givet. W.D., qui n'a pas suivi de préparation militaire, est soldat de deuxième classe.

W.D. quitte sa famille, il ne la reverra plus qu'à l'occasion de courtes permissions. Il ressort des lettres adressées à ses amis que nous avons pu consulter, que pour la première fois depuis son arrivée en France, W.D. n'a plus ni le temps ni le goût de travailler. La vie de caserne lui pèse et des crises de cafard le prennent lui interdisant tout travail de recherche de novembre 38 à février 39. (2).

Pour sortir de son cafard il reprend en février 1939 le problème qui l'avait si longtemps arrêté au printemps 1938 sur la caractérisation des ensembles de lois limites des puissances d'un type de loi. Lors de ses rares moments de tranquillité, il commence par rédiger les résultats qu'il avait obtenus et à la fin du mois de juillet 1939 il est en possession de la caractérisation cherchée. C'est, écrit-il à Fréchet en octobre 1939, après la théorie des chaînes, le problème le plus difficile qu'il ait résolu. Malheureusement il n'a pas le temps de terminer la rédaction de sa démonstration, au début du mois d'août il suit le peloton d'élèves caporaux et l'exercice devient si dur qu'il ne peut plus travailler. Il compte terminer son manuscrit à la fin du mois d'août, mais la crise polonaise éclate, son régiment est dissous le 22 août et reformé avec les réservistes mobilisés, la guerre est déclarée le 2 septembre, il n'a que le temps d'envoyer son mémoire inachevé à son frère aîné Peter à Philadelphie et tous ses brouillons chez ses parents à Paris.

Personne depuis ne semble avoir saisi ce que W.D. a démontré cet été 1939 ni comment il l'a fait. Paul Lévy doute même dans son dernier article sur Doeblin [89] que W.D. ait démontré véritablement quoique ce soit. Le texte de Philadelphie rapporté à Paris par ses parents a été examiné par plusieurs spécialistes dont Lévy, Fortet, Loève, Pollaczek et Chung qui n'ont pu que constater qu'il s'agit d'un manuscrit incomplet comptant une vingtaine de pages de calculs sans aucune explication. Ce texte est déposé aux Archives de l'Académie des Sciences et est librement accessible aux chercheurs qui souhaitent le consulter. Il reste que le dernier théorème de W.D. sur la caractérisation des domaines d'attraction partielle demeure à ce jour impénétrable. Pourtant W.D. tenait à son résultat, peut être avait-il raison ?

La guerre déclarée, W.D. est affecté au 291ème Régiment d'Infanterie, commandé par le lieutenant colonel Modot, qui dépend de la 52ème Division d'Infanterie (général Echard), une division qui prendra position fin 1939 en Lorraine où elle est rattachée au groupement de la Sarre (général Hubert) de la 3ème armée (général Condé).

W.D. est soldat-téléphoniste à l'État Major du 3ème Bataillon. Il est pris de nouvelles crises de cafard qui l'empêchent de travailler. A la fin du mois d'octobre 1939, il entreprend de rédiger les démonstrations de ses notes sur l'équation de Kolmogorov publiées en octobre 1938 et en janvier 1939 qu'il complète par une nouvelle note prête en janvier 1940.

Dès octobre 1939, Fréchet a été nommé directeur du Laboratoire de statistique de l'IHP mobilisé au service de la Défense Nationale sous la direction d'Emile Borel qui retrouve là des fonctions qu'il avait exercées pendant la guerre de 14-18 au plus haut niveau. Fréchet reprend contact avec W.D. pour lui demander sa collaboration, mais W.D. ne semble pas s'être passionné pour le problème que lui soumet Fréchet : rechercher des règles numériques d'approximation de la loi binomiale valables dans tous les cas.

L'hiver 1939-1940 est rigoureux en Lorraine et rien n'est prévu pour accueillir une telle masse de soldats. En janvier W.D. dort dans "un grenier sans poèle où il neige". En dépit de ces conditions et grâce à la cabine téléphonique où il fait chaud et où il peut s'isoler, W.D. termine son mémoire sur l'équation de Kolmogorov en février 1940 et l'adresse à l'Académie des Sciences sous forme d'un pli cacheté qui est enregistré le 26 février 1940 sous le n°11668.

Ce pli cacheté n'a jamais été ouvert. Oublié par Fréchet qui pourtant en avait été informé, il se trouve toujours aux Archives de l'Académie des Sciences, il faudra attendre pour en connaître le contenu que les ayants droit en fassent la demande aux Secrétaires perpétuels de l'Académie ou bien que le délai de cent années requis par les règlements soit expiré. Il s'agit en principe d'un mémoire complètement rédigé, il devrait donc apporter, quand il sera ouvert, des éléments intéressants sur les méthodes originales de Doeblin pour traiter les équations aux dérivées partielles de Kolmogorov.

Maintenant qu'il est repris par son travail, W.D. à qui sa situation de soldat de 2ème classe doit peser bien qu'il ne s'en plaigne pas, se déclare prêt à s'inscrire à un peloton d'élèves officiers, ce qui lui permettrait de vivre et de travailler à l'arrière dans de meilleures conditions (lettre de mars 1940 à Fréchet), il n'en aura pas le temps.

Il travaille maintenant sur l'équation de Chapman dans le cas général, il écrit à Fréchet qu'il "étudie surtout certains cas dans lesquels les solutions de Hostinsky se trouvent être les solutions générales". Il envoie à Fréchet le 10 avril 1940 une première note : "Sur des mouvements mixtes" et le même jour "une autre note faisant suite à la précédente mais qui n'est pas destinée à être publiée avant quelques mois". Cette seconde note intitulée "Sur la solution de M.Hostinsky de l'équation de Chapman" n'a jamais été publiée. Doeblin entreprend une théorie générale des processus de Markov directement à partir de l'équation de Chapman, il serait intéressant d'évaluer son apport dans ce domaine.

Dans une lettre du 13 avril, W.D. communique à Fréchet d'autres résultats complétant les deux notes du 10 avril. Il est confiant et estime que la guerre sera courte, il transmet à Fréchet une demande de bourse pour l'année à venir.

Le 21 avril 1940, W.D. écrit une dernière carte à Fréchet dans laquelle il le remercie de l'allocation du secours universitaire qui lui permettra de travailler quand il sera au repos. Il le remercie également de l'envoi de tirés à part et ajoute : "Le travail de Feller contient une solution de l'équation de Chapman qui est absolument équivalente à la solution de Hostinsky. Feller ne s'en est visiblement pas aperçu". C'est le dernier commentaire scientifique de W.D. que je connaisse.

Le 10 mai 1940 l'armée allemande attaque en Belgique et déborde les armées alliées. Le front de la Sarre reste relativement calme, W. Doeblin est cité à l'ordre du Régiment (3).

La première offensive allemande se termine à Dunkerque le 4 juin 1940, le corps expéditionnaire britannique et plus de la moitié des troupes françaises sont hors de combat ou en retraite.

Le 5 juin la 2ème offensive allemande commence, le groupe d'armées Von Boch attaque sur la Somme et atteint la Seine à Rouen le 9 juin, il sera à Paris le 14. Ce même 9 juin le groupe d'armées Von Rundstedt attaque en Argonne. En dépit de la résistance acharnée de la 2ème armée française, le front est enfoncé et le lundi 17 juin les blindés de Guderian atteignent la frontière suisse, prenant à revers le groupe d'armées de l'est et enfermant en Lorraine près de 500 000 hommes. Le 12 juin pourtant un ordre de repli général des armées de Lorraine a été lancé, les troupes doivent se replier à partir du 13 au soir, en échelon, sur le canal de la Marne au Rhin, en particulier le secteur de Faulquemont où se trouve W.D. doit se replier dans la nuit du 14 juin.

Or le 14 juin à 7 heures du matin, la 1ère armée allemande du général von Witzleben attaque dans le secteur de la Sarre. La préparation d'artillerie est la plus forte de toute la guerre, 1000 bouches à feu sur 28 kms, les allemands ont de plus la maîtrise totale du ciel. L'assaut allemand est repoussé, c'est la seule véritable victoire française de cette phase de la guerre. Dans la nuit du 14 après une journée de combats très durs les troupes de forteresse abandonnent leurs positions et, à pied, avec armes et bagages, se replient. La retraite est physiquement et moralement très

éprouvante, elle se fait la nuit pour éviter les attaques aériennes, le jour les combats se poursuivent presque sans interruption [5].

Le 291ème RI stationné au sud de la ligne Maginot dans la région de Morhange-Grostenquin a été chargé de couvrir la retraite des troupes de forteresse. Il mène de durs combats du 15 au 18 juin (4). Son chef de Corps, le lieutenant colonel Modot est tué le 15 à Vallerange et remplacé par le commandant Malgorn. Le 15 au soir le Régiment se replie au sud de Morhange, la 3ème Compagnie à laquelle appartient Doeblin éclate ([6] tome 1 p.301), elle passe le pont d'Hénaménil sur le canal de la Marne au Rhin dans l'après midi du 17 dans un état de total épuisement ([6], 1, p.312). En position de repli derrière le canal, le 291ème RI est de nouveau attaqué dans la nuit de 18 au 19 et son PC tombe le 19 au matin aux abords de Thiébaumesnil à l'est de Lunéville ([6], 2, p.197). La Compagnie d'Accompagnement du 3ème Bataillon (CA3), commandée par le Capitaine Renard, à laquelle appartien W.D., parvient à s'échapper et se replie vers le sud. Le 20 juin, le Capitaine Renard, un prêtre du diocèse de Soissons, comprend que les troupes allemandes les encerclent et qu'il n'y a plus d'espoir d'éviter la captivité. Jusqu'alors, selon le témoignage de F. Renard, W.D. a été un modèle de courage et d'entrain. Maintenant qu'il sait la bataille perdue, il décide de tenter sa chance seul. Sans prévenir quiconque de ses intentions, il quitte sa compagnie le 20 au soir et marche probablement toute la nuit pour se retrouver le matin du 21 à Housseras, un petit village des Vosges près de Rambervillers. Housseras est occupé par les soldats du 82ème RIF qui ont marché, eux aussi, une partie de la nuit. Talonnés par l'ennemi, épuisés par une semaine de combats incessants, ils sont sur le point de se rendre aux allemands dont l'arrivée est imminente.

W. Doeblin a toujours affirmé être prêt à mourir pour ses idées. Il ne peut accepter d'être pris, les allemands le considéreraient comme un traitre et pourraient l'utiliser contre son père, recherché par la Gestapo. Il brûle tous ses papiers dans une ferme du village et se tire une balle dans la tête. Il est enterré le soir dans une fosse creusée derrière l'église, [62]. Son corps sera identifié en avril 1944. Le 22 juin à 15h les combats cessent en Lorraine.

W.D. sera décoré à titre posthume de la croix de guerre avec palme et de la médaille militaire, la plus haute distinction accordée à un soldat. Son nom figure depuis l'année dernière sur le monument aux morts d'Housseras, village où il est enterré avec son père et sa mère, [109].

NOTES

0 - Sur la vie de Wolfgang Doeblin à Berlin de 1915 à 1933, on se reportera à [59], [62], [88], [92].

1 - On trouve à la bibliothèque de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris, un exemplaire de la thèse de Doeblin qui comporte la dédicace suivante :

"A Monsieur Georges Darmois

Avec mes remerciements sincères pour m'avoir donné des sujets de thèse trop difficile me forçant à me familiariser avec les méthodes modernes du Calcul des Probabilités.

W. Doeblin"

La liste des ouvrages empruntés par Doeblin à la bibliothèque de l'Institut Henri Poincaré ne fournit que peu d'informations sur ses lectures réelles. W.D. travaillait à la bibliothèque et ne ramenait chez lui que très peu de livres.

Le registre des prêts de la bibliothèque de l'I.H.P. indique que W.D. a emprunté de 1935 à 1938 les ouvrages suivants :

Juillet 1935 : *Algebraic Functions* de Bliss.
Octobre 1935 : *Calcul des Probabilités* de P. Lévy.
Mars 1936 : *Dernières pensées* de H. Poincaré.
Avril 1936 : *Cristallographie* de Bouasse.
Mai 1936 : *Mécanique statistique* de Borel.
Novembre 1936 : *Analyse factorielle* de P. Lévy.
Juin 1937 : *Nouveaux sentiers de la sciences* d'Eddington.

2 - Wolfgang Doeblin a adhéré dès 1935 à la "Ligue Française pour les Auberges de Jeunesse" fondée en 1930 par Marc Sangnier (1873-1950), (voir [124]). On trouve aux Archives de Marbach le brouillon d'une lettre destinée à l'un de ses amis "ajistes" qui indique assez bien son état d'esprit à Givet.

W. Doeblin à un inconnu, le 22/2/1939.

"Mon cher ami

Aujourd'hui pour la première fois depuis mon arrivé au régiment j'ai un peu de temps libre avant 5 heures, j'en profite pour t'écrire.

J'espère que le Club réorganisé marchera mieux qu'avant, je n'y crois pas beaucoup, personnellement je suis de l'avis suivant : tant que le Club s'occupe presqu'uniquement de sorties théatrales ou de sorties le samedi-dimanche agrémentées de palabres sur la vie du Club il est impossible de faire quoique ce soit du Club. La formule des Clubs de province (au moins des Clubs du Jura) me paraît plus heureuse : s'occuper d'auberges, améliorer les auberges existantes, en créer d'autres, faire des itinéraires pour les usagers des autres régions, voilà un véritable travail Ajiste. J'ai vu trop d'<ajistes< dans les différents Clubs <illisible< et qui font des vacances sur le tas ou même qui passent les vacances dans un hôtel. Il y a aussi le problème des campeurs dans les Clubs. Au fond tu connais bien mon opinion sur toutes ces questions, mais ne crois tu pas aussi que la meilleure façon d'éliminer les indésirables c'est de forcer tous les membres du Club à consacrer deux dimanches par an à l'amélioration ou la création d'auberges, à peindre les murs, à balayer une A.J., à gratter les tables et à les cirer (comme on le fait ici le samedi) ?

Je suis soldat (élève-caporal) dans l'infanterie, laquelle arme était évidemment bien indiquée pour un mathématicien, au 91ème R.I. 11ème Cie à Givet dans les Ardennes (il y a une A.J. 0 Givet, elle est fermée maintenant). Les environs de Givet sont très jolis ce qui est appréciable. Matériellement on n'est pas bien ici, même par rapport à d'autres compagnies installées à Givet. Quant à la discipline, je ne peux pas comparer, en tout cas depuis qu'on est ici on n'a pas encore eu quartier libre, même à Noël, il paraît qu'on pourra compter les jours de quartier libre sur les cinq doigts de la main gauche.

Pour les permissions c'est la même chose : les anciens partent maintenant en permission ils n'y ont pas été depuis 10 mois. Le colonel avait offert dès la démobilisation d'envoyer des hommes en renfort à Givet pour que les anciens puissent partir en permission, le commandant a refusé, pendant quelques semaines en octobre le bataillon avait à fournir journellement 104 types de garde, le commandant refusait le renfort. Je suis un mauvais soldat, de tout point de vue, alors les supressions de permissions pleuvent. Les premiers mois je souffrais beaucoup, maintenant je suis arrivé à un degré de non-foutisme parfait. J'attends avec calme ma première punition. Il est certain que je serait bien entraîné pour la marche lorsque je sortirai d'ici, il paraît qu'on aura en juin une marche d'épreuve de 54 km avec chargement complet.

J'ai amené une lampe à alcool, alors je me prépare souvent des repas supplémentaires. Je finis cette lettre la nuit, à la lueur d'une lampe à pétrole dans un poste de garde. En été la garde sera plus agréable. Aujourd'hui je suis relativement tranqueille, je suis fonctionnaire-caporal de poste. Je me borne à relever les sentinelles toutes les heures, évidemment je ne pense pas dormir avec cela (de 9h à 1h on a repos quand même).

3 - Dans une carte non datée de W.D. à ses parents, qui se trouve à Marbach W.D. écrit : "

Mes chers parents

J'ai reçu votre carte de St Germain. J'espère qu'il y a pas trop d'alertes et que cela se borne à une descente à la cave... <illisible>

291ème R.I.

Ordre de régiment n°20 du 19 mai 1940

Citation à l'ordre du régiment n° 25.

Le soldat Doeblin Wolfgang téléphoniste de la C.A. B3, soldat brave et dévoué, toujours volontaire pour occuper les postes les plus exposés, a assuré la liaison de jour et de nuit à l'intérieur du bataillon en réparant les lignes sous le feu de l'artillerie ennemie.

Cette citation comprend l'attribution de la croix de guerre.

La prochaine fois que je viendrai en permission j'aurai droit à 13 jours (la croix de guerre est la décoration la plus basse, au dessus il y a la croix de guerre avec palmes, la médaille militaire, la légion d'honneur) en tout cas il n'y a pas beaucoup de gens ici qui ont la croix de guerre sans être blessés et je n'ai pas une égratignure.

A l'heure actuelle je suis encore assez fatigué. Ces damnés coliques y sont certainement pour quelque chose. En tout cas maintenant je me soigne. Je pourrai maintenant vous écrire régulièrement. J'aimerais avoir l'adresse de Pierre.

4 - Wolfgang Doeblin a participé courageusement à ces combats comme en témoigne la citation à l'ordre de l'Armée qu'il a obtenue à titre posthume en 1946. Il n'a pas été possible d'obtenir plus de précisions sur les faits rapportés ci-dessous. Il est possible que "Beneng" soit en réalité le hameau de Bening qui se trouve situé sur la commune de Viller en Moselle, occupé par les Allemands le 16 juin [126], ou la ferme de Bening au sud de Bertring-Grostenquin où était cantonné le 291ème R.I.

"EXTRAIT DE L'ORDRE GENERAL n°1912 C

Le Ministre des Armées Edmond Michelet cite

A l'ordre de l'Armée

DOBLIN Wofgang dit Vincent - soldat au 291ème R.I.
"Soldat téléphoniste, très brave et très courageux,
A combattu les 16, 17 et 18 juin avec un réel mépris du danger.
Le 16 juin à Beneng, il est resté seul, armé d'un fusil mitrailleur pour couvrir la retraite d'un groupe de soldats. Ne s'est replié qu'après avoir retardé le débouché des motocyclistes ennemis du village et permis au groupe de s'installer sur une nouvelle position.
A trouvé la mort le 21 juin 1940 à Housseras (Vosges)".
La présente citation comporte l'attribution de la croix de guerre avec palme.

A Paris le 21 novembre 1946"

ANNEXES

A - CORRESPONDANCE DE W.DOEBLIN ET M.FRÉCHET

On trouvera ci dessous les pièces d'archives déposées à l'Institut de France ou aux Archives Nationales concernant W. Doeblin, classées par ordre chronologique. Les numéros (1), (2)... renvoient aux notes (1), (2)... qui figurent à la suite. Nous remercions les Secrétaires perpétuels de l'Académie des Sciences de nous avoir autorisé à reproduire la correspondance de W. Doeblin.

I

11-8-1936 (1)

Monsieur le Professeur,

Vous trouverez dans ce paquet la fin du 1er chapitre (2). J'avais voulu y ajouter un § sur le battage des cartes (pour les variables aléatoires). J'avais voulu aussi simplifier et revoir la plupart des démonstrations de la 2ème partie. Mais je n'en ai plus eu le temps, ayant été obligé de m'aliter pendant quelques jours.

Toutefois je ne crois pas qu'il y ait de fautes importantes. J'ai en effet pour presque tous les théorèmes plusieurs démonstrations quelquefois assez différentes. Lors de la rédaction, je me suis aperçu que mon analyse du cas $\sigma = 0$ à l'intérieur d'un groupe final était fausse (3). Mais j'ai eu de la chance, l'énoncé de ma note (4) est quand même vrai. Je n'ai eu qu'à baptiser cas non aléatoire le cas où la connaissance de l'état initial et de l'état final détermine complètement $S^{(n)}$,
Après les vacances je rédigerai le 2ème chapitre (5), comprenant la généralisation d'à peu près tous les résultats trouvés au cas continu. Il y aura peut être quelques difficultés pour quelques points de détails, mais j'ai vu que l'essentiel reste vrai.

Permettez moi de vous souhaiter de bonnes vacances, les miennes s'annoncent pluvieuses.

Veuillez croire, Monsieur le Professeur, à mon plus profond respect.

W.D

II

Paris, 7 septembre 1936 (6)

De retour à Paris, je viens de recevoir votre carte et je m'empresse de mettre tout de suite à la poste ces papiers en espérant qu'ils vous reviennent encore à temps.

Contrairement à ce que je pensais, l'énoncé pour les fréquences dans le cas où l'écart type est borné n'est pas correct. Comme je constate que les errata que j'avais signalés avant les vacances n'ont pas encore paru aux Comptes Rendus je vais y encore ajouter les deux suivants (qui sont plutôt des modifications) (7).

p.25 ligne 14 d'en bas.
lire : l'écart type de m_i^n est soit identiquement nul lorsque l'état initial est connu (cas non aléatoire) soit...
au lieu de : l'écart type ...

p. 25 ligne 8 d'en bas
lire : si $X^{(1)} + ... + X^{(n)}$ reste encore aléatoire après la connaissance de l'état initial et de l'état final du système
au lieu de : si nous sommes dans un cas aléatoire.

Les énoncés seront alors absolument corrects.

J'espère que vous passez de bonnes vacances.

Veuillez agréer, Monsieur le Professeur, l'expression de mon plus profond respect.

W.D.

III

Monsieur le Professeur (8)

Chaque dimanche à peu près j'ai la frousse des lundi c'est à dire des Comptes Rendus, en craignant que des résultats que je n'ai communiqués à personne peuvent se trouver dans une note des Comptes Rendus. Cette fois ce que je vous communique n'est peut être pas très important. Ce ne sont même pas de nouveaux résultats mais avec Monsieur Paul Lévy j'estime qu'il faut tirer toutes les conclusions de ses travaux si on ne veut pas être taxé d'incapable.

J'ai revu votre mémoire: "Sur l'allure asymptotique des densités..." (9) Les résultats de Monsieur Hadamard (10) sur les fonctions fondamentales correspondant à des constantes de module 1 s'expliquent de la façon suivante. Les $\varphi(E)$ sont des combinaisons linéaires de ce que j'appelle des $Pr[E,\overline{l(\alpha)}]$ (généralisations des $Pr(i,\overline{l(\alpha)}]$ cas discontinu Ch.I §5 (11)) les $Pr[E,\overline{j(\alpha)}]$ $(\overline{j_1(\beta)} \not\equiv \overline{j(\alpha)})$. Il est possible de donner les coefficients de ces $Pr[E,\overline{j(\alpha)}]$ pour $\varphi(E)$.

Les résultats de Monsieur Hadamard en résultent immédiatement.

Veuillez croire, Monsieur le Professeur, à mon profond respect.

W.D.

IV

17 Octobre 1936 (12)

Monsieur le Professeur

Comme j'ignore si vous viendrez lundi à l'IHP je vous communique par lettre mes résultats de cette semaine. Vous savez que depuis longtemps j'ai étendu les résultats de ma note au cas continu sous l'hypothèse que
1) l'ensemble dans lequel se meut le point mobile est de mesure finie
2) et qu'il existe deux nombres η et ε et un entier N tels que

$$P^N(E,\mathfrak{E}) < 1 - \eta \quad \text{si} \quad \text{mes}(\mathfrak{E}) < \varepsilon \qquad (13)$$

(ce cas contient comme cas particulier le cas dénombrable régulier au moins si je me rappelle bien la terminologie de Fortet) (14).

Maintenant j'ai pu démontrer que les théorèmes sur la stabilité de Poisson, sur la tendance dans les ensembles finaux, la division dans des sous-ensembles cycliques, la périodicité asymptotique des probabilités se conservent si l'on suppose que l'entier N qui intervient dans l'hypothèse 2) dépend de E état initial.

A partir de là je suis (indépendamment de Kolmogoroff) (15) en mesure de donner dans le cas dénombrable la condition nécessaire et suffisante pour que les $p^n_{i,k}$ sont asymptotiquement périodiques mais ne tendent pas vers zéro. D'ailleurs Kolmogoroff n'a pas démontré que les probabilités de rester en dehors des ensembles finaux dans cette hypothèse est nulle (il ne l'a pas envisagé).

Je vous avais fait remarquer avant les vacances que ce que vous avez donné dans les Commentaires (16) n'est que la condition pour que les $P^n(E,F)$ tendent uniformément par rapport à E vers une limite avec $\int P(F)\, dF \neq 0$. Je pense à l'aide de ces derniers cas donner les conditions nécessaires et suffisantes pour que les $P^n(E,F)$ tendent uniformément vers $P(F)$.

Veuillez croire, Monsieur le Professeur, à mon profond respect.

W.D.

V

Paris le 26-12-36 (17)

Monsieur le Professeur

Je viens d'être averti que le Conseil de la Faculté m'a accordé une bourse Arconati-Visconti (18) de 6750 francs. J'ai aussitôt renoncé à l'allocation de l'Alliance Israélite et remboursé ce que j'avais obtenu.

Cette bourse, dont je n'oublierai pas que je ne la dois qu'à vous constitue les plus belles étrennes que je n'ai jamais eues et je vous en remercie beaucoup bien sincèrement.

Veuillez croire, Monsieur le Professeur, à mes sentiments très respectueux et très reconnaissants.

W.D.

VI

Paris 27 août (1937) (19)

Monsieur le Professeur

Je vous renvoie ci-joint les 2 placards et le manuscrit (20) car contrairement à votre lettre je n'ai trouvé qu'un seul manuscrit dans l'enveloppe.

Quant au placard 29, ma remarque était due au mot arriver. Je pensais que la définition était conforme à ce que vous vouliez dire, alors les formules n'étaient "pas tout à fait correctes".

Ma remarque sur le placard 32 était certainement occasionnée par une lecture trop rapide. Le texte est bien exact. Mais il me parait que toute la démonstration donnée en petits caractères (21) pourrait être remplacée par une démonstration plus courte utilisant la formule d'approximations

$$P_{ik}(s,t) = P_{ik}(s,t_0) + (t-t_0)\left[\frac{\partial}{\partial t} P_{ik}(s,t_0) + \varepsilon_{ik}(s,t)\right] \tag{1}$$

$\psi(t_0 = P_{ik}(s,t_0)$ pour $i = i_1 \ldots, k = k_1 \ldots$, il résulte immédiatement que $\psi(t_0 + \Delta t)$ ne peut prendre pour Δt suffisamment petit qu'une des valeurs $P_{ik}(s,t+\Delta t)$ où $i \in (i_1,\ldots)$, $k \in (k_1,\ldots)$, et même que les indices i,k possibles doivent appartenir au sous-ensemble de ces indices pour lequel $\frac{\partial}{\partial t} P_{ik}(s,t_0)$ est minimum $= \mu$. Alors on a évidemment

$$\psi(t) = \psi(t_0) + (t-t_0)\,[\mu + \varepsilon(t)]$$

ce qui démontre vos affirmations. Au fond à partir de (1) c'est tellement évident qu'il suffit de signaler cette formule et de laisser au lecteur le soin de la vérification.

L'unique manuscrit ne donne lieu à aucune observation. Je viens de vous envoyer un exemplaire des épreuves de ma thèse. Le premier chapitre contient énormément d'errata. Au second chapitre § 2 (placard 27) il y a une coquille très grave (elle se trouve déjà dans mon manuscrit). Il faut remplacer la 3ème ligne par "que le point mobile reste dans son évolution future toujours dans" (22). Le sens est évidemment tout à fait différent. Le § 1 du dernier chapitre (équation de Smoluchowski) a été complètement changé par moi, j'avais envoyé la nouvelle rédaction au commencement de juillet à Onicescu (23), il faut croire que l'impression a été déjà finie à cette époque là. Je vous enverrai au commencement de septembre une lettre où j'aurai rassemblé tous les points où je ne sais pas comment faire la correction. Cette lettre contiendra probablement (24) aussi un certain nombre de résultats sans grande importance sur l'équation de Smoluchowski à un nombre fini d'états, tels que la démonstration de l'existence d'une limite pour $t \to \infty$ de $P_{ik}(t)$ (continue), forme de la solution continue la plus générale, démonstration directe que toutes les solutions continues $P_{ik}(t) \geq 0$ avec $\sum_k P_{ik}(t) = 1$ de l'équation de Smoluchowski ont des dérivées continues, forme des $P_{ik}(t)$ ayant à l'origine un point de discontinuité de première espèce. Une partie de ces résultats a été obtenue par moi il y a plus d'une année, le reste je le porte dans mon cerveau depuis assez longtemps, et je l'aurais laissé mûrir encore plus longtemps, sans la lecture de votre livre.

Mais comme je vais travailler sitôt ma thèse soutenue sur l'équation de Smoluchowski dans le cas général, ces choses là reviennent tellement souvent à mon esprit que j'entends m'en débarrasser une fois pour toutes, même si ça va me coûter une journée de travail.

J'espère que vous avez dans les Alpes un meilleur temps que celui que j'ai eu la dernière semaine de mon voyage dans les Vosges.

Veuillez croire, Monsieur le Professeur, à mes sentiments les plus respectueux

W.D.

(J'espère que vous avez reçu le reste des épreuves de votre livre que j'avais envoyé le 19 juillet. Je me méfie des employés de poste de Toul).

VII

lettre arrivée le 7 septembre. (25)

Monsieur le Professeur

Je vous remercie de votre carte.

Les résultats auxquels j'ai fait allusion dans ma lettre n'étaient pas du tout la démonstration de l'existence de $\lim_{t\to\infty} \Gamma_{ik}(t)$ pour les solutions continues de l'équation de Smoluchowski résultat qui m'est connu depuis longtemps et qui résulte d'ailleurs immédiatement comme corollaire aussi bien des travaux sur le cas continu de Bogoliouboff (26) que des miens (27).

Si vous voulez ajouter ce point à votre livre, vous n'aurez pas besoin de le gonfler de beaucoup. Les démonstrations ne manquent pas.

I - Si vous vous bornez au cas dans lequel vous démontrez que la forme des solutions est de la forme

$$\mu_{ik}(t) = \sum_{\rho} P_{ik}^{(\rho)}(t)\, \lambda_{\rho}^{t}$$

la démonstration est immédiate. La partie périodique s'écrit

$$\pi_{ik} + \sum a_{ik}^{(\rho)}(t)\, \lambda_{\rho}^{t}$$

λ_ρ étant de module 1 et λ_ρ^t doit être pour chaque t racine de l'unité. Donc $\lambda_\rho = 1$.

II - Supposez maintenant que $\mu_{ik}(t)$ est continue pour $t>0$. Vous voyez immédiatement de l'équation de récurrence que $\mu_{ik}(t)$ est uniformément continue pour $0<t<\infty$. Alors la démonstration la plus immédiate pour l'esprit - qui était ma première et que j'ai abandonné lorsque j'ai constaté que le principe de la démonstration de Bogoliouboff revenait à cela aussi - est : une fonction uniformément continue pour $t<\infty$ ne peut avoir 2 périodes asymptotiques dont le rapport est irrationnel, sans tendre vers une limite. Or $p_{ik}(nt)$ a comme période si $n \to \infty$ un multiple entier de t. Il en résulte la proposition. (28)

III - La période $\leq D_s$ de $p_{ik}(ns)$ est $\leq rs$ (r le nombre d'états). $p_{ik}(t)$ admet donc des périodes asymptotiques arbitrairement petites. Comme $p_{ik}(t)$ est uniformément continue pour $t<\infty$, il résulte aussi la proposition. C'est à peu près la démonstration à laquelle je me suis arrêtée pour la thèse (cas continu). (29)

IV - Il y a enfin des démonstrations où l'on introduit les groupes finals. Maintenant si vous supposez $p_{ii}(t) \underset{t\to 0}{\longrightarrow} 1$ alors la *raison* de l'existence de $\lim_{t\to\infty} p_{ik}(t)$ me parait être que $p_{ii}(t)$ est > 0 quelque soit i.

Je me proposais d'établir plutôt trois autres choses.

A - De $p_{ii}(t) \to 1$ si $t \to 0$ résulte que $p_{ju}(t)$ a une dérivée continue pour $t \geq 0$. [Ceci pour montrer directement que vos résultats s'appliquent dès que les $p_{ik}(t)$ sont continus pour $t=0$].

B - Analyse du cas où $\lim_{t\to 0} p_{ik}(t)$ existe sans être nécessairement δ_{ik}.

C - Démonstration directe que toute solution $a_{ik}(t)$ continue pour $t>0$ de l'équation de Smoluchowski (sans se borner au cas des probabilités) est nécessairement de la forme que vous établissez dans votre livre.

Les 3 propositions surtout les 2 dernières m'étaient connues depuis assez longtemps de même que leurs démonstrations. Seulement j'avais laissé tout cela dans le vague et je l'avais refoulé autant que possible dans ma subconscience (je trouve d'ailleurs que ma subconscience travaille beaucoup mieux que ma conscience). J'ai maintenant précisé et rédigé sommairement les démonstrations. Je considère donc A,B,C comme bien établies maintenant.

Si A vous intéresse pour votre livre je vous enverrai la démonstration, seulement je crains que ça fera une bonne page de mon écriture.

Ayant analysé le cas où l'origine est un point de discontinuité de 1ère espèce - j'ai constaté qu'il faut introduire des "groupes à liaisons instantanées" - je me suis demandé ce qui arrive si l'origine est un point de discontinuité de 2ème espèce pour les $p_{ik}(t)$, j'ai trouvé ce résultat étonnant : c'est impossible, (30). Par conséquent toute solution $p_{ik}(t) \geq 0$ de l'équation de Smoluchowski est nécessairement de la forme

$$\sum_{\rho=1}^{k} P_{ik}^{(\rho)}(t)\, \lambda_\rho^t$$

donc continue pour $t>0$.

Je crois sans pouvoir le démontrer pour le moment que cela soit vrai aussi pour toute solution $a_{ik}(t)$ borné à l'origine (31).

Dans le cas dénombrable je n'ai pu obtenir que des résultats moins précis (32).

Dans le cas général il faudra probablement faire intervenir des notions de voisinage.

Est ce que je ne ferai qu'une seule correction des épreuves ?

Il n'y a pas mal d'errata. Je voudrais remercier dans l'introduction Monsieur Onicescu, seulement je ne sais pas très bien qu'écrire. Je ne pense pas mettre "je remercie Monsieur Onicescu de s'être occupé de l'impression de ma thèse" (32).

J'allais vous demander de m'envoyer la mise en page de votre livre. Quand est-ce que le livre paraîtra? Cette année encore?

Veuillez agréer, Monsieur le Professeur, mes sentiments très respectueux.

W.D.

VIII

Paris le 10 septembre (1937) (34)

J'ai reçu avant hier votre lettre. Je n'ai pu compléter la liste qu'assez partiellement, surtout parce que l'IHP est fermé et mon fichier y est aussi.

Dans votre liste se trouve un mémoire de Perron (avec titre incertain). Je ne sais pas s'il est le même que celui qui est cité par Hostinsky (et qui contient l'expression des itérés $a_{ik}^{(n)}$ d'une matrice en fonction de i,k et n). Si c'est un mémoire différent il faudrait mettre [2] (35). On ne m'a pas envoyé jusqu'à maintenant de nouveaux placards de votre livre.

J'ai vérifié hier : Bogoliouboff (35) ne parle pas du cas fini, mais c'est un corollaire tellement immédiat qu'il n'y a aucun doute que c'est lui qui a la priorité, priorité que je n'ai jamais contestée. Quant à Romanovsky (37) il est certain que c'est lui qui a le 1er publié une démonstration complète de la loi de Gauss dans le cas positif

régulier, seulement les travaux de Mihoc (38) et Schulz (39) ont été donnés à l'imprimerie avant la publication de Romanovsky, quant à moi lorsque je vous ai apporté le théorème du logarithme itéré dans le cas régulier, théorème qui présuppose la démonstration de la loi de Gauss, le mémoire de Romanovsky n'était pas encore paru. Il faut dire que pour le cas régulier Mihoc et moi ont pensé, jusqu'à Romanovsky, que le théorème en question pour le cas régulier était déjà démontré par Bernstein (40), j'avais obtenu la première des 2 démonstrations pour la loi de Gauss que je donne dans le ch.I (41) en janvier 36, sans y attribuer la moindre importance, et il est probable qu'il en a été de même pour Mihoc. Je ne sais d'ailleurs pas si Schulz (42) n'a pas obtenu le théorème avant 32. Il faut dire qu'avant vos travaux (43) sur les moments des 2 premiers ordres les démonstrations de Bernstein ne s'appliquaient pas immédiatement au cas régulier pour $r>2$.

Je vous serais reconnaissant si vous pouvez m'envoyer l'adresse de Ville (44), je ne vois que lui pour me signaler les lacunes du § 2, à moins que je m'adresse à Feldheim (45) mais qui est en Hongrie. Fortet (46) connaît trop bien toutes ces choses. Maintenant ce "rappel..." n'était pas dans mon intention un résumé de la théorie pour des gens qui ne la connaissent pas du tout, mais plutôt une collection des propositions sur lesquelles je m'appuie dans le ch.I. Évidemment ma situation un peu bête est créée par le fait que l'exposé (47) ne paraîtra que beaucoup plus tard, à moins qu'il ne paraisse pas du tout. (Dans ce dernier cas je suis décidé à ne pas rédiger le mémoire développant ma dernière note aux Comptes Rendus) (48). En tout cas je vais envoyer à l'exposé et à votre livre. Pour ce dernier je vous prie de bien vouloir m'écrire le titre exact.

Cela m'amène à la question de la bibliographie. La solution la plus commode pour moi serait évidemment de renvoyer à votre livre et à Hostinsky (49). Seulement cela ne serait pas idéal pour le lecteur. Si je donne les indications bibliographiques pour les travaux cités, je peux soit les mettre à la fin du mémoire, soit à la fin de chaque chapitre (parce que le mémoire va être coupé en 2) soit enfin en bas des pages, mais là je ne sais pas comment marquer cela sur les épreuves.

Au placard 6bis je légitime le remplacement de $S_1^{(n)}$ par $S^{(n)}$ (50), ce que je dis n'est peut être pas tout à fait suffisant, mais dans le § 4 je ne suppose pas que j'ai affaire à un $S^{(n)}$ et comme je donne 2 démonstrations... J'ai d'ailleurs ajouté au § 3 en note que l'hypothèse de remplacement des $S_1^{(n)}$ par $S^{(n)}$ n'est plus faite au paragraphe 4

Le § 3 contient environ 60 errata, est ce que c'est beaucoup ou normal ? Ces errata portent de préférence sur les formules et sur les indices, et sont tels que votre lecture sera peut être très difficile. Le ch. I contient d'ailleurs autant d'errata que tout le reste. Je me demande si je ne dois pas vous envoyer mes épreuves corrigées depuis longtemps.

En attendant je travaille surtout sur l'équation de Smoluchowski dans le cas continu (51). J'obtiens des résultats, mais j'avance encore à tâtons, et je n'ai pas encore trouvé la méthode qui s'applique au cas général. Veuillez agréer, Monsieur le Professeur, l'expression de mon profond respect.

P.S. J'ai porté votre index bibliographique le 8 chez Gauthier Villars.

IX

16 septembre (52)

Monsieur le Professeur

J'ai renvoyé hier vos épreuves. Je n'ai qu'une observation à faire en ce qui les concerne: placard 24, 2ème page, vous dites que $\lim_{n\to\infty} \frac{\Pi_{kn}^{(3)}}{n^2}$ est généralement $\neq 0$ dans le cas d'une variable semi-réguliere (je crois qu'il est en effet assez utile d'introduire ce concept). Or cette limite est toujours nulle dans ce cas (53).

En ce qui concerne la mise en page de votre livre je ne l'avais demandée que pour l'index. Comme Fortet va en faire une correction, il m'a paru aussi inutile que je les corrige aussi. Ville parait être occupé avec le livre de Borel (54), il ne croit pas pouvoir aller à Genève (53). Je ne suis pas très étonné que A.Wintner (56) ne vient pas, je me demandais depuis longtemps ce qu'il comptait dire à ce colloque.

Lorsque je vous ai écrit ma dernière lettre, j'avais démontré pour les solutions de l'équation de Smoluchowski

$$a_{ik}(t+s) = \sum_{j=1}^{r} a_{ij}(s)a_{jk}(t)$$

bornées uniquement ceci : les solutions sont de la forme de votre livre (57)

$$a_{ik}(t) = \sum_{\rho} P_{ik}^{\rho}(t)\lambda_{\rho}^{t}$$

lorsqu'on se borne pour t aux valeurs rationnelles, donc les solutions continues sont pour tout t de cette forme.

Tout le reste supposait

$$a_{ik}(t) \geq 0 \text{ et } \sum_{k} a_{ik}(t) = 1$$

Depuis j'ai progressé un peu, j'ai pu montrer que si x est rationnel τ un nombre >0 quelconque, alors

$$\lim_{\alpha \to 0} a_{ik}(\alpha\tau) = a_{ik}(0)$$

existe indépendamment de τ. Je pense alors mettre $a_{ik}(\alpha\tau)$ sous la forme

$$a_{ik}(\alpha\tau) = a_{ik}(+0) + \alpha\tau[\beta_{ik}(\tau) + 0(\alpha)]$$

là dedans $\beta_{ik}(\tau) = \beta_{ik}(\alpha\tau)$ qui est une sorte de dérivé si l'on se rapproche de l'origine par valeurs multiples rationnelles d'un nombre τ est, multiplié par $\alpha\tau$, une fonction linéaire

$$(\tau_1 + \tau_2)\,\beta_{ik}(\tau_1 + \tau_2) = \tau_1\,\beta_{ik}(\tau_1) + \tau_2\,\beta_{ik}(\tau_2)$$

Malheureusement je n'ai pas encore réussi à montrer dans le cas général que $\beta_{ik}(\tau).\tau$ est borné, et je ne sais pas si c'est vrai.

En tout cas je crois qu'on pourra montrer que les solutions bornées de l'équation de Smoluchowski sont de la forme indiquée lorsqu'elles sont mesurables. Il suffirait certainement de montrer que les solutions de

$$f(u_1 + u_2) = f(u_1) + f(u_2)$$

qui ne sont pas de la forme $k(u_1 + u_2)$ sont non mesurables, ce qui me parait être bien connu (59).

Si l'on revient au cas des probabilités, équation de Smoluchowski, dans le cas continu, j'ai constaté que la tendance vers une limite a toujours lieu s'il n'y a pour chaque t qu'un nombre $< \infty$ d'ensembles finals pour $P(E,\mathcal{E},t)$ et s'il n'y a pas d'ensembles essentiels impropres. Il résulte que dans le cas de Bogoliouboff ainsi que dans le cas de ma thèse, l'hypothèse de continuité est superflue (60).

Dans le cas général, avec des légères restrictions mais en supposant $P(E,\mathcal{E},t)$ continue en t j'ai aussi obtenu la tendance à la limite.

Veuillez agréer, Monsieur le Professeur, l'expression de mon profond respect

W.D.

P.S. Je viens de recevoir votre lettre. Pour ce qui est des signes ≈ et → je ne sais guère comment écrire commodément un développement limité, sans préciser l'ordre de grandeur du reste. Placard 8, il faut lire S' et S'' (61) au lieu de $S_1^{(n)}$ et $S_2^{(n)}$, je l'avais déjà corrigé dans mes épreuves. Mais je ne vois pas où placard *8* j'emploie A pour $|A|$, en tout cas si plusieurs fois j'ai employé les signes ≈ et → d'une façon sciemment fausse, A pour $|A|$ est une faute d'impression ou d'inattention.

Maintenant placard *7* et *8* je résume d'abord une démonstration de Bernstein, c'est un résumé de démonstration et non pas une démonstration complète (*62*).

De l'hypothèse $\sum_{i=1}^{n} \tau_i / B_n^{3/2} \to 0$ résulte $E[u_i^2] / B'_n \to 0$, il n'y a qu'à passer au log pour évaluer $\lim_{n\to\infty} E_n$.

Ensuite au lieu de γ_k il vaudrait mieux $\gamma_k^{(n)}$, $\left(\lim_{n\to\infty} \sum_1^n P_k^{(n)} = 0\right)$, mais j'utilise les notations de Bernstein.

$\Sigma_k P_k \mathcal{E}_k(y_i)$ (63) est l'espérance mathématique a priori parce que par hypothèse la probabilité a priori de l'état E_k à toutes les épreuves est P_k.

J'ai dit au commencement du § 3 qu'il suffit de considérer les $S^{(n)}$, c'est au § 4 que je supprime cette hypothèse. J'espère que la démonstration du placard 9 sera plus claire dans le texte corrigé. On a bien $S' = y_1^{(n)} + \ldots + y_\rho^{(n)}$, Bernstein utilise dans son mémoire à plusieurs reprises son lemme (64) pour des grandeurs $y_1^{(n)},\ldots,y_\rho^{(n)}$, il n'y a rien à changer dans la démonstration, car tout dépend uniquement de l'ordre de grandeur de $\sum \alpha_i / \sqrt{B_n}$ etc...

Je me suis permis de faire comme Bernstein, mais si vous voulez je pense changer cela. Maintenant le mot positivement dans l'énoncé du théorème avait déjà été supprimé par moi. Je vais vous envoyer demain mes épreuves du ch. I.

W.D.

X

19 septembre 1937 (65)

Monsieur le Professeur

J'avais démontré que $N_{kn}^{(3)} / n^2 \to 0$, sans utiliser vos formules, mais cela résulte aussi immédiatement de l'expression que vous donnez (66)

$$\sum_l \Pi_{kl}\ z_l\ \sigma_l^2$$

Remarquez d'abord que $\Pi_{kl} = 0$ si $E_l \overline{\in} \Sigma\, \mathcal{G}_\alpha$ ($\mathcal{G}_\alpha$ groupe final)

$\Pi_{kl} = \Pr[k,\mathcal{G}_\alpha]\, \Pi_l^{(\alpha)}$ si $E_l \in \mathcal{G}_\alpha$ ($\Pi_l^{(\alpha)}$ désignant la valeur commune de Π_{kl} lorsque $E_k \in \mathcal{G}_\alpha$).). Alors vous pouvez écrire

$$\sum_l \Pi_{kl}\ z_l\ \sigma_l^2 = \sum_\alpha \Pr[k,\mathcal{G}_\alpha] \sum_{E_l \in \mathcal{G}_\alpha} \Pi_l^{(\alpha)}\, z_l\ \sigma_l^2$$

Maintenant σ_l^2 est indépendant de l'état initial dans $\mathcal{G}_\alpha = \sigma_\alpha^2$

Donc
$$\Pi_l^{(\alpha)} = \Pi_{l\,l}\ \ (E_l \in \mathcal{G}_\alpha)$$
$$\sum_{E_l \in \mathcal{G}_\alpha} \Pi_l^{(\alpha)}\, z_l\ \sigma_l^2 = \sigma_\alpha^2 \sum_{E_l \in \mathcal{G}_\alpha} \Pi_{l\,l}\, z_l = \sigma_\alpha^2 \sum_{E_l \in \mathcal{G}_\alpha} \Pi_{l\,l}\, z_l = 0$$

Il résulte
$$\sum \Pi_{kl}\, z_l\, \sigma_l^2 = 0$$

si
$$\sum \Pi_{kl}\, z_l = 0 \quad (k=l,\ldots,r) \qquad \text{c.q.f.d.}$$

Je vous remercie beaucoup de votre réponse relative à $f(x+y)$ (67). Je regarderai votre mémoire dès que l'IHP sera ouvert. De quelle année à peu près est-il ? De toute façon il me paraît en résulter (je pense le vérifier encore une fois avant de l'indiquer comme sûr) que les solutions bornées mesurables sont toutes de la forme de votre livre. Je vais essayer après de me débarrasser d'une de ces conditions, je crois que toutes les solutions bornées sont mesurables et réciproquement, enfin je laisse cela pour novembre. (68)

En ce qui concerne cette chose de Kolmogoroff (69), ce m'est connu depuis assez longtemps. Je ne crois pas que cela se trouve dans une publication. Pour le cas semi-régulier cela résulte comme cas particulier du théorème

du logarithme itéré, dans le cas général j'ai dit dans le § 10 (?) (70) (celui qui suit le § sur la théorème du log itéré) tout à la fin quelques mots sur une autre "loi des grands nombres" de Finetti etc...; je me rappelle que j'avais voulu ajouter qu'il y a aussi une certaine "loi forte des grands nombres" dans ce sens, mais je l'ai oublié. Tout cela est vrai pour les $S_k^{(n)}$, mais la démonstration tient en quelques lignes pour le $f_{nk}^{(n)}$ .2 cas sont possibles $E_k \overline{\in} \sum \mathcal{G}_\alpha$ ou $E_k \in \sum \mathcal{G}_\alpha$, dans le premier cas c'est évident puisque E_k n'est obtenu avec proba 1 qu'un nombre fini de fois. Dans le second cas si le système passe dans les autres groupes finals E_k n'est pas obtenu du tout, si au contraire le système passe dans $\mathcal{G}_{\alpha'}$, la fréquence converge presque sûrement vers $\Pi_{k'}$, d'où vous déduisez immédiatement la propriété de Kolmogoroff. La démonstration peut donc être faite sans utiliser des résultats plus précis que ceux de vos épreuves, vous n'avez qu'à le démontrer comme vous l'écrivez dans le cas semi-régulier (donc aussi à l'intérieur d'un groupe final), et vous pouvez le déduire alors sans difficulté dans le cas général. (Ce qui précède est évidemment une *esquisse* de démonstration).

J'ai reçu le commencement de la mise en page et j'ai fait l'index pour ces parties. Il y a certains concepts comme "cas le plus régulier" (que j'ai rangé sous r) "principe ergodique" (que j'ai rangé sous e) que vous mettriez peut être sous d'autres initiales, mais vous aurez toujours la possibilité de le faire une fois l'index terminé (71). J'ai cru utile de faire à part un index des principaux symboles que vous introduisez s_{ik} , P_k , etc..., condition (P), système (E) etc... (72) où est ce qu'il faut envoyer les épreuves ?

J'ai reçu hier les placards de ma thèse que vous m'avez envoyés. En ce qui concerne l'introduction je l'avais envoyé à Ville, je crois maintenant comprendre que vous jugez que je peux la laisser comme elle est en modifiant tout au plus certaines phrases. Je veux d'ailleurs y ajouter ce que j'entends en disant que certaines connaissances donne un renseignement moindre sur quelque chose qu'un autre. J'attends les observations de Ville pour vous envoyer l'introduction. Chapitre 1 § 1, je veux bien ajouter la définition de $\mathfrak{S}$, et citer Schulz et Mihoc, seulement je voudrais faire cela comme annotation en bas de la page (73), et je ne sais pas comment le marquer sur les épreuves. § 2 il y avait surtout la question des $\approx$ et $\rightarrow$, j'espère que sous la forme actuelle changée tout soit correct. A la fin du § il y avait quelques phrases qui avaient provoqué la désignation incompréhensible, je les ai rayées. § 3 j'ai substitué les $S_k^{(n)}$ aux $S^{(n)}$. J'ai constaté effectivement qu'au placard 8 à 2 reprises il y avait $|A|$ pour A, ce qui m'avait échappé lors de la première correction. Placard 7 il y a "incompréhensible" à cité de l'énoncé du lemme fondamental. Cet énoncé est copié mot à mot du mémoire de Bernstein (74). Je me demande s'il ne serait pas préférable d'écrire dans l'énoncé au lieu de "pourvu que ... tendent vers 0 avec $1/n$", "si... tendent vers 0".

Veuillez agréer, Monsieur le Professeur, mes sentiments respectueux.

W.Doeblin

P.S. J'enverrai demain les placards 5 - 8 corrigés.

XI

RAPPORT SUR LA THÈSE DE MONSIEUR DOEBLIN, SOUTENUE LE 26 MARS 1938 (75) PAR MONSIEUR FRÉCHET (JURY BOREL-FRÉCHET-GARNIER)

Au congrès international des mathématiciens de 1932, le grand mathématicien Serge Bernstein (76) déclarait que la théorie des probabilités en chaîne avait atteint sa forme presque parfaite. Et l'auteur du présent rapport n'était pas loin de partager son opinion.

Pourtant, plusieurs travaux importants ont transformé cette théorie et la thèse de Monsieur Doeblin est un de ceux là et sans doute le plus digne d'attention.

Dans le cas le plus fouillé, celui de Markoff, défini analytiquement par le système

$$\text{(I)}\ P_{ij}^{(n+1)} = \sum_k p_{ik} P_{kj}^n$$
$$\text{(T)}\ \sum_k p_{jk} = 1\ ,\ \text{(P)}\ p_{ij} \geq 0$$

Monsieur Doeblin s'est rencontré avec Monsieur Kolmogoroff pour étendre au cas général la méthode directe, sans calculs, par laquelle Monsieur Hadamard établissait le cas où $\sum_j p_{jk} = 1$, l'existence de sous-groupements cycliques (c'est au moment où Monsieur Kolmogoroff venait d'annoncer cette extension encore inédite au rapporteur, dans une conversation privée, que Monsieur Doeblin apportait au rapporteur ses premiers résultats écrits sur cette extension).

Dans ce même cas simple de Monsieur Markoff c'est aussi simultanément mais par des méthodes différentes que Monsieur Mihoc (de Bucarest) et Monsieur Doeblin établissaient la validité du passage à la loi de Gauss, (en général), à la limite, de la loi réduite de probabilité de la somme de plusieurs grandeurs enchaînées. Tous deux notaient aussi l'existence d'un cas d'exception. Enfin, Monsieur Doeblin montrait en outre que le théorème du logarithme itéré dû à Khintchine concernant une somme de variables indépendantes s'étendait aussi à une somme de variables en chaîne.

En passant au cas continu, Monsieur Doeblin retrouve par l'emploi (réalisé par lui le premier dans le cas continu) de la méthode directe, les résultats obtenus par le rapporteur par la méthode des équations intégrales et des noyaux principaux. En outre, il obtient des résultats plus étendus. Le problème consiste à étudier les solutions du système

$$\text{(I)}\ \overline{\omega}^{(n+1)}(E,v) = \int_V \overline{\omega}(F,v)\, d\overline{\omega}^{(n)}(E,w_F)$$
$$\text{(T)}\ \overline{\omega}(E,V) = 1\ ,\ \ \text{(P)}\ \overline{\omega}(E,v) \geq 0$$

où $\overline{\omega}(E,V)$ est une fonction additive de l'ensemble v sous ensemble de l'ensemble fondamental fixe V. Le rapporteur avait fait une étude assez complète du cas où V est borné et où de plus $\overline{\omega}$ est représentable sous forme d'une intégrale de Lebesgue $\overline{\omega}(E,v) = \int_V P(E,F)\, dF$ telle que P(E,F) ou au moins l'un de ses itérés soit borné sur V. Il avait seulement donné quelques indications sur le cas où ces hypothèses ne sont pas réalisées. Ce sont ces cas exceptionnels et difficiles qui ont fait l'objet des recherches de Monsieur Doeblin ainsi que de Messieurs Fortet, Kryloff et Bogoliouboff, mais les résultats de Monsieur Doeblin englobent ceux des autres auteurs. Il arrive aussi à obtenir des conditions nécessaires et suffisantes simples pour que les résultats que nous avions obtenus - par exemple $\overline{\omega}(E,v)$ est une fonction asymptotiquement périodique de n - restent valables. Mais de plus Monsieur Doeblin arrive à ces résultats par une méthode tout à fait distincte de la notre, la méthode directe, qui ne fait pas appel à des théories algébriques et analytiques mais reste strictement dans le domaine du calcul des probabilités.

Enfin le dernier chapitre traite un cas analogue au précédent mais où le mouvement s'effectue de façon continue. L'auteur traite particulièrement de l'équation de Smoluchowski. Il a ainsi à étudier un système de la forme

$$\text{(I)}\ \overline{\omega}(E,s,v,t) = \int_V \overline{\omega}(F,u,v,t)\, d\overline{\omega}\,(E,s,w_F,u)$$
$$\text{(T)}\ \overline{\omega}(E,s,V,t) = 1,\quad \text{(P)}\ \overline{\omega}(E,s,v,t) \geq 0$$

avec cette fois : $\overline{\omega}\,(E,s,v,s) = \begin{cases} 1 \text{ si E appartient à V} \\ 0 \text{ dans le cas contraire} \end{cases}$

Là encore, il arrive dans un champ déjà étudié (par Messieurs Paul Lévy (77), Kryloff, Bogoliouboff) et il réussit à étendre leurs résultats à des cas plus étendus.

Il est impossible de résumer ici les résultats extrêmement nombreux de Monsieur Doeblin. D'une part il a réussi à étendre le mode de raisonnement direct de Monsieur Hadamard à toute la variété des cas qu'on rencontre

dans la théorie des probabilités en chaîne, et par conséquent à faire mieux comprendre le mécanisme des mouvements que ne pouvaient le faire les méthodes analytiques antérieures. D'autre part, il a montré une grande puissance démonstrative en traitant les cas les plus difficiles qu'avaient d'abord dû laisser de cité ses prédécesseurs. Il a aussi fait le grand effort sur lequel insistait le rapporteur, de rendre convaincantes pour tous, des démonstrations que l'esprit très vif et très intuitif de Monsieur Doeblin lui faisaient apparaître comme très évidentes.

La richesse des résultats de Monsieur Doeblin, la force qu'elle révèle, autorisent le rapporteur à juger que son travail est hautement digne d'être présenté comme Thèse de Doctorat ès Sciences mathématiques.

Le rapporteur Monsieur Fréchet.

La soutenance de la Thèse a entièrement confirmé les appréciations favorables de Monsieur Fréchet. Mention très honorable.

Emile Borel.

XII

Lettre du 28 octobre 1939. (78)

Permettez moi de vous donner de mes nouvelles. Vous savez que depuis février j'ai travaillé sur une question relative aux variables aléatoires indépendantes ; l'ensemble de puissances. J'ai d'abord rédigé les résultats déjà obtenus avant mon service (79), puis j'ai continué mes recherches en les rédigeant en même temps. Fin juillet j'ai envoyé un premier mémoire de 25 pages à Steinhaus pour les Studia Mathematica (80). Je ne crois pas que ce mémoire y verra jamais le jour (si on peut exprimer cette expression). Quelle malencontreuse idée que j'avais aussi en envoyant ce mémoire en Pologne ! Je voudrais bien savoir ce qu'ils sont devenus les mathématiciens polonais (81). J'ai enfin réussi fin juillet à résoudre le problème suivant, contre lequel je m'étais vainement acharné au printemps 38 et qui est certainement après la théorie générale des chaînes le problème le plus difficile que j'ai pu résoudre ; $\mathfrak{X}$ étant une loi de probabilité, $X_1, \ldots, X_n$ des variables aléatoires indépendantes dépendant de $\mathfrak{X}$, n_ρ une suite d'entiers, a_ρ et b_ρ deux suites de constantes, il se peut que les lois de $\left(a_\rho^2 \sum_{i=1}^{n_\rho} X_i - b_\rho\right)$ convergent vers une loi de probabilité limite I n'attribuant pas toute la probabilité à une valeur unique. Soit $\mathfrak{F}[\mathfrak{X}]$ l'ensemble de toutes les lois I qu'on peut obtenir en faisant varier n_ρ, a_ρ et b_ρ (dans le cas le plus simple $\mathfrak{F}[\mathfrak{X}]$ comporte toutes les lois du type de Gauss). Quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un ensemble de lois $\mathfrak{G}$ donné est un $\mathfrak{F}[\mathfrak{X}]$?

Fin juillet presque toute la démonstration était rédigée, il fallait encore 2-3 jours de travail. J'espérais pouvoir en finir en août. Le sort ne l'a pas voulu. Je suis parti de Givet (82) le manuscrit étant à peu près au même point qu'en juillet. Je l'ai envoyé ainsi que les doubles du manuscrit que j'avais envoyé à Steinhaus à un frère que j'ai à Philadelphie (83), je ne sais pas s'il l'a reçu (84), je crains fort qu'il ne l'ait pas reçu. J'ai fait une très grave bêtise en me départant ainsi de tous mes brouillons et doubles. Après la guerre il me faudra bien 2 mois pour rédiger tout cela (85). Pendant le mois d'août le peloton d'élèves-caporaux a plus bavé que lorsque nous étions bleus et il m'était impossible de travailler. D'abord il y a eu l'examen du peloton, le 10 (dont je suis sorti 2ème), je reste toutefois 2ème classe, les nominations devant avoir lieu le 1er septembre et le bataillon ayant été dissous le 22 août). Avant l'examen étude obligatoire tous les soirs. Après l'examen pour changer en même temps qu'on nous faisait particulièrement baver pendant l'exercice, on nous utilisait tous les soirs qu'on était libre pour faire des corvées diverses, généralement pour décharger du sable pour la défense passive de 5h.1/2 à 8h.1/2, et le dimanche la garde. Comme la garde (tous les 3 jours) était devenue aussi plus fatigante par suite de l'augmentation du nombre de sentinelles vous comprenez pourquoi je n'ai pas pu travailler en août. Depuis j'ai cessé tout travail. Je suis téléphoniste ici (pour le cas où le secteur s'animerait) pratiquement pour le moment je fais de la lecture au son, du morse avec les radios et de temps en temps on fait des travaux de campagne. Je ne travaille pas, je n'en ai pas le courage, d'ailleurs je n'ai aucun local où je pourrais m'isoler au moins relativement. Toutefois le jour où

vous voudriez faire appel à moi, je serai entièrement à votre disposition, même si le secteur s'animerait j'aurais du temps à réfléchir, la nuit par exemple pendant les heures de garde au téléphone.

Le paquet du petit japonais (86) dont je ne me rappelle plus le nom contenait 2 mouchoirs très fins. J'espère que vous avez reçu les épreuves que je me suis permis de vous envoyer ne sachant pas comment les envoyer directement (87).

J'espère que vous êtes en bonne santé et je vous prie de bien vouloir agréer, Monsieur le Professeur, l'expression de mes sentiments très respectueux.

W.Doeblin.

XIII

Lettre du 12 novembre 1939 (88)

J'ai reçu il y a quelques jours (le 9) le tirage à part que vous m'avez envoyé. Je vous en remercie beaucoup. Je vous avais envoyé, il y a peut être un mois , des épreuves de mon mémoire sur l'équation de Chapman (89), destiné à la <Skandinavisk Aktuarietidskrift> en vous priant de l'envoyer à la rédaction (moi même je ne le puis pas), je ne sais pas si vous l'avez reçu.

Je suis toujours au cantonnement et les jours s'écoulent ici tranquillement, les alertes quotidiennes n'arrivent pas à briser la monotonie. On ne s'aperçoit guère de la guerre. Il est vrai que ça peut changer d'un jour à l'autre. En attendant j'ai repris mon travail; oh, pas beaucoup, une heure par jour à peu près. Je rédige les démonstrations de ma note sur l'équation de Kolmogoroff (90). On ne parle plus de permissions pour nous, mais mon moral est bon quand même.

Veuillez agréer, Monsieur le Professeur, mes sentiments très respectueux.

W.Doeblin.

XIV

Lettre du 19 novembre 1939 (91)

Monsieur le Professeur

J'ai reçu votre lettre du 15 novembre. Je vous remercie des renseignements donnés et je vous suis particulièrement reconnaissant d'avoir bien voulu expédier mes épreuves au Skandinavisk Aktuarietidskrift.

Vous me demandez comment je me tire de la situation au point de vue pécuniaire. Pour le moment je n'ai aucun souci matériel. Certes ma solde de 2e classe me permet juste de payer un journal, mais je n'ai pas encore épuisé mes économies et il me reste encore une partie de la subvention de 5000 francs que j'ai eue grâce à vous avant mon service. D'autre part je reçois régulièrement des mandats de mes parents.

Toutefois comme la guerre peut durer 4-5 ans, je suis matériellement intéressé à monter en grade et j' ai bien l'impression qu'ici je resterai toujours 2e classe. Je vais essayer de me renseigner si je ne peux pas suivre maintenant encore un peloton d'officiers de réserve duquel je ne sortirai probablement pas comme officier mais au moins comme sergent.

En attendant ce qui m'intéresse le plus ce sont les permissions. Jusqu'à hier j'ai été absolument convaincu que l'active partirait avant les réservistes, au moins dans notre régiment. Il y a des artilleurs avec nous, pour eux c'est l'inverse, mais ce n'est pas là une consolation. Comme nous ne sommes que 4 de l'active à l'état major (92), je ne pourrai partir qu'en février-mars, ce qui fera 10 mois que je ne serai pas retourné en permission. D'ailleurs il est bien possible qu'il y aura une offensive allemande en février, alors les permissions seront suspendues jusqu'à une

date indéfinie.

Heureusement mon travail mathématique m'aide à lutter contre le cafard. L'alcool ne me disant rien je n'ai pas comme d'autres la ressource de m'enivrer.

Veuillez croire, Monsieur le Professeur, à mes sentiments respectueux.

W.Doeblin.

XV

Monsieur le Professeur (93)

Voici la réponse à la question que vous m'avez posée.

Faisons n expériences, l'événement E ayant la probabilité p de se produire dans chacune des expériences qui sont indépendantes. Soit S_n le nombre des réalisations de E dans ces n expériences.

La loi de probabilité de S_n est égale à une loi de Poisson $\left[e^{-\lambda}\frac{\lambda^p}{p!}, \lambda = np\right]$ avec une erreur $O[np^2]$. Si $np(1-p) = \sigma^2 n$ est suffisamment grand, la loi de $[S_n - np] / \sigma\sqrt{n}$ est très voisine d'une loi de Gauss, mais si $np(1-p)$ n'est pas assez grand, la loi de S_n diffère assez sensiblement de la loi de Gauss, l'erreur étant si mes souvenirs sont exacts $O\left(\frac{1}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$. Une condition dans le genre $\sqrt{np(1-p)} > K$ est donc absolument nécessaire pour l'application de certains critères supposant que la loi de S_n est très sensiblement la loi de Gauss-Laplace. Si $\sqrt{np(1-p)}$ est $< K$ et $n > K'$, on a nécessairement np^2 ou $n(1-p)^2 < \varepsilon$ et la loi de Poisson sera applicable à S_n ou $n - S_n$. Voici à peu près tout ce que je vois à dire sur la question que vous m'avez posée. Je m'excuse de ne vous répondre que maintenant, mais je l'avais oublié complètement.

Mon train de vie n'a pas changé beaucoup. On est toujours au même endroit. Je travaille toujours sur l'équation de Kolmogoroff, dans un mois je publierai une note complémentaire à ma note d'octobre 1938 (94). Je me suis aperçu d'une chose assez amusante. Soit $F(x,y,s,t)$ une solution de l'équation de Chapman continue par rapport à x et correspondant à des mouvements continus presque sûrement. Comme j'ai prouvé depuis longtemps $1 - F(x,y,s,t)$ est alors par rapport à x une loi de probabilité. Soit $G(x,y,s,t) = 1 - F(x,y,s,t)$. J'ai constaté que G satisfait à l'équation fonctionnelle

$$G(y,x,t,s) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(z,x,u,s)\, d_z G(y,z,t,u) \qquad (s<u<t) \qquad (95)$$

qui devient l'équation de Chapman si on pose par exemple $t'=-t$, $s' = -s$.

Je vous avais dit que j'avais l'intention de faire une demande pour suivre un peloton d'E.O.R. Un tel peloton a été constitué pendant ma permission. Il faut que j'attende 3-4 mois pour essayer de suivre le second.

Lorsque vous aurez des problèmes pour la défense Nationale intéressant le Calcul des probabilités je serais toujours heureux si vous faisiez appel à moi.

Je vous souhaite une bonne année et vous prie de bien vouloir agréer mes sentiments très respectueux.

W. Doblin.

XVI

(Lettre de M.Fréchet à W.Doeblin) (96)

Mon cher ami

La réponse que vous m'avez donnée et dont je vous remercie montre dans quelle direction il faudrait faire les calculs nécessaires pour aboutir à des règles numériques.

Ce sont ces règles numériques dont j'aurais besoin. Savoir par exemple pour quelles valeurs de k la condition que vous indiquez $\sqrt{npq} > k$ donne une erreur relative par la loi de Laplace-Gauss <1/100. Idem pour l'erreur absolue en ce qui concerne non la répétition mais la fréquence. Question analogue pour la loi de Poisson ; question analogue pour les frontières où Poisson doit être préféré à Laplace-Gauss et réciproquement ?

Je sais en outre que c'est là un genre de questions qui bien que très utile, est difficile à traiter pour vous qui ne disposez pas de tables de la fonction de Laplace ou peut être même de table de logarithme.

XVII

Lettre de Doeblin du 12 mars 1940 (97)

Monsieur le Professeur

Permettez moi de vous donner de mes nouvelles. Depuis janvier on a un peu voyagé, j'ai vu trois-quatre nouveaux cantonnements, on n'a pas toujours été bien installé, nous avons couché pendant plusieurs semaines après l'alerte sur la Belgique en janvier dans un grenier sans poêle dans lequel il neigeait et dans lequel on gelait drôlement. Mais maintenant depuis plus d'un mois on est assez bien installé dans des baraques spécialement construites pour la troupe. On se trouve dans un petit bled de 150 habitants environ quelque part en Lorraine. Il y a ici autant de fumiers que dans le village des Ardennes où on a passé les premiers mois de la guerre, même plus.

J'ai fini mon mémoire sur l'équation de Kolmogoroff il y a à peu près un mois, plutôt, à un moment donné j'en ai eu assez de l'équation de Kolmogoroff et j'ai arrêté mon mémoire. J'ai renvoyé un brouillon à la maison où il est arrivé et le manuscrit à l'Académie de Sciences comme pli cacheté, mais je crains qu'ils ne l'ont pas reçu (98).

Depuis je me suis occupé surtout de l'équation de Chapman, dans le cas des probabilités. J'ai obtenu un certain nombre de formules valables dans le cas général et j'ai étudié surtout certains cas dans lesquels des solutions de la forme indiquée par Hostinsky (99) se trouvent être les solutions générales.

Lorsque je viendrai en permission je vous demanderai de me prêter pendant 8 jours ceux des tirages à part de Hostinsky concernant l'équation de Chapman qui ne se trouvent pas à l'IHP.

J'ai eu pendant plus d'un mois beaucoup de temps libre pour travailler et surtout je pouvais m'isoler à la cabine téléphonique. Mais ce temps là a l'air d'être à peu près terminé.

J'ai fait une demande d'admission au peloton d'élèves-aspirants qui va commencer en juin. Je ne sais pas encore quand je viendrai en permission, soit dans quelques jours, soit dans 2 mois.

J'espère que vous allez bien et je vous prie, Monsieur le Professeur, de bien vouloir agréer mes sentiments très respectueux.

W. Doblin.

XVIII

Lettre de Doeblin du 10 avril 40 (100)

Monsieur le Professeur

Je vous envoie ci-joint une Note destinée aux Comptes Rendus intitulée <Sur des mouvements mixtes> (101). Il y a une référence bibliographique que je n'ai pas pu donner exactement, c'est celui du travail de Feller des Math. Ann. quelque chose comme Existenz und Eindentigkeitsätz für stochastische Prozesse vers 1936 (102). Je vous prierai d'y faire les changements que vous jugez nécessaires de faire et de la donner à Hadamard ou Borel. Quant aux épreuves, Fortet pourrait sans doute se charger de leur correction.

Dans une lettre à part je vous envoie aussi une autre note faisant suite à la précédente mais qui n'est pas destinée à être publiée avant quelques mois. Je vous avais fait remettre sur votre bureau les tirages à part que je vous avais empruntés, ainsi que le résumé du travail de Wold (103) et la Notice individuelle pour ma demande de bourse et la demande. J'espère que vous les avez trouvés. En ce qui concerne la liste de mes travaux , elle groupe tous mes travaux publiés à l'exception d'à peu près toutes les Notes aux Comptes Rendus. Je pense avoir pour mes demandes ultérieures une régerve de sécurité suffisante d'abord pour l'année prochaine il y aura mon mémoire sur la théorie générale des chaînes (dont je viens de finir la correction des premières épreuves) ainsi que celui sur la théorie métrique des fractions continues. Cela suffira bien pour une année et après il y aura mes travaux sur l'ensemble des puissances et ceux sur les équations de Kolmogoroff et Chapman.

Il paraît qu'il faut joindre à la demande une notice détaillée sur les travaux en cours. En principe les travaux en cours sont ceux qui ne sont pas encore publiés. Est ce que c'est la Notice sur les travaux que j'ai indiqués pour ma demande de bourse et que vous m'avez dit de faire ? En tout cas je vais pour ne pas perdre de temps commencer dès demain la rédaction de cette note. Il ne me reste en effet que quelques jours pour le faire.

Veuillez agréer, Monsieur le Professeur, l'expression de mes sentiments respectueux.

W. Doblin

XIX

Lettre de Fréchet à Doeblin, Paris le 12 avril 1940 (104)

J'avais pensé d'abord opérer comme vous me l'indiquiez pour votre première note. Réflexion faite, j'aime mieux vous renvoyer la note pour deux raisons 1° pour que vous voyiez vous même les modifications (de forme) que j'y propose 2° pour que vous la recopiez en modifiant (ou supprimant) à votre gré mes modifications qui ne sont que suggérées et en le faisant d'une façon plus présentable pour l'académicien à qui je l'enverrai et moins difficile à reproduire par l'imprimeur.

Commencez au milieu de la page, espacez vos lignes, écrivez avec une encre qui marque, et une écriture plus lisible, espacez vos formules et calligraphiez les. Si vous étiez à Paris je vous aurais demandé de la faire dactylographier, mais là bas, c'est impossible sans doute.

Il me semble qu'il n'y a pas d'inconvénient à introduire un petit retard. D'autant qu'il me permettra de vous envoyer l'article de Feller qui s'est trouvé retardé; il vaut mieux que vous l'ayez revu avant l'envoi de votre note (105).

Pour les initiés vous pourriez dire l'équation fonctionnelle de Chapman et l'équation aux dérivées partielles de Kolmogoroff.

Je compte bien retrouver la 2ème Note quand vous en aurez besoin , mais j'espère que vous en avez gardé copie (106).

J'ai transmis votre dossier (en pointillé) au Centre National de Recherche (107). Pour cette 1ère demande la notice sur vos travaux remplacera celle sur les travaux en cours.

XX

CALCUL DES PROBABILITÉS. SUR LA SOLUTION DE M.HOSTINSKY DE L'ÉQUATION DE CHAPMAN. NOTE DE M.DOBLIN PRÉSENTÉE PAR M. (108)

Nous adoptons ici les notations d'une Note récente (1).

Soit $U(x,y,s,t)$ une solution de l'équation de Chapman satisfaisant à toutes les conditions du Calcul des probabilités et aux conditions suivantes :

$$(1) \qquad \frac{1}{t-s}\int_{|y-x|>\eta} d_y\, U(x,y,s,t) \to 0$$

uniformément si x et t sont bornés,

$$(2) \qquad \lim_{x\to\infty} U(x,y,s,t) = 0, \quad \lim_{x\to -\infty} U(x,y,s,t) = 1.$$

et enfin supposons que $U(x,y,s,t)$ est continue par rapport à x. Sous ces hypothèses U définira un mouvement presque sûrement continu.

Soit maintenant $G(x,y,s)$ une fonction de 3 variables satisfaisant aux conditions énoncées dans notre Note précédente, en particulier à (3) et (4) (loc.cit). En utilisant soit le groupe de formules (I), soit le groupe (H) de notre précédente note, on peut calculer à partir de U et G une même fonction F, solution de l'équation de Chapman avec

$$\lim_{t\to s} \frac{F(x,y,s,t)}{t-s} = G(x,y,s) \qquad \text{pour } y < x$$

$$\lim_{t\to s} \frac{1 - F(x,y,s,t)}{t-s} = G(x,\infty,s) - G(x,y,s) \qquad \text{pour } y > x$$

si y est point de continuité de $G(x,y,s)$.

Cette solution correspond à un mouvement, les conditions locales duquel étant les mêmes que pour celui défini par U sauf que maintenant le point mobile a une probabilité $c(X(s,s)dt$ d'avoir un déplacement brusque pendant l'intervalle de temps $(s,s+ds)$.

Soit maintenant $F(x,y,s,t)$ une solution de l'équation de Chapman continue par rapport à x satisfaisant aux conditions (1) et (2) que nous avons imposées à U, pour laquelle les limites (3) et (4) existent. Les grandeurs $G(x,y,s)$ seront mesurables au sens de M.Borel par rapport à x et s.

Supposons encore que F satisfait à

$$\lim_{t\to s} \int_{|y-x|>\eta} d_y F(x,y,s,t) = 0$$

uniformément par rapport à x et s (si x et s sont bornés).

Il résulte alors des formules générales sur l'équation de Chapman que nous avons établies qu'on a encore pour F les formules I_1 et I_2 de notre précédente Note, les termes F_n ayant la même signification et étant continues par rapport à x. définissons U par les formules II

$$(II_1) \qquad U(x,y,s,t) = \sum_{i=0}^{\infty} W_i(x,y,s,t), \qquad (II_2) \qquad W_0 = F_0$$

$$(\mathrm{II}_3) \qquad W_1(x,y,s,t) = \int_s^t d\tau \int_z W_{i-1}(z,y,\tau,t)\, c(z,\tau)\, d_z W_0(x,z,s,\tau)$$

$F_0(x,y,s,t)$ satisfaisant à l'équation de Chapman (mais $F_0(x,\infty,s,t) \leq 1$!) il résulte des recherches de Hostinsky que $U(x,y,s,t)$ est une solution de l'équation de Chapman et satisfait à toutes les conditions du Calcul des probabilités. U définit un mouvement presque sûrement continu et on a, en tout point de continuité y de $G(x,y,s,t)$, si $y<x$,

$$U(x,y,s,t) = (t-s)\, G(x,y,s) - \int_s^t d\tau \int_z G(z,s,\tau)\, d_z\, U(x,z,s,\tau) + o(t-s)$$

et une formule analogue pour $y > x$. Dans tous les cas simples et en particulier si $G(x,y,s)$ ou $G'(x,h,s) = G(x,x+h,s)$ sont continues U satisfait à (1). De toute façon, de la fonction U ainsi calculée à partir de F_0 on tire de nouveau F_0 par les formules I_3 , I_4 et les formules (H) sont applicables.

(1) Sur des mouvements mixtes.

XXI

Lettre de Doeblin à Fréchet le 13 avril 1940. (109)

Monsieur le Professeur

Je vous communique ci-joint encore quelques résultats complétant les 2 notes que je vous ai envoyées précédemment.

Soit $U(x,y,s,t)$ une solution de l'équation de Chapman

$$U(x,y,s,t) = \int U(Z,y,u,t)\, d_Z\, U(x,z,s,u)$$

monotone par rapport à y avec

$$U(x,-\infty,s,t) = 0, \quad U(x,\infty,s,t) = 1$$

satisfaisant aux conditions

$$\int_{|y-x|>\eta} d_y\, U(x,y,s,t) \to 0$$

$$\frac{1}{t-s} \int_{|y-x|>a} d_y\, U(x,y,s,t) \to 0$$

uniformément par rapport à x et s. Faisons sur U des hypothèses entraînant que $\max\limits_{s<u<t} |X(u)|$ est p.s. borné au sens du Calcul des probabilités. Il résulte alors des résultats généraux sur l'équation de Chapman que $X(t)$ dépendant de U n'a presque sûrement pas de sauts $> a$ en valeur absolue. Supposons U continue par rapport à x.

Soit $G(x,y,s)$ une fonction arbitraire satisfaisant aux conditions suivantes :

G est mesurable au sens de Borel par rapport à x et s, monotone par rapport à y avec

$$0 = G(x,-\infty,s) \leq G(x,x-a\pm 0,s) = G(x,x+a+0,s) \leq G(x,\infty,s) = c(x,s)$$

Considérons un mouvement régi par les mêmes conditions que le mouvement déterminé par U mais perturbée par la possibilité de sauts $> a$, la probabilité d'un saut $> a$ de x en y entre s et $s + ds$ étant $d_y\, G(x,y,s)\, ds$. Un tel mouvement est déterminé par

$$F(x,y,s,t) = U(x,y,s,t) + \sum_{1}^{\infty} U_i(x,y,s,t)$$

où U_1 se déduit de U par les formules habituelles
(H)

$$U_i(x,y,s,t) = \int_s^t d\tau \int_z \left[\int_{z'} U_{i-1}(z',y,\tau,t) - U_{i-1}(z,y,\tau,t)\right] d_{z'}\, G(z,z',\tau)\, d_z\, U(x,z,s,\tau)$$

équivalentes aux formules d'Hostinsky.

F satisfait à l'équation de Chapman, est continue par rapport à x et satisfait à toutes les conditions du calcul des probabilités.

Si G satisfait à la condition

(1) $$G(x,y,s) = \lim_{t\to s} \frac{1}{t-s} \int_s^t d\tau \int_z G(z,y,\tau)\, d_z\, U(x,z,s,\tau)$$

on a si $y < x - a$

(1) $$\lim_{t\to s} \frac{1}{t-s} F(x,y,s,t) = G(x,y,s)$$

$$\lim_{t\to s} \frac{1}{t-s} [1 - F(x,y,s,t)] = G(x,\infty,s) - G(x,y,s) \qquad \text{pour } y>x+a$$

On peut écrire aussi

(2) $$F(x,y,s,t) = F_0^{(a)}(x,y,s,t) + \sum_{i=1}^{\infty} F_i^{(a)}(x,y,s,t)$$

où $F_i^{(a)}(x,y,s,t)$ est la probabilité pour que la particule se trouve à gauche de y à l'instant t ayant eu exactement n sauts plus grands en valeur absolue que a. $F_i^{(a)}(x,y,s,t)$ se déduit de $F_0^{(a)}(x,y,s,t)$ par les formules de récurrence établies précédemment. $F_0^{(a)}(x,y,s,t)$ se déduit de $F(x,y,s,t)$ par les formules

(3) $$F_0^{(a)}(x,y,s,t) = F(s,y,s,t) + \sum (-1)^n\, \overline{H_i}\,(x,y,s,t)$$

$$\overline{H_i}\,(x,y,s,t) = \int_s^t d\tau \int_z \int_{z'} \overline{H}_{i-1}(z',y,\tau,t)\, d_z G(z,z',\tau)\, d_z F(x,z,s,\tau)$$

Inversement donnons nous une fonction F solution de l'équation de Chapman satisfaisant à toutes les conditions du Calcul des probabilités

avec $$\int_{|y-x|>\eta} d_y\, F(x,y,s,t) \to 0$$

et satisfaisant aux formules (1), G ayant les propriétés indiquées.

En définissant $F_0^{(n)}(x,y,s,t)$ par la formule (3) et en calculant $F_i^{(a)}$, on obtient pour F la forme (2), les $F_i^{(a)}$ ayant la signification habituelle.

Définissons U par la série

$$U = W_0^{(a)} + \sum_{i=1}^{\infty} W_i^{(a)} \qquad W_0^{(a)} = F_0^{(a)}$$

$$W_i^{(a)} = \int_s^t d\tau \int_z W_{i-1}^{(a)}(z,y,\tau,t)\, c(z,\tau)\, d_z\, W_0^{(a)}(x,z,s,\tau)$$

on obtient pour F la formule (H), c'est à dire la forme de Hostinsky généralisée et on peut calculer $F_0^{(a)}$ à partir de U par des formules indiquées dans ma note aux Comptes Rendus (110).

Dans les mouvements où il peut y avoir une infinité de sauts, les fonctions $G(x,y,s)$ définies comme ci-dessus existent très souvent et sont bornées, si $a \to 0$, les fonctions $G(x,\infty,s)$ ou plus exactement $G_a(x,\infty,s)$ tendent vers l'infini. Sous des hypothèses très générales on peut donc ramener l'étude de l'équation de Chapman à l'étude des solutions correspondant à des mouvements où il n'y a que des sauts $< \eta$, il se pose alors le problème du passage de η vers 0. J'ai obtenu des résultats dont je vous rendrai compte ultérieurement (111).

Je vous ai envoyé il y a quelques jours la "Note détaillée" sur mes travaux publiés (112).

Je vous prie, Monsieur le Professeur, de bien vouloir agréer l'expression de mes sentiments respectueux.

W.Doblin

Je m'excuse pour l'écriture, mais j'écris dans de fort mauvaises conditions matérielles.

XXII

Monsieur le Professeur (113)

J'ai reçu et regardé les tirages à part que vous m'avez envoyés. Je vous en remercie beaucoup. Comme je n'en ai plus besoin, je vous les renvoie. Je vous remercie beaucoup d'avoir transmis ma demande de bourse (ce n'est pas une allocation que je désire, la guerre peut se terminer avant la fin de 1941), je vous suis également très reconnaissant de m'avoir procuré cette allocation de secours universitaire, qui me permettra de travailler tranquillement quand on sera au repos. Quant à la première mensualité je vais la renvoyer ou la garder pour le mois prochain. Je suis en ligne, je ne pense guère travailler pour moi, il ne peut pas être question de louer une chambre. J'en avise aujourd'hui le Secours Universitaire. Le travail de Feller (114) contient une solution de l'équation de Chapman qui est absolument équivalente à la solution de Hostinsky. Feller ne s'en est visiblement pas aperçu. En tout cas, le problème n'est pas tout à fait le même chez Hostinsky et Feller. La note de Métadier ne me dit pas grand chose (115).

Je vous prie, Monsieur le Professeur, de bien vouloir agréer mes sentiments respectueux.

Doblin

B - LETTRES DE W.DOEBLIN à J.L.DOOB.

Les 3 extraits de lettres ci dessous ont été communiqués par J.L.Doob à l'occasion de la Conférence de Blaubeuren.

I

Paris le 6/10/38

Monsieur,

M.Fréchet vient de me signaler votre mémoire "Stoch. proc. with an integral valued param." (116) En le feuilletant j'ai trouvé la remarque p.135: The latter authors omit...(117). Je regrette que vous n'avez ni cru utile de

m'envoyer ce mémoire dans lequel vous nous accusez d'avoir commis une faute ni de nous écrire à ce sujet avant de publier cette remarque. Je le regrette d'autant plus que après avoir revu la note en question je ne vois absolument pas sur quoi vous vous basez pour affirmer que nous avons omis "mention of exceptional points, implying here the possible existence of R_3". (Je ne vois d'ailleurs pas pourquoi vous appelez ces points "exceptionnels"). Nous n'avons nullement affirmé que $W-\Sigma \mathcal{G}_\alpha$ est vide, il résulte même d'une proposition y donnée (118) $(P^{(n)}(x, W-\Sigma \mathcal{G}_\alpha) \to 0)$ que cela n'a pas lieu dans le cas général. Quant à la décomposition de $\mathcal{G}_\alpha$ en sous ensembles cycliques, sans reste, cela est une propriété intervenant dans la définition de $\mathcal{G}_\alpha$. Les ensembles que j'ai appelés finals ne sont pas des ensembles quelconques, dans le cas d'un nombre fini d'états les matrices correspondant à ces ensembles sont nécessairement indécomposables. Une référence à un autre travail (119) a été donnée dans cette Note et si vous aviez été en doute sur un des énoncés vous auriez pu consulter cet autre travail.

Je viens de vous envoyer un autre de mes travaux sur les probabilités en chaîne.

En vous priant de bien vouloir m'envoyer ainsi qu'à M.Fortet (120) un exemplaire de votre travail, je vous prie, Monsieur, de croire à ma considération distinguée.

W. Doeblin (121).

II

Carte postale (fin 1938 ou début 1939) (122).

Cher Monsieur,

Je n'ai reçu votre lettre qu'avec un long retard puisque l'on ne me l'avait fait suivre que le 11/10 et je n'ai pu y répondre avant n'ayant guère de temps libre. En ce qui concerne le point que vous m'avez signalé (123) concernant l'équation $A^{(t+s)} = A^{(t)} . A^{(s)}$ vous avez parfaitement raison, ma démonstration est fausse, puisque déjà l'équation $\lambda(t). \lambda(s) = \lambda(t+s)$ (t,s rationnels) a des solutions où arg $\lambda(t)$ tend vers zéro. Toutefois $A(t)$ est continu dans un intervalle (*illisible*) et un raisonnement direct permet de prouver que si $A(t)$ est mesurable, $A(t)$ est continu pour $t>0$. Le lemme I est correct. Des arguments directs permettent de montrer le théorème II. En tout cas il faut changer assez radicalement les démonstrations. Je vous enverrai la démonstration complète dès que j'aurai quelques heures libres dans lesquelles je peux m'isoler et la rédiger. Si l'on considère $A(t+s)$ dans un intervalle $(-t,+t)$ B.v. Sz. Nagy m'a signalé qu'il n'a démontré que le théorème I dans les Math. Ann. 1936 (124). J'espère que sa démonstration est plus complète que la mienne.

Avec mes remerciements.

W. Doeblin

III

Fin d'une lettre datée du 16/4/39.

...je me proposais depuis octobre de rédiger le dimanche prochain la démonstration ci-dessus (124), mais pour des raisons multiples je l'ai toujours ajourné. Je ne m'occupe pour le moment qu'assez peu de mathématiques, le service militaire ne me laissant guère de loisirs. J'ai repris mes recherches sur l'ensemble de puissances d'une loi de probabilité que j'espère terminer avant octobre. Je vous enverrai quelques tirages à part ces jours-ci.

Bien cordialement

W. Doeblin

NOTES

Nous adoptons la numérotation des œuvres de W.D. proposée par T. Lindvall dans [92]

(1) Carton Fréchet 8 déposé aux Archives de l'Académie des Sciences.

(2) Il s'agit d'une version préliminaire du chapitre 1 de la thèse de Doeblin dont une partie est reproduite dans le mémoire {8} publié séparément et résumé dans l'introduction de {5}, voir {8} p.2.

(3) {5} ch.I §6 p.32-36 de {5}.

(4) Il s'agit de {CR2} p.25.

(5) Sans doute le chapitre 9 de {5}.

(6) Carton Fréchet 8.

(7) Il s'agit toujours de {CR2} p.25. Dans les Archives Fréchet du laboratoire de probabilités (Université Paris 6) se trouve un exemplaire de cette note corrigée de la main de W.D. Les errata de {CR2} sont parus dans les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 203, 1936, p.252 et 592.

(8) Carton Fréchet 8, lettre non datée écrite très vraisemblablement en septembre 1936. En général Fréchet ne rentrait à Paris qu'au mois d'octobre, ce qui explique que la plupart des lettres de W.D. en 1936-1938 sont datées des vacances d'été ou d'hiver (août, septembre ou décembre). Fréchet disposait d'un bureau à l'IHP et W.D. pouvait l'y rencontrer pendant l'année universitaire, mais toujours sur rendez vous.

(9) Cet article [44] a été résumé dans une note aux Comptes Rendus, t.195, 1932, p.590 et exposé par Fréchet dans son cours de 1933 à l'IHP sur les événements en chaîne.

(10) Chapitre II de [44] qui démontre les résultats donnés sans démonstration par Hadamard au congrès de Bologne en 1928 [52] et que W.D. redémontre dans sa thèse ch.II §8 p.85-86 sous des hypothèses plus larges que celles de Fréchet et Hadamard.

(11) Il s'agit du §5 de {8} p.14 qui a été rédigé en juin-juillet 1936 {8} p.2. Les $\overline{l(\alpha)}$sont les sous groupes cycliques des groupes finals. Voir aussi {5} p.5 et {8} p.23.

(12) Carton 8, la date figure sur la lettre.

(13) {5} p.64 qui a été annoncé dans {CR3} p.1211 en décembre 1936 et que Doeblin a obtenu "depuis longtemps". Sur cette condition voir [24], [123], voir aussi {3} et [50], [51].

(14) Fortet [37] p.185 qui renvoie à Hadamard.

(15) Kolmogorov [78], [72]. Dans le carton 17 des archives de Fréchet se trouve une lettre de Kolmogorov à Fréchet datée du 30 juillet (1937) relative à ce point :

Cher Monsieur Fréchet

"Il me semble que M.Döblin doit publier des recherches sur les chaînes de Markoff indépendamment, comme il les a inventés. Ma note paraîtra dans le Recueil Mathématique *n°3* de l'année courante. Sur la réunion de probabilités à Moscou j'espère pouvoir parler définitivement pas plus tard que 10 septembre, comme je pars après le 10 septembre à Caucase et en notre asie centrale (Samarkand et dans les montagnes).

Mes hommages à votre épouse et à votre fille. Je regrette beaucoup de ne pas pouvoir venir à Leningrad pour vous voir."

M et Mme Fréchet devaient se trouver à Léningrad où habitait alors leur fille Hélène. Cette dernière avait épousé le biologiste Edgar Lederer (1908-1988) qui dirigea un laboratoire à l'Université de Léningrad de 1935 à 1937. On consultera sur ce point les "Cahiers pour l'histoire du CNRS", 1989 tome 2.

Les remarques de Doeblin sur le cas dénombrable dans {8} p.12-13 montre mieux que cette lettre qu'il reconnaissait l'apport original de Kolmogorov qui selon lui a résolu "brillamment" la seule "difficulté réelle" du cas dénombrable.

Doeblin a reproduit l'argument de cette lettre dans sa thèse {5} p.92-93.

(16) [44] voir {5} p.64-65. La généralisation du "cas de M.Fréchet" est l'un des buts du mémoire {12} qui ne sera rédigé qu'en 1938, cf {12} p.63-64.et dont W.D. a déjà le projet en octobre 1936, il le reprendra après les 2 notes [78] et [79] de Kryloff et Bogoliouboff et {CR4}.

(17) Carton 8, la date figure sur la lettre.

(18) La Marquise Marie Louise Arconati-Visconti (1840-1923), anima un salon fort brillant dans son hôtel parisien. Elle avait institué l'Université de Paris son légataire universel. Une partie de sa fortune fut utilisée pour financer des bourses de recherche. Ce legs venait compléter la donation faite par Commercy en 1907 pour le même usage mais dont le capital s'était trouvé fortement dévalué après la chute du franc

Rappelons que le Centre National de la Recherche Scientifique ne sera créé qu'en 1939. Fortet et Ville étaient également boursiers Arconati-Visconti ainsi que Marie Antoinette Baudot.

Dans le carton 8 des archives Fréchet se trouve une note du 23 décembre 1936 émanant du secrétariat de la Faculté des Sciences de Paris qui précise que le premier trimestre de la bourse sera à la disposition de W.D. le 15 janvier au guichet n°1 de Service de la Comptabilité de la Faculté des Sciences, à la Sorbonne.

L'Alliance Israélite Universelle qui a son siège à Paris, a été fondée en 1860 par J. Carvallo, N. Leven, Ch. Netter, I.Cahen, E.Manuel, et A.Astruc, elle s'était fixée pour but de concourir à l'émancipation et à la promotion des juifs vivant dans des pays où régnaient encore la misère et la discrimination. Subventionnée par des legs et dons, elle a ouvert des établissements d'enseignement de culture française et de tradition juive dans tous les pays du bassin méditerranéen, elle disposait également de bourses d'étude dont W.D. avait dû bénéficier Voir [9]. Sur les relations d'Alfred Doeblin avec les milieux juifs parisiens dans les années 30 voir [59]. A.D. a adhéré un moment à son arrivée à Paris au mouvement "territorialiste" qui se proposait de créer une république juive sur un territoire neuf, Australie ou Ethiopie par exemple, A.D. s'en est écarté en 1936 après avoir constaté l'absence de fondements métaphysiques et religieux du mouvement.

(19) Carton 8, la date du 27 août figure sur la lettre qui est nécessairement de l'année 1937.

(20) Il s'agit des épreuves et du manuscrit du livre [45] de Fréchet qui comme c'était l'usage à Paris, mettait à contribution ses élèves et ses obligés pour l'aider à corriger ses livres, pour [45] Fréchet a été "conseillé" par Hostinsky, Kolmogorov, von Mises, Onicescu et "aidé" par Doeblin et Fortet.

(21) Sans doute Fréchet [45] p.207-209.

(22) {5} p.65 début du §2, la correction a été faite.

(23) Dans le carton 24 des archives Fréchet se trouve la correspondance échangée entre à.Onicescu et Fréchet de février à avril 1937 au sujet de l'impression de la thèse de Doeblin. On y apprend que les "frais d'impression des exemplaires obligatoires pour la thèse seront diminués autant que possible" et que le premier manuscrit de W.D. a été donné à l'impression le 14 avril 1937.

Dans une lettre de mars 36, Onicescu écrit que Fréchet "traite le calcul des probabilités comme une branche de la physique. Cela ne me console pas du fait que vous n'acceptez pas du tout mon point de vue dans la question générale de la dépendance des éléments statistiques et des chaînes" [99], [100].

(24) Voir lettre suivante, ces réflexions rédigées deviendront le mémoire {6}. La terminologie "équation de Chapman" et "équation de Smoluchowski" dans le cas stationnaire a été introduite en France dès 1930 par Hostinsky [53] qui donne toutes les références.

(25) Carton 8, Fréchet a inscrit sur la lettre sa date d'arrivée, 7 septembre (1937)

(26) [77]. N.M.Krylov (1879-1955), DSB, et son élève N.N. Bogolyubov né en 1909 travaillaient ensemble à Kiev. Bogolyubov a visité Paris au début de l'année 1936 et a fait une conférence à la SMF sur les chaînes. (27) {5} ch.4.

(28) Cette "observation" de Doeblin a été reprise par Fréchet dans son livre [45] p.250-251.

(29) {5} p.106-107.

(30) Ce résultat est démontré dans {6}. L'article {6} a été rédigé à la fin de l'année 1937, il est annoncé dans le livre de Fréchet [45]. Sur les "groupes à liaisons instantanées" dont parle W.D. voir [92] et [12]

(31) Voir {6} p.5.

(32) Le cas dénombrable a été traité par Doob [22] qui de plus a beaucoup simplifié la démonstration de W.D., en utilisant un résultat général d'Auerbach.

(33) Dans {5} W.D. ne remercie pas Onicescu mais seulement son "Maître M. Fréchet". O. Onicescu (1892-1983), professeur à l'Université de Bucarest, fondateur de l'École de probabilité roumaine, voir [64].

(34) Carton 8, la date figure sur la lettre.

(35) Il s'agit bien du mémoire de Perron de 1905 qui figure dans la bibliographie de Hostinský [53], voir [45] p.258.

(36) Krylov et Bogolyubov [77].

(37) [104], théorème E p.250. V.I. Romanovsky (1879-1954) avait été élève de A.A. Chuprov (1874-1926) à Saint Pétersbourg, il était en 1936 professeur à l'Université de Tachkent. L'impression de son mémoire a commencé le 17 octobre 1935.

Dans les Archives Fréchet du Laboratoire de Probabilités de l'Université Paris 6 se trouve une lettre de G. Mihoc indiquant à Fréchet que son mémoire [97] a été envoyé au Bulletin de l'Université de Cernauti en janvier 1936 et qu'il est paru avant le 1er juillet 1936.

(38) [93], G. Mihoc (1906-1983) était élève de O. Onicescu à Bucarest. Sur lui voir Iosifescu [63]. Le théorème de convergence vers la loi de Gauss a été démontré dans un cas particulier dès 1908 par Markoff, Voir Bernstein [1] p.31. Le problème des lois limites dans le cas général des chaînes simples était encore ouvert en 1935 quand W.D. a commencé ses travaux. Sur ce point voir [45] p.145, et voir aussi [107] et [109].

(39) [106], Günter Schulz (1903-1962) avait été élève à Berlin de R. von Mises (1883-1953) avant son départ pour Istambul en 1933. En 1936 il enseignait à Berlin et collaborait à la revue "Deutsche Mathematik" dont le rédacteur en chef était L. Bieberbach (1886-1982). Schulz a pu ainsi élever les chaînes de Markov à la dignité de "Mathématique allemande" bien que la plupart des fondateurs de ladite théorie aient appartenu au type S biologiquement inférieur. Voir aussi [76] et [13].

(40) Bernstein [1] p.32-40, S. Bernstein (1880-1968) était professeur à Kharkov, sur lui voir Russian Math. Surveys, 24, 3, 1969, p.169-176.

(41) Thèse {5} ch.I 3 et 4. W.D. a traité le cas dénombrable dans {7}, voir [65].

(42) Schulz [105].

(43) [43] que Fréchet avait exposé dans son cours à l'IHP en 1931-1932, voir aussi [103] et {5} p.16.

(44) Ville est né en 1910, ENS 1929, élève de Fréchet, boursier Arconati-Visconti, il travaille à Vienne avec Karl Menger et soutient en 1939 sa thèse [116] où il applique en particulier la théorie des martingales à l'étude des processus de Markov continus. Après la guerre il travaille dans l'industrie privée et est nommé professeur d'Econométrie à la Faculté des Sciences de Paris en 1958.

(45) E. Feldheim né en 1912 à Kassa en Hongrie a fait ses études de mathématiques à Paris de 1931 à 1934 et soutenu en février 1937 une thèse d'Université sous la "direction" de G. Darmois. Rentré à Budapest en octobre 1934 il travaille dans une compagnie d'assurance tout en continuant à s'intéresser au calcul des probabilités. Dans une lettre à P. Lévy datée du 21 janvier 1935 (Archives Fréchet, laboratoire de probabilités) Feldheim explique qu'il a étudié la conjecture formulée par Lévy en novembre 1934 sur la loi de Gauss [82] et qu'il est arrivé à la conclusion qu'elle pouvait ne pas être exacte, il joint à sa lettre une note "sur la décomposition des lois de probabilités" où il expose ses raisons (peu convaincantes il est vrai, mais qui ne manquent pas d'intérêt et qui seront exploitées dans [29]) et une seconde note étendant un résultat de Khintchine : "Une loi limite du calcul des probabilités" qui sera publiée à Szeged en 1936 [26]. P. Lévy semble s'être intéressé à E. Feldheim à qui il confia une partie des épreuves de son livre [86] et qu'il cite dans [86], [87] et [90] p.26 où il signale le "joli travail" [29] de Feldheim à propos de [81]. E. Feldheim a beaucoup publié entre 1936 et 1942, principalement sur les fonctions orthogonales, signalons [30].

Rappelons que c'est H. Cramér (1893-1985) qui prouva au début de l'année 1936 la conjecture de Lévy, [14], ce qui décida ce dernier à rédiger son livre [86] qui sera terminé pendant l'été 1936, voir [91] p.111-112.

On peut imaginer que W.D. ait également étudié la conjecture de Lévy et ne soit pas parvenu à en obtenir une démonstration directe.

Ervin Feldheim, arrêté au début de l'été 1942, est déporté dans le camp de Fastow près de Kiev jusqu'à la fin de l'année 1943, il est alors rapatrié en Hongrie, il semble en très mauvaise santé [128]. Déporté de nouveau en 1944 à Bor en Serbie, il a probablement été tué dans le massacre de Cervenka (dans le nord de la Voïvodine), avec 3400 prisonniers, lors de l'évacuation vers l'Allemagne des camps de Yougoslavie.

(46) R. Fortet né le 1er mai 1912, ENS 1931, boursier Arconati-Visconti puis boursier CNS, élève de Fréchet, soutient sa thèse [39] en mai 1939, il succède à G. Darmois en 1960 dans la chaire de Calcul des Probabilités et physique mathématique occupée par Borel de 1919 à 1940 et par Fréchet de 1940 à 1949.

(47) Il s'agit de {8} qui ne paraîtra qu'en 1938 et que W.D. avait rédigé comme préliminaire de sa thèse en juin-juillet 1936.

(48) La note {CR5} où W.D. annonce sa théorie générale des chaînes, présentée en juillet 1937 à l'Académie.

(49) Hostinsky [53] qui donne une bibliographie très complète des travaux sur les chaînes de Markoff avant 1930.

(50) {5} ch.I § 3 où W.D. utilise la méthode de Bernstein [1]. Voir la lettre du 19 septembre.

(51) La première note de W.D. sur ce sujet ne sera publiée qu'à la fin de l'année 1938 ({CR9}, {CR10}).

(52) Carton 8, lettre sans date entre le 10 et le 19 septembre 1937.

(53) [45] p.156 où Fréchet corrige son énoncé et cite Doeblin {8}. Voir lettre suivante.

(54) Ville rédige en 1937 le cours de Borel sur les jeux [4] et l'on sait que les cours de Borel étaient particulièrement difficiles à rédiger. A la fin de [4] Ville donne la première démonstration élémentaire du théorème du minimax de von Neumann que Borel avait cherché en vain au début des années vingt, voir Fréchet [48] pour un historique. Fréchet voulait établir la priorité de Borel sur von Neumann en théorie des jeux. Borel avait

effectivement abordé dès 1921 l'étude des jeux de somme nulle mais il reconnaît lui même dans une lettre à Fréchet datée du 7 mai 1952 (Fréchet Carton 8) : "Je tiens à vous signaler que j'ai bien étudié la même question que von Neumann avant lui, mais que je n'ai pas démontré, ni même soupçonné, le théorème fondamental auquel il est arrivé. Je vous demande donc d'examiner les choses de très près avant de donner suite à votre projet. Si je ne me trompe c'est René de Possel qui a le premier exposé en français les résultats de Neumann".

(55) Du 11 au 16 octobre 1937, un colloque sur le calcul des probabilités avait été organisé à Genève par la Faculté des Sciences de la ville. Il était présidé par Fréchet. Les actes du colloque ont été publiés à Paris en 1938 chez Hermann, Actualités Scientifiques et industrielles, n°734 à 740. Doeblin a assisté à ce colloque et ses interventions dans les discussions ont été nombreuses, elles sont rapportées par B. de Finetti (1906-1985) dans [36] p.25, 27, 36, 42, 54, 58. C'est W.D. qui a rédigé les résumés des conférences de Glivenko, Romanovsky et Slutsky absents à Genève. Les conférenciers invités sur le sujet des probabilités en chaîne et du principe ergodique étaient E. Hopf, B.Hostinsky, O.Onicescu et V. Romanovsky. H. Steinhaus, W. Feller, A. Wald, H. Cramér étaient présents à Genève et W.D. les a rencontrés, voir [36]. C'est à ce colloque qu'a été présenté le travail de S. Bernstein sur les équations différentielles stochastiques qui a motivé un grand nombre de recherches à partir de 1938, en particulier celles de W.D. qui a corrigé le texte de Bernstein comme nous l'apprend la lettre suivante déposée aux Archives de Marbach par Claude Doblin avec les papiers personnels d'Alfred et Wolfgang Doeblin.

"Paris le 8 septembre 1938.

J'ai quelque scrupule à vous envoyer du travail à si peu de distance de votre service. Toutefois comme c'est vous et non Ville ou Fortet qui avez été aidé pour venir à Genève, il me semble plus équitable de m'adresser à vous. Je vous envoie donc sous pli séparé placards et manuscrits de Bernstein.

Vous trouverez ci-joint une lettre de lui, à me retourner sous urgence, à l'occasion d'une lettre à m'écrire. Le message souligné au crayon vous permettra d'obtenir des éclaircissements. Vous dites en effet que vous n'avez pas été satisfait de son mémoire sur le même sujet. Cependant, je vous prie de rédiger vos demandes non sur le ton d'une autorité indiquant des erreurs, mais à la manière d'un lecteur qui trouve des difficultés et s'attend à les voir résolues : "je *ne vois pas* comment compléter le raisonnement de la p. , ligne ", il *me* semble qu'il y a contradiction entre etc... D'autre part, pour aller vite, attendez pour écrire d'avoir porté les placards corrigés à L. Freymann [a] (librairie Hermann, 6 rue de la Sorbonne), gardez provisoirement le manuscrit et écrivez à l'auteur d'après ce manuscrit qu'il faudra finalement rendre à M. Freymann. Dites à celui-ci qu'il faut peut être envoyer ces placards corrigés à M. Wavre [b] avant de les envoyer à l'imprimerie.

J'aurais en outre besoin d'avoir des résumés (en français) des conférences de MM. Slutsky, Glivenko et Romanovsky (à joindre aux résumés par de Finetti qu'il faut traduire en français). Vous me parlez de Loève. Est il exact qu'il soit en train de travailler avec M.Darmois? En ce cas je préfère ne rien lui demander, il est dans ce cas plus naturel de ne pas le détourner des études, recherches ou travaux qui lui auraient été proposés par M. Darmois, [c].

Ces résumés seraient à peu près dans les mêmes proportions que ceux qui ont été faits et publiés en Italien par de Finetti. Les placards correspondants seraient fournis par M. Freymann (à qui ils devraient être rendus en les lui demandant de ma part). Par ordre d'urgence, ils ne viendraient qu'après la correction de Bernstein.

On ne peut mettre la main sur l'adresse actuelle de Feller. Peut être serai je obligé de corriger ses placards à sa place. Il ne manque plus en effet pour les placards que les corrections de Bernstein et Feller.

Je suis content qu'on vous ait attribué 5000 : Je craignais qu'on ne diminue ce chiffre.

Au sujet de vos travaux, vous feriez mieux de vous contenter de rédiger ce qui est fait. Je crains un peu les erreurs dans des recherches faites sous la pression du temps et votre départ prochain.

Bien à vous

M. Fréchet

P.S. Si à un moment quelconque vous avez accès à un Zentralblatt, pourriez vous regarder si Ta-Li [d] a publié quelque chose sur les équations différentielles linéaires, où et quoi ?

Notes sur la lettre précédente

[a] L. Freymann était directeur des éditions Hermann. Esprit original, éclectique et entreprenant, il avait créé la série des "Actualités Scientifiques et Industrielles".

[b] R. Wavre,1896-1949, professeur à l'Université de Genève, président du Comité d'organisation du Colloque de Genève. Sur ses travaux, voir[127].

[c] M. Loève après s'être orienté vers la physique théorique puis vers l'actuariat a soutenu en 1941 une thèse de probabilités sous la direction de M. Fréchet. Doeblin a rencontré Loève à la bibliothèque de l'I.H.P. dès 1935.
[d] [125].
(56) A. Wintner (1903-1958), DSB, auteur de nombreux travaux d'analyse dans les années 30 et 40, mérite mieux. W.D. lui reprochait sans doute de publier parfois des résultats (qu'il jugeait) sans intérêt. Dans les archives Fréchet du laboratoire de probabilités, se trouve un tiré à part de [120] avec le résumé suivant de la main de W. D., à l'usage de Fréchet : "X_n prenant les valeurs - 1 et + 1 avec probabilité 1/2, Wintner considère des séries $\sum_{n=1}^{\infty} a_n X_n$ où $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 < \infty$. Remarques dont on ne voit guère l'utilité". On trouve également un tiré à part de [121], accompagné d'une courte note de W.D. : "le théorème est évident et bien connu". Cette note est écrite au dos d'un brouillon du mémoire {12}. Voir aussi [91] p.116.
(57) [45], supplément à l'appendice A, p.271-273.
(58) {6} I §4. Cette démonstration de Doeblin comporte une erreur comme le lui a indiqué Doob, voir {6} correction p.35.
(59) Lebesgue en 1907 et indépendamment Fréchet en 1913, voir {6} p.25 note (1) qui en donne une démonstration, voir aussi la lettre suivante.
(60) W.D. au chapitre 4 de {5} ne suppose pas la continuité mais les "hypothèses I et II" voir {5} p.105.
(61) {5} p.20.
(62) {5} p.21-22.
(63) {5} p.22.
(64) Bernstein [1] p.21, "lemme fondamental".
(65) Carton Fréchet 11.
(66) [45] p.153.
(67) Voir note 58, Fréchet a dû communiquer à Doeblin la référence [41]. Fréchet a milité toute sa vie pour la langue internationale esperanto. Mettant ses convictions en pratique il a publié certains de ses travaux en esperanto, notamment celui-ci et [47]. Signalons que Rudolf Carnap (1891-1970) correspondait en esperanto avec Fréchet (carton Fréchet 5).
(68) Pour le cas des chaînes finies, ce résultat figure dans {6} p.28 voir aussi Doob [22] p.38 qui donne un contre exemple pour le cas dénombrable.
(69) [45] p.159-160. Il s'agit de la convergence p.s. des fréquences $f_{hk}^{(n)}$ de passages par l'état E_k en n étapes à partir de l'état E_h. Fréchet montrait qu'au moins dans le cas régulier, les $f_{hk}^{(n)}$ convergent en moyenne, Kolmogorov à qui Fréchet avait envoyé ses épreuves lui a indiqué que la convergence p.s. résultait dans le cas général du "théorème de Birkhoff-Khintchine". W.D. en donne ici une démonstration directe. Fréchet s'intéressa à la théorie ergodique en 1940-1941, voir [46].
(70) {5} §11 p.60-61.
(71) [45] p.305-306, "principe ergodique" est finalement rangé sous e et sous p.
(72) [45] p.307-308.
(73) {5} p.16 note 4.
(74) Voir note 64. {5} p.20-21 où, par précaution, W.D. a mis le lemme fondamental entre guillemets.
(75) Archives Nationales AJ/16/5551.
(76) Le congrès a eu lieu à Zürich. Bernstein [2] écrit en réalité : "Grâce aux développements qu'ont reçus les idées de Markoff dans les travaux récents de MM. Romanovsky, Hostinský, Fréchet et von Mises, la théorie des chaînes discrètes de Markoff est devenu un des chapitres les plus parfaits du calcul des probabilités, susceptibles de nombreuses généralisations et de diverses applications".
(77) P. Lévy [85].
(78) Carton Fréchet 11. Fréchet a ajouté sur la lettre : "répondu le 1er novembre". Fréchet sans nouvelles de W.D. depuis la déclaration de guerre avait écrit à sa mère pour obtenir sa nouvelle affectation. Erna Döblin lui communiqua l'adresse de W.D. : 291ième RI, 3ème Bat. EM, Secteur Postal 29, et ajoutait (carton Fréchet 8) : "Nous avions assez souvent de ses nouvelles, maintenant il y a 9 jours que je n'ai rien entendu et je m'inquiète un peu. Il y a 3 semaines que je lui envoyais des épreuves qui venaient d'Amsterdam, il les a corrigées, il m'écrivait qu'il y avait peine à expédier et il doutait si elles arriveraient. Il y a une semaine que je lui faisais suivre les épreuves de Stockholm..."

Fréchet avait dû proposer à W.D. de collaborer aux recherches intéressant la Défense Nationale, qu'il dirigeait à l'IHP.

Dès la déclaration de guerre en effet l'ensemble des 200 laboratoires scientifiques français avaient été mis à la disposition du CNRSA (Centre National de la Recherche Scientifique, section de la Recherche Appliquée) par le Ministère de l'Education Nationale pour "effectuer à la demande des Services de Défense Nationale et suivant leurs indications tous travaux de recherche jugés nécessaires". Les laboratoires de la Faculté des Sciences de Paris constituaient le Groupe 3 du CNRSA dirigé par Ch. Maurain, doyen de la Faculté, l'IHP en était la Section 11, dirigée par E. Borel. Le 10 octobre 1939 la Section 11 se structura en 5 laboratoires :

Le laboratoire de mathématiques : directeur E. Cartan, secrétaire F. Vasilesco, collaborateurs : Montel, Bouligand, Lagrange, Julia, Hadamard, P. Lévy, H. Cartan.

Le laboratoire de calculs : directeur H. Mineur, secrétaire Guintini ; collaborateurs : Couderc, Mlle Canavaggio, Chapelon, et 9 calculatrices.

Le laboratoire de physique théorique : directeur L. de Broglie, secrétaire Loubet, collaborateurs : L. Cartan, Reulos, Roubaud Valette, Mlle février, Potier, Mlle Chevreux, Mme Tonnelat, 1 calculatrice.

Le laboratoire de balistique : directeur G.Valiron, secrétaire Lelong, collaborateurs : Lichnerowitz, Hadamard, Esclangon.

Le laboratoire de statistiques : directeur M. Fréchet, secrétaire Fortet, collaborateurs : Bouligand, Halphen, P. Lévy, Chapelon, Delaporte, et 3 calculatrices, Mlles Baud, Petit, Wyckaert.

En novembre 1939 est créé, en outre, le "laboratoire de calcul mécanique" dirigé par L. Couffignal qui venait de soutenir la première thèse française de calcul automatique et "le laboratoire de calculs" de H. Mineur se transforme en "laboratoire d'astrophysique".

Le directeur du Laboratoire de Statistiques, M. Fréchet, "fit de nombreuses démarches auprès de divers services" pour obtenir qu'on lui pose des questions, il lui fut "généralement répondu qu'on avait rien à lui poser mais qu'on s'intéresserait volontiers aux questions que, lui, poserait" (rapport secret du 31 octobre 1939 du G.3 S.11 L.5).

Du 10 octobre 1939 au 1er mai 1940 les questions posées au laboratoire de statistiques, ou qu'il se posa à lui même, furent les suivantes :

— Question 27.A.5 : Meilleure utilisation d'un petit nombre de coups pour le réglage d'un tir, proposée par M. E. Borel, étudiée par M. Fortet.

— Question 28.B.5 : Critères pour distinguer la 1ère loi de Laplace de la 2nde, proposée par M. Fréchet, étudiée par M. Halphen.

— Question 30.C.5 : Dispersion d'un tir de salve, proposée par M.Dupuis, président de la commission de Gavre, étudiée par M. Fortet.

— Question 52.D.5 : Homogénéisation des bouquets ou lots d'utilisation, proposée par M. Divisia (Ministère des Travaux Publics), étudiée par M. Halphen.

— Question 53.E.5 : Loi de probabilité d'une corrélation apparente proposée par M. Dupuis, de Gavre, étudiée par M. Fréchet en collaboration avec MM Fortet, Halphen, R.A. Fisher.

— Question 54.F.5 : Trajets les plus économiques en chemin de fer.

— Question 66.G.5 : Mouvement aléatoire d'une particule dans un fluide, proposée par la Section Technique de l'Artillerie, étudiée par M. Fortet.

— Question 75.H.5 : Groupes sanguins, proposée par M. R.A. Fisher, étudiée par M. Halphen.

Les archives du GR3 S11, sauvées par J.L. Destouches, secrétaire de la section, sont déposées à la bibliothèque de mathématiques des Universités de Paris. Elles contiennent d'intéressantes précisions sur les questions étudiées par la 11^{ème}section.

On trouve d'autre part dans les archives Fréchet de l'Académie des sciences une partie de la correspondance qu'entretint Fréchet pendant cette période, par exemple, dans le carton Fréchet 12, la correspondance avec Molina et Dodge à propos de la question 52.D.5.

Signalons également que les archives Fréchet du Laboratoire de Probabilités et de l'Institut de Statistique de l'Université Paris 6 contiennent la correspondance de Fréchet avec Fisher, Wilks, E. Pearson, Deming, E.B. Wilson, Steffensen, Gini, E.L. Dodd, pendant qu'il dirigeait en 1939-1940 le laboratoire 5 du GR3S11.

Rappelons enfin que pendant la première guerre mondiale, E. Borel avait dirigé la Direction des Inventions intéressant la Défense Nationale, créée en 1915 par P. Painlevé. Qu'il retrouve 25 ans plus tard des fonctions semblables illustre à la fois les qualités exceptionnelles et l'énergie de Borel mais aussi le vieillissement préoccupant des cadres d'une Nation qui avait eu officiellement pendant la première guerre mondiale, sur 8 410 000 mobilisés, 1 357 800 morts et 4 266 000 blessés et qui en un mois de combat en 1940 aurait bientôt sur 5

millions de soldats mobilisés, 120 000 morts, 250 000 blessés et 1 900 000 prisonniers.

(79) résultats annoncés dans {CR6}, {CR7}, et {CR8}.

(80) La première version du mémoire {13}.

(81) En septembre 1939, conformément aux dispositions du pacte germano-soviétique, les troupes soviétiques occupèrent une partie de la Pologne dont la ville de Lwów où était publiée la revue *Studia Mathématica*. La police politique soviétique massacra les officiers polonais mais laissa ouvertes les Universités. Banach et Steinhaus (1887-1972) restèrent rédacteurs de la revue qui parut normalement en 1940, un résumé russe accompagnant chaque article. Le mémoire {13}, que W.D. avait envoyé à Steinhaus qu'il connaissait pour l'avoir rencontré à Genève, est donc paru en 1940 sans même que Fréchet le sache puisqu'il fit republier le même mémoire aux *Annales de l'ENS* en 1946. S. Banach, doyen de la Faculté des Sciences de Lwów de 1939 à 1941, dont la réputation était grande à Moscou et à Kiev, fut même nommé en 1940 membre correspondant de l'Académie de Kiev. Lorsque l'armée allemande envahit l'Ukraine en juin 1941, les établissements universitaires de Lwów furent fermés, Banach dut travailler comme nourisseur de poux à l'Institut bactériologique du professeur Weigl, [111], et de nombreux mathématiciens polonais furent assassinés, parmi eux A. Lomnicki, J. Schauder, J. Schreier etc... voir [115].

(82) Ville de garnison des Ardennes françaises où W.D. accomplit son service militaire au 91ème R.I. du 3 novembre 1938 au 2 septembre 1939, date de la déclaration de guerre. Son régiment dissous, W.D. fut incorporé au 291ème R.I. un régiment qui sera rattaché à la 52ème Division d'Infanterie du groupement de la Sarre de la 3ème armée (général Condé).

(83) Peter Doeblin, né en 1912, fils aîné d'Alfred et Erna Doeblin. Après un séjour en Angleterre, il a émigré aux États Unis en 1935, où il s'est marié et a exercé la profession de typographe-metteur en page.

(84) Le manuscrit est bien arrivé, il a été rapporté à Paris en 1945 par les parents de W.D. qui l'ont déposé aux Archives de l'Académie des Sciences où il se trouve toujours (dossier Doeblin).

(85) Personne n'a réussi à ce jour à élucider les formules de ce manuscrit.

(86) Il s'agit peut être de Kiyosi Iseki dont l'adresse figure dans un carnet de W.D.. M. Fréchet avait remis le paquet dont il s'agit à la mère de W.D. qui le lui a transmis (le carton Fréchet n°8 contient une lettre d'Erna Döblin sur ce sujet). D'autres étudiants japonais étaient à l'IHP entre 1937 et 1939 (carton 5) notamment H.Ioi, Okamura et Y.Tanaka.

(87) Ce sont les épreuves de {10} rédigées sans doute à la fin de l'année 1938, juste avant le départ de W.D. pour Givet et qui correspondent peut être à une "commande" faite par Cramér à W.D. lors du colloque de Genève.

(88) Carton Fréchet 11. La date figure sur la lettre, qui est écrite sur papier à en tête d'Erna Döblin, et sur laquelle Fréchet a ajouté "répondu le 15 novembre".

(89) {10} voir lettre précédente.

(90) La note {CR9} complétée par la note {CR10} rédigée sans doute en même temps mais dont la publication a dû être différée, W.D. ayant déjà déposé en 1938 4 notes aux Comptes Rendus. Sur l'intérêt de {CR9} voir par exemple [87] p.77, sur celui de {CR10} voir [34] p.30.

(91) Carton Fréchet 11, la date figure sur la lettre.

(92) W.D. servait comme "soldat-téléphoniste" à l'État Major du 3ème Bataillon de son régiment.

(93) Carton Fréchet 11. Cette lettre ne comporte pas de date, elle est très vraisemblablement du début janvier 1940, puisque W.D. souhaite la bonne année à Fréchet. Fréchet avait dû demander à W.D. en novembre ou décembre 1939 de réfléchir à la question de l'approximation de la loibinomiale $B(n,p)$ suivant les valeurs de n et p.

(94) {CR 12} lu à la séance du 4 mars 1940. Voir [40] p.180.

(95) {CR 12}, p.367, théorème 4.

(96) Carton Fréchet 11. Cette lettre de Fréchet à Doeblin est un projet de réponse à la lettre précédente, elle ne comporte pas de date mais est sans doute de janvier 1940, Fréchet répondant à ses nombreux correspondants dans les 48 heures.

(97) Carton Fréchet 11. La date ne figure pas sur la lettre.

(98) Le pli cacheté de W.D. sur l'équation de Kolmogoroff a été enregistré par l'Académie des Sciences le 26 février 1940 sous le numéro 11668. Il n'a jamais été ouvert. Le brouillon de ce mémoire se trouve peut être dans les papiers déposés à Marbach au Schiller Nationalmuseum par Claude Doblin, frère cadet de W.D, né en 1917, décorateur-ensemblier à Nice.

(99) Hostinsky [54] et [118]. Les tirés à part d'Hostinsky prêtés par Fréchet à W.D. se trouvent dans les archives Fréchet déposées au laboratoire de probabilités de l'Université Paris 6. Voir aussi [49].

(100) Carton Fréchet 12, la date est sur la lettre ainsi que l'adresse de W.D. : SP 29.

(101) {CR 13} présentée à la séance du 29 avril par E. Borel.
(102) [32].
(103) Le résumé en français de [122] fait par W.D. à la demande de Fréchet se trouve dans le carton 20 des archives Fréchet de l'Académie des Sciences. Dans les archives Fréchet du laboratoire de probabilités se trouvent également de longs résumés en français faits par W.D. de trois importants mémoires de Kolmogorov en allemand [68], [69], [70]. Fréchet s'est servi des résumés de W.D. pour ses cours à l'IHP. Après 1940, Fréchet utilisa les services de M. Loève en particulier pour son cours de l'hiver 1941-1942 sur la théorie ergodique. A la demande de Fréchet, Loève traduisit en français la conférence faite par Hopf à Genève (voir carton Fréchet 26) et lui fit un résumé de la littérature sur le sujet, voir [46].
(104) Carton Fréchet 12.
(105) Feller [32], l'exemplaire utilisé par W.D. se trouve dans les archives Fréchet du laboratoire de probabilités.
(106) Elle se trouve également dans le carton 12.
(107) Le Centre National de la Recherche Scientifique a été créé en octobre 1939, il regroupait l'ensemble des organismes publiés en charge de la Recherche Scientifique dont l'Office National de la Recherche qui avait succédé à la Direction de Inventions de 1915 et le CNRSA créé en 1938. On consultera sur ces questions, les "Cahiers pour l'histoire du CNRS", éditions du CNRS, 1988, 1989, etc...
(108) Carton Fréchet 12, cette note n'a jamais été publiée.
(109) Carton Fréchet 11, la date est sur la lettre.
(110) {CR 13} p.692.
(111) Il n'y a pas trace de ces résultats dans les archives de Fréchet.
(112) Note que Fréchet a transmis au CNRS pour une demande de bourse.
(113) Fréchet carton 8. Carte postale adressée à Fréchet le 21 avril 1940 l'adresse de W.D. est alors, 291ème RI, 3ème Bat. EM, SP 21. W.D. est en ligne.
(114) [32] voir {CR 13} p.692.
(115) L'une des notes [94], le livre de J. Métadier [95] qui les développe est paru le 28 février 1940, Fréchet avait dû le recevoir et demander à W.D. ce qu'il en pensait. Métadier y présente une théorie résolument unitaire de "tout système physique en évolution". "Le premier", Jacques Métadier rallie le général de Gaulle à Londres où il met sa plume au service de la France libre, voir [96], et édite la revue "*Solidarity*", a platform for all those who can help to plan a better world. J. Métadier était en 1939 professeur de physique à l'École de Médecine et de Pharmacie deTours.
(116) [21].
(117) [21] p.135 note : "The latter authors omit mention of exceptional points, implying here the possibe existence of R3" ". Il s'agit de la note {CR7}, *CRAS* ; 204, 1699-1701 : "Sur deux notes de MM. Kryloff et Bogoliouboff" par W.Doeblin et R.Fortet.
(118) {CR7} p.1700 propriété b.
(119) {2}, qui ne comporte aucune démonstration. En 1937 date de {CR7} aucun des travaux de Doeblin sur les chaînes n'est encore complètement rédigé ni publié.
(120) Un tiré à part de [21] se trouve dans les archives Fortet du Laboratoire de probabilités de l'Université Paris 6. La note de la page 135 a été soigneusement rayée à l'encre bleue.
(121) J.L.Doob a ajouté sur la lettre cette remarque : "Of course by now I don't have the slightest idea who was right ! but of course the complaint is justified, I should have written him".
(122) Carte postale expédiée par W.Doeblin, soldat au 91ème RI, 11ème Cie, Givet, à Monsieur Doob, Docteur ès Sciences, University of Illinois, Urbana, États Unis d'Amérique. Le cachet de la poste est illisible.
(123) Il s'agit de la démonstration du théorème de {6} I, 4, voir ci-dessus note (58) et la correction de {6}, Bull. Sci. Math., (1940), 64, 35-37.
(124) [131].
(125) Cette démonstration a été publiée en 1940, voir note 123.

Remerciements

Je remercie infiniment M. Claude Doblin qui m'a autorisé à reproduire la correspondance mathématique de son frère. Je remercie également les nombreuses personnes qui m'ont aidé à mener à bien ce travail et particulièrement M. Barbut grâce à qui j'ai pu me rendre aux Archives de Marbach.
Une version anglaise plus complète paraîtra dans le volume des actes de Blaubeuren publié dans la série "Contemporary Mathematics" de l'A.M.S.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BERNSTEIN S. (1927) "Sur l'extension du théorème limite du calcul des probabilités aux sommes de quantités dépendantes", *Math. Ann.*, 97,p.1-59.
[2] BERNSTEIN S. (1932) *Sur les liaisons entre les grandeurs aléatoires*, Zürich, Verhandlungen des Int.Math.-Kong., Bd I, p.288-309.
[3] BEZANEK J. (1951) B. Hostinsky, *Cesk. casopis pro fys*, 1, p.90-95.
[4] BOREL E. (1938) *Traité du calcul des probabilités et de ses applications, Applications aux jeux du hasard*, rédigé par J. Ville, Paris, Gauthier-Villars.
[5] BRUGE R. (1973) *Histoire de la ligne Maginot*, tome I, Paris, Fayard.
[6] BRUGE R. (1982-1989) *Les combattants du 18 juin*, 5 tomes, Paris, Fayard.
[7] BRUGE R. (1990) Communication personnelle.
[8] CECH E. (1947) Vědecké práce Bedřicha Pospišila, *Časopis pro. pest Math. a Fys.*, 72, p.1-9.
[9] CHOURAQUI A. (1965) *L'Alliance Israélite Universelle et la renaissance juive contemporaine*, Paris, Presses Universitaires de France.
[10] CHUNG K.L. (1954) *Contributions to the theory of Markov chains*, Trans., Amer. Math. Soc., 76, 3, p.397-419.
[11] CHUNG K.L. (1964) "The General Theory of Markov Processes According to Doeblin", *Z.W.*, 2, 3, p.230-254.
[12] CHUNG K.L. (1967) *Markov Chains with stationary transition probabilities*, second ed., Berlin, Springer-Verlag.
[13] COLLATZ L. (1963) "Günter Schulz", *ZAMM*, 43, p.96.
[14] CRAMÉR H. (1936) "Sur une propriété de la loi de Gauss", *C.R. Acad. Sci.*,, 202, p.615-616.
[15] DATZEFF A. (1938) *Sur le problème des barrières de potentiel et la résolution de l'équation de Schrödinger*, Paris, Masson.
[16] DOBLIN C. (1990-1991) Communication personnelle.
[17] DOBLIN S. (1990) Communication personnelle.
[18] DOEBLIN W. (1936) "Sur les probabilités en chaîne", *Soc. Math. Fr., Comptes Rendus des Séances*, p.28-29.
"Sur certaines propriétés asymptotiques des solutions de l'équation de l'équation de Smolukowski", *ibid.*, p.29,
"Sur les noyaux stochastiques", *ibid.*, p.31,
"Sur certains résultats de MM Fréchet et Hadamard", *ibid*, p.31., "Sur les chaînes de Markoff", *ibid.*, p.34.
[19] DOEBLIN W. (1937) "Sur l'extension de quelques théorèmes de Frobenius et Jentzséh, *ibid.*, p.31.
"Sur la loi de Gauss et les chaînes dénombrables", *ibid.*, p.31.
[20] DOEBLIN W. (1938) "Remarques sur la théorie métrique des fractions continues", *ibid.*, p.28-29.
[21] DOOB J.L. (1938) "Stochastic processes with integral-valued parameter", *Trans. Amer. Math. Soc.*, 44, 1, p.87-150.
[22] DOOB J.L. (1942) "Topics in the theory of Markoff chains", *Trans. Amer. Math. Soc.*, 52, p.37-64.
[23] DOOB J.L. (1945) "Markoff chains - Denumerable case", *Trans. Amer. Math. Soc.*, 58, 3, p.455-473.
[24] DOOB J.L. (1948) "Asymptotic property of Markoff Transition Probabilities", *Trans. Amer. Math. Soc.*, 63, 3, p.393-421.
[25] DOOB J.L. (1953) *Stochastic Processes*, New York, Wiley.
[26] FELDHEIM E. (1936) "Une loi limite du calcul des probabilités", *Acta. Litt. Sci. Szeged*, 8, p.55-63.

[27] FELDHEIM E. (1936) "Sur les probabilités en chaîne", *Math. Annalen*, 112, 5, p.775-780.
[28] FELDHEIM E. (1937) *Etude sur la stabilité des lois de probabilité*, Thèse Université de Paris, Szeged.
[29] FELDHEIM E. (1937) "Sur une équation intégrale singulière", *Bull. Sci. Math.*, 61, p.10-18.
[30] FELDHEIM E. (1942)" Relations entre les polynômes de Jacobi, Laguerre et Hermite", *Acta. Math.*, 75, p.117-138.
[31] FELLER W. (1935) "Über den zentralen Grenzwertsatz des Wahrscheinlichkeitsrechnung", *Math. Zeitsch.*, 40, p.521-559.
[32] FELLER W. (1936) "Zur Theorie der stochastischen Prozesse. (Existenz und Eindentigkeitssätze)". *Math. Annalen*, 113, 1, p.113-160.
[33] FELLER W. (1940) "On the integro-differential equations of purely discontinuous Markoff processes", *Trans. Amer. Math. Soc.*, 48, 3, p.488-515.
[34] FELLER W. (1954) "Diffusion processes in one dimension", *Trans. Amer. Math. Soc.*, 77, 1, p.1-31.
[35] FELLER W. (1971) *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, vol. 2, second ed., New York, J. Wiley.
[36] de FINETTI B. (1939) *Compte rendu critique du colloque de Genäve sur la théorie des probabilités*, Actualités Scientifiques et Industrielles n°766, Paris, Hermann.
[37] FORTET R. (1935) "Sur des probabilités en chaîne", *C.R. Acad. Sci.*, Paris, 201, p.124-126.
[38] FORTET R. (1936) "Sur des probabilités en chaîne", *C.R. Acad. Sci.*, Paris, 202, p.1362-1364.
[39] FORTET R. (1938) *Sur l'itération des substitutions linéaires algébriques d'une infinité de variables et ses applications au problè me des probabilités*, Thèse Paris, *Revista de Ciencias*, Lima.
[40] FORTET R. (1943) "Les fonctions aléatoires du type de Markoff associées à certaines équations linéaires aux dérivées partielles de type parabolique", *Journal Math. pures et appli.*, p.177-243.
[41] FRECHET M. (1913) "Pri la funkcia ekvacio f(x+y) = f(x) + f(y)", *l'Enseignement Mathématique*, 15, 5, p.390-392.
[42] FRECHET M. (1933) "Les probabilités continues "en chaîne"", *Comment. Math.* Helvetici, 5, p.175-245.
[43] FRECHET M. (1933) "Compléments à la théorie des probabilités discontinues "en chaîne"", *Annali. Sc. Norm. Sup. Pisa*, II, II, XI, p.131-162.
[44] FRECHET M. (1934) "Sur l'allure asymptotique des densités itérées dans le problème des probabilités "en chaîne"", *Bull. Soc. Math.*, t. 62, p.68-83.
[45] FRECHET M. (1938) *Méthode des fonctions arbitraires. Théorie des événements en chaîne dans le cas d'un nombre fini d'états possibles*, 2ème ed., Paris, Gauthier Villards, 1952.
[46] FRECHET M. (1941) "Les fonctions asymptotiques presque périodiques et leur application au problème ergodique", *Revue Scientifique*, p.341-354, et 407-417.
[47] FRECHET M. (1956) "La paraanalitikaj funkcioj en *n* dimensioj", *J. fur die r. und ang. Math.*, 195, 1-2, p.22-41.
[48] FRECHET M. (1959) "Le rôle d'Emile Borel dans la théorie des jeux", *Revue d'Economie politique*, p.139-167.
[49] GILL R.D., JOHANSEN S. (1990) "A survey of product-integration with a view towards application", *Ann. Stat.*, 18, 4, p.1501-1555.
[50] GUIVARC'H Y., RAUGI A., (1986) "Products of Random Matrices: Convergence Theorems, Contemporary Mathematics", *AMS*, 50, p.31-54.
[51] GUIVARC'H Y., HARDY J. (1988) "Théorèmes limites pour une classe de chaînes de markov et applications aux difféomorphismes d'Anosov", *Ann. Inst. H. Poincaré*, 24, 1, p.73-98.
[52] HADAMARD J. (1928) "Sur le battage des cartes et ses relations avec la mécanique statistique", *Atti del Congr. Inter. Mat.*, Bologne, t. V, p.133-139.
[53] HOSTINSKÝ B. (1931) *Méthodes générales du calcul des probabilités*, Mémorial des sciences mathématiques, 52, Paris, Gauthier-Villars.
[54] HOSTINSKÝ B. (1932) "Application du calcul des probabilités à la théorie du mouvement brownien", *Ann. Ins. H.Poincaré*, 3, p.1-74. .
[55] HOSTINSKÝ B. (1932-1938) "Sur une équation fonctionnelle de la théorie des probabilités", *Publi. Fac. Sci. Univ. Masaryk*, 1ère partie, n°156, 1932 ; 2ème partie, n°194, 1934; 3ème partie, n°261, 1938.
[56] HOSTINSKÝ B. (1935) *Sur les progrès récents de la théorie des probabilités*, Comptes Rendus du 2éme congrès des mathématiciens des pays slaves, Prague, p.94-106.
[57] HOSTINSKÝ B. (1937) "Sur les probabilités relatives aux variables aléatoires liées entre elles. Applications diverses", *Ann. Inst. H. Poincaré*, VII, p.69-119.

[58] HOSTINSKÝ B. (1939) *Équations fonctionnelles relatives aux probabilités continues en chaîne*, Paris, Hermann.
[59] HUGUET L. (1968) Alfred Döblin, éléments de biographie et de bibliographie systématique, 3 tomes, thäse de 3 cycle, Paris-Nanterre.
[60] HUGUET L. (1973) La jeunesse d'A. Döblin. Héritage et élection, Revue d'Allemagne, V, 3, p.728-745.
[61] HUGUET L. (1980) *Pour un centenaire (1878-1978). Chronologie A. Döblin*, Paris, Collège de France.
[62] HUGUET L. (1984) "Fils de grand écrivain et grand mathématicien: Wolfgang Doeblin", *Runa*, 2, p.77-91.
[63] IOSIFESCU M. (1982) "In memoriam G. Mihoc (1906-1981)", *Revue Roumaine Math. pures et appl.*, 27, p.1001-1002.
[64] IOSIFESCU M. (1986) O. Onicescu (1892-1983), *Intern. Stat. Review*, 54, 1, p.97-108.
[65] KENDALL D.G. (1957) "A note on Doeblin's Central Limit Theorem", *Proc. A.M.S.*, vol 8, n°6, p.1037-1039.
[66] KENDALL D.G. (1990) "Obituary A.N. Kolmogorov (1903-1987)", *Bull. London Math. Soc.*, 22, p.31-100.
[67] KENYERES Á. (1967) *Magyar életrajzi lexikon*, vol 1, Budapest, Akadémiai kiadó.
[68] KOLMOGOROV A.N. (1929) "Ueber das Gesetz des iterierten Logarithmus", *Math. Ann.*, 101, p.126-135.
[69] KOLMOGOROV A.N. (1931) "Ueber die analytischen Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung", *Math. Ann.*, 104, p.415-458.
[70] KOLMOGOROV A.N. (1933) "Zur Theorie der stetigen zufälligen Prozesse", *Math. Ann.*, 108, p.149-160.
[71] KOLMOGOROV A.N. (1936) "Aufangsgründe der Theorie der Markoffschen Ketten mit unendlich vielen möglichen Zustanden", *Mat. Sb.*, 1,p.607-610.
[72] KOLMOGOROV A.N. (1936) "Zur Theorie der Markoffschen Ketten", *Math. Ann.*, 112, p.155-160.
[73] KOLMOGOROV A.N. (1937) "Markov chains with countable many possible states", *Bull. Univ. Moscou*, 1, n°3, p.1-11.
[74] KOLMOGOROV A.N. (1958) "Deux théorèmes asymptotiques uniformes pour des sommes de variables aléatoires indépendantes", *Séminaire de Calcul des Probabilités, Inst. H. Poincaré*, 17 avril 1958.
[75] KOLMOGOROV A. N. (1958) "Sur les propriétés des fonctions de concentration de M.p.Lévy," *Ann. Inst. H. Poicaré*, 16, p.27-34.
[76] KRENGEL U. (1990) "Wahrscheinlichkeitstheorie". *Ein Jahrundert Mathematik, 1890-1990*, ed.Fischer G., Hirzebruch F., Scharlau W. und Törnig W. Braunschweig, Vieweg.
[77] KRYLOFF N., BOGOLIOUBOFF N. (1936) "Sur les propriétés ergodiques de l'équation de Smoluchowski", *Bull. Soc. Math.* Fr., 64, p.49-56.
[78] KRYLOFF N., BOGOLIOUBOFF N. (1937) "Sur les probabilités en chaîne", *C.R. Acad. Sci.*, Paris, 204, p.1386-1388.
[79] KRYLOFF N., BOGOLIOUBOFF N. (1937) "Les propriétés ergodiques des suites de probabilités en chaîne", *C.R. Acad. Sci.*, Paris, 204, p.1454-1456.
[80] KUNETZ G. (1937) *Sur quelques propriétés des fonctions caractéristiques*, Thèse Université de Paris, Paris, Rodstein.
[81] LEVY P. (1928) "Sur une équation intégrale considérée par M. Picard", *Bull. Sci. Math.*, 52, p.156-160.
[82] LEVY P. (1934) "Sur les intégrales dont les éléments sont des variables aléatoires indépendantes", *Ann. Sé. Norm. Sup. Pisa II*, 3, p.337-366.
[83] LEVY P. (1934) *Sur la loi de Gauss*, Comptes Rendus des Séances Soc. Math. Fr., année 1934, séance du 28 nov. 1934, p.48-49.
[84] LEVY P. (1935) "Propriétés asymptotiques des sommes de variables aléatoires indépendantes ou enéhaînées", *Jour. Math. pure appl.*(VII), 14, p.347-402.
[85] LEVY P. (1937) "Sur les solutions de l'équation de Chapman", *C.R. Acad. Sci., Paris*, 205, p.1355-1357.
[86] LEVY P. (1937) *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, 2 ed., Paris, Gauthier-Villars, 1957.
[87] LEVY P. (1948) *Processus stochastiques et mouvement brownien*, Paris, Gauthier-Villars.
[88] LEVY P. (1955) "W. Doeblin (V. Doblin) (1915-1940)", *Revue d'Histoire des Sciences*, p.107-115.
[89] LEVY P. (1956) "Le dernier manuscrit inédit de W. Doeblin", *Bull. Sci. Math.*, 80, p.61-64.
[90] LEVY P. (1964) *Nouvelle notice sur les travaux scientifiques*. Paris.
[91] LEVY P. (1970) *Quelques aspects de la pensée d'un mathématicien*, Paris, Blanchard.
[92] LINDVALL T. (1991) "W. Doeblin 1915-1940", *Ann. Prob.*, 19, 3, p.929-934.
[93] LOEVE M. (1963) *Probability Theory*, 3 ed., Princeton, Von Nostrand.

[94] METADIER J. (1931) "Sur l'équation générale du mouvement brownien", *C.R. acad. Sci.*, Paris, 193, p.1173,

(1932) "Sur l'étude du mouvement brownien dans un champ de forces", *C.R. Acad. Sci.*, Paris, 195, p.649,

(1933) "Sur la théorie du mouvement brownien et la méthode opérationnelle", *C.R. Acad. Sci.*, Paris, 197, p.29,

(1934) "Action du champ magnétique sur le mouvement brownien", *C.R. Acad. Sci.*, Paris, 199, p.1196,

(1935) "Mouvement brownien dans l'espace de Hilbert, hyperquantification et superquantification", *C.R. Acad. Sci.*,Paris, 200, p.807.

[95] METADIER J. (1938) *La théorie de l'agitation chaotique, mouvement brownien, agitation moléculaire, dispersion, floculation, etc.*, Actualités Scientifiques et Industrielles n°661, Paris, Hermann.

[96] METADIER J. (1943) *France*, London, Mac Donald.

[97] MIHOC G. (1936) "Sur les lois limites de probabilités liées en chaîne", *Bull. Fac. Sti. Cernauti*, 10, p.1-26.

[98] NEUMANN H. (1987) Alfred Döblin: Leben und Werk, Krankheit und Tod, Mainz, Kirckheim.

[99] ONICESCU O. (1937) "Les applications de l'idée de chaîne statistique," XXIIIème session de l'Institut International de Statistique, Athènes, *Bull. Inst. Int. Stat.*, 29, 2, p.297-303.

[100] ONICESCU O. (1937) "Sur la notion de chaîne et l'idée de loi naturelle", *Mathematica*, 13, p.66-71.

[101] PETRUSZEVICZ M. (1981) "Chaînes de Markov discrètes dans le domaine linguistique", *Séminaire d'Histoire des Mathématiques au XX ^{ème} siècle*, Rennes 1.

[102] POSPIŠIL B. (1936) Sur un problème de MM S. Bernstein et A.Kolmogoroff. *Casopis pro. pes. mat. a fys.*, 65, 2, p.64-76.

[103] POTOČEK J. (1932) "Sur la dispersion dans la théorie des chaînes de Markoff", *Pub. Fac. Sci. Univ. Masaryk*, n°154.

[104] ROMANOVSKY V. (1936) "Recherches sur les chaînes de Markoff", *Acta. Math.*, 66, p.147-251.

[105] SCHULZ G. (1932) "Uber des summenproblem bei Markoffschen Ketten", *Actes. Congrès Int. Math. Zürich*, Bd. 2, p.230-231.

[106] SCHULZ G. (1936) "Grenzwertsätze für die Wahrscheinlichkeiten verketteter Ereignisse", *Deutsche Mathematik*, 1, 5, p.665-699.

[107] SCHWARTZ L. (1991) Communication personnelle.

[108] SENETA E. (1973) "On the historical development of the theory of finite inhomogenous Markov chains", *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 74, p.507-513.

[109] SHEYNIN O.B. (1989) "A.A. Markov's Work on Probability", *Arch. Hist. Ex. Sci.*, 39, 4, p.337-377.

[110] SIMON G. *Un soldat français inconnu*, inédit, Housseras.

[110] SIMON G., 1992, Communication personnelle.

[111] STEINHAUS H. (1961) "Stefan Banach, 1892-1945", *Scripta Math.*, 26, 2, p.93-100.

[112] TONNELAT M.A. (1940) *Sur la théorie du photon dans un espace de Riemann*, Paris, Masson.

[113] TONNELAT M.A. (1971) *Histoire du principe de relativité*, Paris, Flammarion.

[114] TONNELAT M.A. (1984) *Retour à Pasargada*, Paris, Belfond.

[115] ULAM S. A. (1976) *Adventures of a Mathematician*, New York, Scribner's.

[116] VILLE J. (1939) *Etude critique de la notion de collectif*, Paris, Gauthier-Villars.

[117] VILLE J. (1984) Conversation avec P. Crépel, Langon.

[118] VOLTERRA V., HOSTINSKY B. (1938) *Opérations infinitésimales linéaires, applications aux équations différentielles et fonctionnelles*, Paris, Gauthier-Villars.

[119] WINKLER W. (1974) "Doeblin's and Harris's Theory of Markov Processes", *Z.W.*, 31, 1, p.79-88.

[120] WINTNER A. (1934)" On analytic convolutions of Bernoulli distributions", *Amer. J. of Math.*, 56, 4, p.659-663.

[121] WINTNER A. (1937) "On the densities of infinite convolutions", *Amer. J. of Math.*, 59, 2, p.376-378.

[122] WOLD H. (1938) *A study in the analysis of stationary time series*, Uppsala, Almqwist.

[123] YOSIDA K., KAKUTANI S. (1941) "Operator theoretical treatment of Markoff's Process and mean ergodic theorem", *Ann. of Math.*, 42, 1, p.188-228.

[124] DUFRASNE C., 1991, Le mouvement Ajiste, (Un mouvement original d'éducation populaire), Centre de Recherches tour 34/33, 2 Place Jussieu, Paris 5.

[125] LI Ta, 1939, "Uber die allgemeine lineare Differentialgleichung", *Comm. Math. Helv.*, 12, 1-19.
[126] RUPPEL L., 1992, Communication personnelle.
[127] WAVRE R., 1933, "Sur le mouvement des astres fluides", *Ann. Inst. H. Poincaré*, vol III, IV, p.491-510.
[128] VINCZE I., 1992, Communication personnelle.
[129] BERNSTEIN S., 1938, "Equations différentielles stochastiques", *Actualités Sci. Ind.* 738, p.5-32.
[130] CRÉPEL P., 1984, "Histoire de la théorie des martingales", *Séminaire de Probabilités*, Rennes I.
[131] Sz. NAGY B.v., 1936, "Uber messbare Darstellungen Liescher Gruppen", *Math. Annalen*, 112, p.286-296.