MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

JACQUES COURCIER

Le texte philosophique comme lieu d'étude sur la logique usuelle

Mathématiques et sciences humaines, tome 107 (1989), p. 7-16
<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1989__107__7_0>

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1989, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (http://msh.revues.org/) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Math. Inf. Sci. hum. (27e année, n°107, *1989*, p.7-16).

LE TEXTE PHILOSOPHIQUE COMME LIEU D'ETUDE SUR LA LOGIQUE USUELLE.

Jacques COURCIER[1]

Cet essai de Dominique Dubarle[2] est extrêmement complexe. Il réunit deux genres littéraires qui sont rarement conjoints dans notre littérature moderne et qui nécessitent deux modes de lecture fondamentalement différents. Il faut donc l'aborder à part égale comme traitant d'une question mathématique et de problèmes philosophiques. Cette dualité interdit de considérer comme de simples excursus les multiples annotations qui l'émaillent. Elle ne doit pas être assimilée à une ambiguïté. En effet, les choix dans l'ordre des problèmes mathématiques considérés ne relèvent pas de la seule stratégie des objets mathématiques, mais bien plutôt de la conviction qu'il y a des objets non-mathématiques qui peuvent être éclairés par une approche ayant ce type de modalité. Il s'agit bien d'un traitement de mathématique et d'une mathématisation de concepts philosophiques, au sens où l'on peut dire qu'un physicien pratique les mathématiques pour pousser son analyse théorique.

Mais ici la référence n'est pas physique. Elle relève des sciences humaines et Dominique Dubarle est convaincu que la philosophie, et tout particulièrement la grande tradition qui culmine en Hegel, en fait partie. Pour être clair, précisons tout de suite qu'il ne s'agit pas de mettre Hegel en équation, mais de trouver dans cette forme ancienne d'expression des modalités de pensée et de logique qui ne seraient pas assumées et encore moins thématisées dans les travaux actuels.

La question de fond peut être résumée en trois étapes :

1. il n'est pas acceptable pour un mathématicien de voir des raisonnements qu'il ne puisse retraduire en son propre discours, selon les modalités de sa requête de rigueur ;
2. il y a chez Hegel une idée qui semble poser de gros problèmes à toute interprétation de ce genre : la logique de l'essence et la dialectique. Voyons ce qu'il en est ;

---

[1] Université Paris 4, I.S.H.A., 96, Bd Raspail, Paris 75006.

[2] Dominique Dubarle (1907-1987), dominicain, fut en même temps un excellent connaisseur de la logique mathématique, un collaborateur occasionnel de Louis Leprince-Ringuet, un professeur de philosophie éminent, spécialiste mondialement reconnu de Hegel, et l'ancien doyen de philosophie de l'Institut Catholique de Paris. Il s'intéressa très tôt aux questions de la cybernétique (il fut probablement le premier à écrire à propos de Norbert Wiener en France dans le Monde). Il s'intéressa de très près aux problèmes de désarmement nucléaire et collabora jusqu'à la fin de sa vie activement au mouvement Pugwash. Il fut surtout un enseignant et publia de nombreux articles. On peut trouver une bibliographie quasi exhaustive dans le numéro spécial de la *Revue de L'Institut Catholique de Paris (n° 26)*. Le texte que nous présentons ici est un inédit. Sur la philosophie des mathématiques de D.D., signalons la chronique que nous avons proposé dans le numéro de la *Revue des Sciences Philosophiques et Théologiques, T 73, n° 2 Avril 1989.*

3. quoiqu'il en soit de la valeur des différents essais de formalisation, demeure la question du rapport entre logos (c.à.d. tous les discours sur l'essence...) et formalisation du langage.

Les conséquences de cette approche sont évidentes : en engageant cette analyse on aborde de front une des grandes cassures de notre culture. Cette coupure concerne aussi bien le langage de la description (l'essence des choses) que celui de la décision au travers de la question de la modalité. Le but de cet essai de D. Dubarle est de proposer une unification d'une structure formelle permettant de conjuguer les deux aspects.

Pour préciser le deuxième point rappelons que la problématique hégélienne est une question générale que nous pourrions schématiser en disant qu'elle tente de considérer de manière rationnelle le devenir non seulement dans le mouvement, mais dans l'être et/ou l'essence. Il suffit d'avoir fait un peu d'histoire de la pensée (philosophique et scientifique) pour comprendre combien la question était d'actualité. Elle est la traduction directe des problèmes que soulevèrent la relativité galiléenne et newtonienne. L'étude du mouvement se fait par le biais du différentiel. Hegel est en réaction contre l'approche purement mathématique. Il propose donc une analyse qui prétend réinterpréter l'essentiel de leur apport. Mais l'évolution historique du questionnement scientifique prendra d'autres chemins. Elle sera plus étude des structures de groupe que de fonction. L'approche des invariants sera la recherche des groupes de transformation qui conservent l'espace (et non plus la recherche de l'espace absolu). En ce sens on peut estimer que l'étude de Hegel est à contre-courant de toute la recherche scientifique. Cela ne suffit pas pour rejeter les questions hégélienne comme sans intérêt.

I. LES DEUX PLANS

Nous allons esquisser les deux plans généraux de notre texte
1. du point de vue mathématique
2. du point de vue philosophique
et voir de quelle manière ils se conjuguent.

1. *Le point de vue mathématique*

Ce texte se présente comme la première partie d'un travail dont nous ne possédons pas de trace de la suite. Il n'aborde que l'étude de la base $B[2^2]$. Il prévoit pour la suite d'autres extensions (au cas des puissances $n^{\text{ème}}$ de 2, puis des bases infinies). Une des particularités de cette présentation est de ne pas faire tous les développements mathématiquement pensables, mais de proposer les extensions qui semblent les plus "intéressantes". La première est appelée L^2. Les quatre valeurs logiques seront v, f, i et j. Les considérations qui suivent introduisent 16 espèces propositionnelles distinctes dont les éléments permettent de définir une suite de préfixes adverbiaux (formellement, thétiquement, hypothétiquement et matériellement, p. 26). D. Dubarle présente ensuite quelques connecteurs propositionnels dans ce cadre. Il propose des formes en extension directe par rapport aux connecteurs élémentaires du calcul propositionnel.

L'auteur présente ensuite un formalisme de L^2 dont il précise bien qu'il n'est pas fonctionnellement complet mais qu'il est "grammaticalement adéquat" (p. 28). Tout ceci lui permet de proposer une axiomatisation déductivement complète (pour la notion de déduction-implication). Il n'est pas nécessaire d'introduire une axiomatique nouvelle fondamentalement différente de celle du calcul propositionnel.

Cependant il faut remarquer que L^2 n'est pas complet. On peut éventuellement prendre en compte une structure de corps de Galois. Ceci aurait l'inconvénient de faire sortir des cheminements habituels de la pensée. "*Le principe de maintien de l'inaliénable serait derechef entamé*" (p. 35). Pour parer cet inconvénient, on va adjoindre à L^2 une forme propositionnelle P' qui va rendre L^2 complet. P' procède par contraposition des valeurs i et j. On obtient ainsi le système Λ^2 qui est une simple extension de L^2 (p. 37). Cette extension permet d'établir un pont avec la logique des modalités. Il faut noter que la notion d'égalité pose des problèmes dans Λ^2 car elle devra être radicalement distincte de la notion d'équivalence. En posant Λ^2 comme système déductif nous pouvons ainsi démontrer que l'aspect sémantique de la tautologie permet de passer à l'aspect syntaxique du déductif.

Suit une longue analyse du parallèle entre Λ^2 et S_5 de Lewis qui permet de présenter le système M_α comme la plus simple des représentations finies de S_5 (p.43). Ceci correspond à une refonte de la notion de modalité dont la signification (qui servira de justification) sera abordée dans la deuxième partie. On peut introduire dès lors les modalités P^+ et P^*.

On définit ensuite la notion d'appartenance (p. 49). Cette notion fournit une interprétation permettant de distinguer i et j, qui sont tous les deux dès lors des atomes. Le premier est l'image de la valeur logique F élément nul du système, alors que le second sera l'image de V, élément unité.

On peut considérer la logique de base $B[2^2]$ soit comme une extension de L^2 soit comme adjonction de P' à L^2 (la seule adjonction qui permette de mettre sur pied une logique fonctionnelle complète pour cette base). Mais on peut s'intéresser à d'autres adjonctions possibles, qui, elles, ne seront pas fonctionnellement complètes. Il suffit pour cela d'utiliser par exemple les modalités P^+ et P^* définies ci-dessus. Nous allons considérer pour cela la logique obtenue en faisant l'adjonction de P^+ que nous nommerons $\mathbf{L}_+^2$ (p. 51). On se retrouve avec une base de 8 espèces propositionnelles principales. Pour le théorème de complétude il faudra introduire une notion intermédiaire entre l'équivalence et l'égalité, que Dominique Dubarle définit (p. 55) et qu'il appelle l'homologie substantielle (alors que avec l'adjonction de P^*, c'est-à-dire dans $\mathbf{L}_*^2$, nous aurions une homologie qualifiée d'essentielle).

Nous pouvons aussi conjuguer ces deux extensions.

Nous aboutissons ainsi au dernier point mathématique de ce texte : l'analyse de l'équivalence sur la base de $B[2^2]$. A cette logique usuelle on peut adjoindre trois classes d'espèces propositionnelles indépendantes par rapport à la relation d'équivalence. En fait il suffit d'adjoindre P' et P^α pour mettre sur pied le système de logique de l'équivalence. Il y a "*circularité des opérations et relations, et ceci peut devenir comme le principe de modes inédits du raisonnement logique.*". Les registres P^α et P^β sont définissables dans le formalisme Λ^2, mais ils n'y ont pas de figure "reconnaissable" (p. 61). Or ces deux registres ne sont pas involutifs. Il faut donc prendre quelques précautions supplémentaires, si l'on veut avoir un système logique déductivement complet. D. Dubarle établit donc un système de la logique de l'équivalence sur la base d'axiomes comportant quatre thèses formelles et trois axiomes non triviaux (p. 65). Il faut donc une logique plus vaste que la logique de l'égalité (issue de la logique modale) pour avoir des classes propositionnelles stables pour certaines relations.

Nous avons là un bref résumé du développement mathématique de D. Dubarle. Le dernier paragraphe de ce texte est un ensemble de considérations hiérarchisant du point de vue de la théorie des groupes d'abord, puis de la logique, les différents édifices ainsi construits. Avant que d'aborder ce point, il nous semble nécessaire de considérer succintement le développement "philosophique" des quatre premiers paragraphes. Ainsi nous espérons maintenir le projet initial que nous nous sommes fixé.

2. Le point de vue philosophique

Une partie de l'enchaînement des extensions qui font passer de $B[2^2]$ au dernier cercle de l'équivalence par adjonction de P' et de P^{α} à L^2 a sa raison dans des considérations techniques. Nous en avons résumé certaines. Mais il nous semble que l'on peut relire l'ensemble du processus d'une autre manière. Il faut suivre les annotations diverses au fil du texte, et tout particulièrement celles qui servent aux dénominations des différentes formes propositionnelles.

Le premier élément que nous retiendrons est la conviction que ni l'intuitionnisme ni les logiques à plus de deux valeurs de vérité ne fournissent à l'action de la pensée les règles qui lui conviennent. Et encore moins peut-être ce que l'on appelle la dialectique philosophique.

En conséquence une logique qui cherche à traduire un tant soit peu les actes réels de décision et d'intelligence doit respecter la structure fondamentalement booléenne de la pensée qui conjugue le vrai et le faux. Il faut maintenir "*l'inaliénable d'une raison qui s'est conquise en vertu de l'opposition du vrai et du faux*" (p. 23). La logique doit donc s'appuyer sur le Vrai et le Faux comme données de base. Mais il est possible que par la suite les atomes des algèbres qui se développeront sur cette base ne soient pas ces valeurs de vérité.

L'introduction de deux autres valeurs est nécessaire pour établir $B[2^2]$. Elles ont nom i et j, "*les deux autres valeurs logiques n'ont pas été envisagées ni dénommées explicitement dans le passé... valeurs logiques intégrantes... sur le plan d'une ontologie il y correspondrait un couple de facteurs intégrants de l'être...(on peut donc) les appeler "idéel" et "réel"* " (p. 23). D. Dubarle établit les catégories d'opposition entre ces 4 valeurs, et l'on retrouve des schémas classiques en scolastique aristotélicienne : les catégories de l'opposition. On peut lire en effet de cette manière l'opposition analytique entre v et f, mais aussi l'opposition de synthèse effective entre i et j (le passage de ce qui n'est qu'idéel au réel).

Bien entendu tout ceci peut sembler un jeu d'images, puisque la justification mathématique de ces quatre termes est leur fonctionnement mathématique. Il n'empêche que nous avons à cet égard le même sentiment que celui qui préside à l'échange fameux de correspondance entre Descartes et Beeckman à propos de loi de la chute des corps[1]. A Isaak Beeckman qui demande une formulation mathématique précise pour ce qu'il pense être la réalité physique de la loi de la chute des corps, Descartes répond par une formule, mais se dépêche d'en suggérer immédiatement d'autres qui seraient tout aussi mathématiquement calculables. Nous avons là un réflexe de mathématicien qui aborde l'enchaînement de tous les possibles, alors que le physicien considère simplement les cheminements de ce qui semble s'imposer de fait. D'une certaine manière, ce que propose Dominique Dubarle est une logique de l'intelligence sous ses deux formes, de description et de décision, avec une conviction foncière de réalisme. Il pense toucher quelque chose de la nature même de la réflexion, celle qui justement fit espérer à Hegel pouvoir passer de la logique de l'essence à la logique de l'être et à la dialectique qui régit l'histoire.

---

[1] Cf. Koyré : La loi de la chute des corps. in *Etudes Galiléennes*, 2. et toute la bibliographie attenante.

Nous avons par ailleurs les semi-négations de *v vers j* (déposition qui va du vrai vers le réel) et *v vers i* (relèvement du vrai vers l'idéel). Ces deux opérations "*correspondent dans une certaine mesure à deux significations conjuguées de l'opération que la logique hégélienne a essayé de signifier avec le terme d'Aufhebung*" (p. 24) Nous n'entrerons pas plus loin dans l'interprétation de ce terme technique. Signalons que le commentaire en parallèle se trouve dans *"Logique et dialectique"* (p. 153)[1].

Considérons maintenant les différentes espèces propositionnelles de L^2. Nous avons l'affirmation et la négation, ainsi que les semi-négations que nous avons déjà considérées. Nous avons aussi des espèces secondaires, dont la présence dit bien "*qu'elle donne à la pensée de signifier et de traiter certaines façons d'avoir lieu en fait que la logique propositionnelle usuelle n'était pas en mesure de signifier ni de traiter adéquatement*" (p. 25). D. Dubarle les présente comme "des préfixes adverbiaux de tenue conceptuelle différente de celle du préfixe de modalité et laissés jusqu'à présent en dehors du traitement logique. les moments conjonctifs de l'affirmation ... et symétriquement les moments disjonctifs." D'où la terminologie que l'auteur propose de *formellement* et de *thétiquement* ."*Seul ce qui est à la fois formellement et thétiquement vrai peut être vrai de façon entière et absolue*" (p. 26). Les deux autres signes pourront recevoir l'interprétation complémentaire de "*hypothétiquement*" et de "*matériellement*" (p. 26). Dans cette description perce immédiatement le vocabulaire hégélien. Cette logique permet de distinguer ce qui est le formellement vrai de ce qui est le thétiquement vrai. "*On peut traduire ces deux derniers théorèmes en disant que P est formellement vrai lorsque P est impliqué par sa déposition, et qu'il est thétiquement vrai lorsqu'il est impliqué par son relèvement. On peut ainsi entrevoir les premières avenues d'une algèbre et d'une logique associant à l'algèbre et à la logique familières de la disjonction et de la conjonction, la possibilité de décomposer mentalement ce dont la pensée traite en "moments conjugués" assujettis chacun pour soi aux procédures régulières de la rationalité et du calcul algébrique qui met en forme cette rationalité*" (p. 33).

La deuxième partie en introduisant le système Λ^2 fait la jonction avec la notion de modalité. La raison profonde en est la constatation que la pensée ne se coule pas naturellement dans les structures du corps de Galois (p. 35). L'introduction de l'élargissement de L^2 par l'adjonction de P' est mesurée par l'approche de la différence symétrique entre P et P' : P_Δ interprête la contingence, au sens classique, c'est-à-dire la possibilité d'être et de ne pas être. L'introduction de P' permet de donner un autre jeu à la contraposition et aux modalités de l'opposition, tout en conservant le rôle fondamental du Faux. Nous avons donc des structures de discours parallèles qui pourront parler de la modalité tout comme de la contingence.

Il faut reconnaître que ce n'est pas sans une certaine fierté que D. Dubarle met en évidence le fait que son système Λ^2 contient le système modal S_5 de Lewis avec une économie de formes remarquable (passer de 2^{32} formes distinctes à 2^8 simplement !) : c'est le système M_α (p. 43). Ce système dénote des modalités qui sont "*le fait* intrinsèque, *des propositions considérées, ... alors que les opérateurs modaux de S_5 dénotent des modalités qui sont un fait* extrinsèque . *Il y a deux manières pour l'esprit de penser la nécessité : en raison du contexte (Lewis) ou en raison de la réalité* propre *(M_α), indépendamment de tout contexte extérieur... La chose est alors comprise comme par soi et intrinsèquement nécessaire*" (p. 47). Il est difficile de trouver formule plus directement hégélienne. Certaines vérités premières approchent pour le moins cette condition : l'appréhension même de leur contenu les rend d'elles mêmes certaines. La philosophie a l'habitude de distinguer ces deux sortes de nécessité en parlant d'une part de nécessité *par soi* (M_α), d'autre part de nécessité *par le fait d'autre chose* (la "*necessarium per*

---

[1] Pour ces livres, voir la suite de cette présentation, p.15 sq.

aliud" de la scolastique, système S_5, p. 47). Il s'agit bien d'élaborer non pas la logique d'une phénoménologie, mais la logique de l'essence.[1]

On peut envisager une extension de la logique des modalités : il est thétiquement nécessaire que P, il est formellement possible que P, etc...

L'étude de la relation d'appartenance entraîne dans d'autres dédales plus profonds. Il semble bien que l'étude de Λ^2 amène à considérer une sorte de changement d'axe dans l'espace conceptuel, donnant un rôle d'atome non plus à v et f, mais à i et j. Ces deux fonctions ne sont plus dualement symétriques, mais fondamentalement distinctes (p. 49).

Pour l'élargissement sous la forme de $\mathbf{L}_+^2$ et de son conjugué les axiomes P^+ et P^* sont interprétés comme donnant accès au substantiellement vrai et à l'essentiellement vrai (p. 52). La différence entre la substance et l'essence n'est pas très facile à manier et il faut là aussi se replonger dans les distinctions hégélienne pour leur donner un sens. Leur rapport à la modalité peut éclairer par le contexte : sera considéré comme nécessairement vrai ce qui est à la fois substantiellement et essentiellement vrai, le possiblement vrai sera ce qui est ou substantiellement ou essentiellement vrai (p. 56).

Tout ceci nous amène à multiplier les distinctions possibles entre la relation d'égalité et les relations d'équivalence. "*L'équivalence doit désormais être distinguée de la relation d'égalité et peut être utilement considérée comme une opération portant sur deux sortes d'entités logiques et fournissant un résultat nouveau*" (p. 60). "*Il y a circularité des opérations et relations, et ceci peut devenir comme le principe de modes inédits du raisonnement logique. De fait, du point de vue de l'histoire de la pensée, il semble que la structure logique de la thèse ci-dessus se retrouve sous-jacente au système de la dialectique hégélienne, où elle joue alors un rôle important*" (p. 61)[2]. "*Les définitions données ci-dessus représentent alors la machinerie logique de ce changement de registre. Elle se propose en termes trop peu classiques pour être aisément identifiable à quelque chose de déjà familier à la pensée.*" (p. 61) Nous avons là une possibilité d'interprétation de la dialectique comme processus déterminant un champ commun au nécessaire-contingent, à l'universel-singulier, et au vrai-faux.

3. La conclusion

Nous allons maintenant revenir au cheminement mathématique et simultanément philosophique de notre texte en considérant la dernière partie. Notre présentation aborde pour conclure le §V relatif aux considérations algébriques sur l'organisation de la pensée rationnelle en présence d'une base à quatre valeurs de vérité (p. 69). Le grand nombre d'espèces propositionelles possibles qui ne peut guère être saisi par la pensée humaine, peut maintenant être considéré logiquement. Les logiques que nous avons étudiées ont pour base $B[2^2]$ et utilisent donc aussi les semi-négations. Les trois logiques Λ^2, $\mathbf{L}_+^2$ et $\mathbf{L}_*^2$ n'ont pas le même comportement relativement à l'implication. D'où l'introduction dans ces deux dernières de la notion de modalité. Ces trois logiques partent donc des quatre valeurs de $B[2^2]$ et donnent un système qui peut se transformer l'un en l'autre. Mais le fait que l'implication ne fonctionne réellement que dans la première entraîne qu'il faut considérer les deux autres comme les

---

[1] Curieusement, ce rapprochement avec la logique de la modalité de Lewis ne sera plus repris semble-t-il par la suite. Aussi bien dans "*Logique et Dialectique*" que dans "*Logos et Formalisation*" cette extension ne sera plus relevée.

[2] Cf. *Wissenschaft der Logik*, II,II chap III, A et *Encyclopédie*. §183-187.

moments ou les différentes modalités du faux (F,I,J) Seul le Faux peut être mis en correspondance avec le pur et simple non-être. Les autres positions doivent aussi se référer à leur rôle de semi-affirmation.

"*Dans un univers mental à quatre valeurs logiques, en effet, se désigner par exemple le vrai comme la valeur logique à poursuivre, ou le faux comme la valeur logique à éviter, n'est plus se fixer entièrement le propos intellectuel ou rationnel comme c'est le faire dans le cas de l'univers mental à deux valeurs logiques seulement*" (p. 75). La cohérence n'implique pas l'accord entre propos intellectuels. Il faut forger une transcription logique des systèmes. Ces transcriptions peuvent ou non respecter le caractère distingué de telle ou telle valeur. On parlera dès lors d'équimorphisme simplement formel que l'on distinguera des équimorphismes concordant épistémologiquement. L'analyse de la logique a pour résultat principal de mieux faire comprendre comment dans le cheminement d'une pensée qui ne peut travailler uniquement sur deux valeurs de vérité, il y aura obligatoirement des systèmes de transcription, des homorphismes. Certains d'entre eux ont un sens du point de vue de la connaissance, les autres sont purement formels. Certains analysent ce qui est, d'autres analysent le décisionnel.

La thèse que nous présentons procède pour une part de l'analyse logique, mais pour une autre, massivement, d'une sorte de réalisme "physique" de la notion de raisonnement et de pensée, dont on peut estimer que l'un des lieux majeurs de conscience dans l'histoire de la philosophie fut Hegel, mais qui doit être repris d'une autre manière aujourd'hui, étant donné les outils d'investigation que nous avons sur les processus logiques.

L'analyse critique de l'oeuvre de D. Dubarle ouvre donc directement sur deux questions

1. la première question est du réalisme de cette objectivité, de ce réel de la pensée ;
2. la deuxième question est de la pertinence d'un outillage mathématique pour l'investigation et la réponse à cette question.

II. LA SUITE

Nous disposons de deux livres qui reprennent sous une forme philosophiquement plus achevée le propos de ce premier texte de 1963. Nous avons aussi une dernière conférence prononcée à Neufchâtel en 1980 qui montre bien que le projet mathématique n'a jamais cessé d'être présent à l'esprit de D. Dubarle.

II.1 - Le premier livre a pour titre "*Logique et dialectique*"[1]. Il reprend pour une part les analyses de 1963 Nous avons une logique du Concept qui se rapproche de celle de Boole-Schröder. Mais il ajoute une considération profondément originale : l'analyse du refus hégélien de considérer un homologue du zéro oblige à passer outre si l'on veut établir une véritable algèbre. Il faut esquisser des développements dans le sens d'une géométrie projective.

Il faut en effet considérer aussi bien du point de vue mathématique que du point de vue philosophique la question du terme nul et de son absence chez Hegel. : "*tandis que le concept demeure pour la logique classique tel une unité simple et inorganique de l'intelligibilité, il est toujours pour la logique hégélienne à tout le moins cette unité complexe et organisée de trois moments qui lui confèrent une structure interne... ces trois moments sont absolument immanents les uns aux autres dans l'unité indéchirable du concept*" (p. 132).

---

[1] *Logique et dialectique. Dialectique hégélienne et formalisation*, Larousse, Paris, 1972, p. 1-200 ; en collaboration avec A. Doz, p. 201-237.

Hegel a cherché le concept de la totalité, "*ayant ses différences conceptuellement au-dedans de lui-même et non plus au-dehors... avec la certitude qu'il devait exister, puisque la compréhension de la totalité, Concept par excellence, ne peut se différencier conceptuellement qu'en vertu de quelque principe qui lui soit intérieur*" (p. 134). Le terme faisant fonction de terme nul est absent de la doctrine du Concept telle que Hegel la formule. En lui-même le Concept se donne comme totalité et unité.... ". *Mais pour qu'une mathématique logiquement exploitable de l'unité et de ses moments internes puisse avoir lieu, il semble indispensable que la pensée s'adjoigne cette terminaison conceptuelle vide qui désigne le "néant abstrait" (abstrakte Nichts), ainsi que le dit Hegel, jouant fonctionnellement le rôle du zéro... C'est cette adjonction d'un terme nul, semblable à celle que Parménide accepta en vue de raisonner sur la totalité unique, que, contre Hegel (il ne faut pas s'en cacher), l'on va postuler ici pour libérer la puissance de formulation mathématique que l'enseignement hégélien contient en lui, mais comme à l'état paralysé*" (p. 135).

Triplicité ou quadruplicité des déterminations conceptuelles chez Hegel ? "*La conclusion finale de cette longue discussion est que, si l'on veut faire correspondre au discours de la philosophie hégélienne un système rationnel capable de faire le contrôle de ce discours et de sa légitimité interhumaine, il faut pour commencer adjoindre un quatrième terme, lui aussi conceptuel, à la triade des moments logiques du Concept qu'il a retenue. Ce quatrième terme n'est autre que le terme logiquement vide, le "Null" abstrait dont Hegel veut faire pour son compte une appartenance caractéristique de l'entendement*" (p. 146).

On en déduit une correspondance entre le graphique de la page 25 (1963) et celui de la page 155 (*Logique et Dialectique*) Seules, pour mieux coller au texte hégélien, les dénominations ont changées.

"*Tel est sommairement exposé, le point de contact que l'on avait en vue d'établir entre le système de la pensée spéculative hégélienne et le formalisme algébrico-logique. C'est semble-t-il le plus simple de tous ceux que la doctrine et la dialectique du Concept soient à même de suggérer. On obtient ainsi une extension de la logique mathématique classique des termes qui satisfait bien aux conditions générales que l'on s'était fixées en discutant le problème soulevé par la logique hégélienne*

1) *conserver comme inaliénable l'acquis de la logique classique*

2) *représenter quelque chose de l'économie interne d'une entité conceptuelle et de son acte de compréhension. Le moyen mathématique est d'une extrême simplicité. Il n'en a pas moins obligé à un travail intellectuel approfondi, tant pour le rendre possible que pour entrevoir à quoi il peut servir*" (p. 159).

Logique et dialectique aborde ensuite l'image de la géométrie projective. "*Il faut cependant aller aujourd'hui plus loin que Parménide et dire quelque chose sur les rapports logiques qu'il y a entre cet Un, infinité de la positivité conceptuelle fondamentale, et le couple des terminaisons conceptuelles "étant", "néant", que la discursivité manie..(on peut utiliser)..la géométrie projective finie PG[1,2] composée de trois points (1,0), (1,1), (0,1). ...On devra dire qu'il y a non seulement deux mais trois modes mathématiques possibles de l'unité : le mode fini, le mode infini et le mode indifférent*" (p. 173). C'est souligner vigoureusement combien la confrontation entre langage formel et dialectique de l'Être situe celui qui les pratique dans l'espace paradoxal de la prise de parole comme acte. Il faut faire la distinction constamment entre le pouvoir d'exprimer et le pouvoir de désigner. Le livre "*Logique et dialectique*" se termine par une analyse de ce que la pratique du langage mathématique peut apporter comme éclaircissement sur la différence entre ces deux pouvoirs. Et tout particulièrement quant à l'analyse de ce que l'on appelait l'analogie et que nous considérons maintenant comme une mise

en rapport. La géométrie projective qui interdit aux termes colinéaires d'être égaux, fournit une grille de lecture suggestive. Dominique Dubarle a abordé d'abord la logique booléenne classique, puis la logique ultrabooléenne B [2[2]] Maintenant il adjoint des termes transcendants aux représentations des termes génériques."*Ce que l'étude logicienne de la dialectique hégélienne oblige cependant de percevoir, c'est l'entrée en scène d'alternatives nouvelles au niveau des possibilités de l'affectation sémantique : régime d'intériorité ou régime d'extériorité de l'intelligibilité*" (p. 200).

II.2 - Abordons maintenant notre deuxième texte. "*Logos et formalisation du langage*"[1]. L'erreur principale de Hegel pour D. Dubarle consiste à ranger le mathématique dans l'analytique par opposition au dialectique. Il faut pouvoir assumer le rôle des mathématiques. Pour pouvoir transcrire certaines affirmations de la pensée conceptuelle, il faut quelques précautions. "*La restriction consiste, comme cela a déjà été fait à notre époque au moment où il s'est agi de représenter fidèlement la logique des termes d'Aristote, à supprimer tout ce qui implique considération et prise en compte du terme nul. Le principe de cet aménagement est acquis au moins depuis les travaux déjà cités de Lukasiewicz sur la syllogistique d'Aristote. Du point de vue mathématique cela signifie qu'au lieu de se donner l'univers des termes généraux sous la forme d'un treillis distributif, on se le donne sous la forme restreinte d'un demis-treillis comportant un élément maximal*" (p. 265). Nous avons là une reconsidération de l'introduction de ce terme nul qui est l'originalité de *"Logique et Dialectique"*. "*Il n'est du reste pas dit que l'idée de Hegel de former, à partir des termes "Être" et "Rien", ce qu'il a appelé une proposition spéculative n'ait point quelque chose d'inédit à apporter au mathématicien s'occupant de logique mathématisée*" (p. 266). Il faut donc esquisser une intelligence différentielle. "*On peut se demander si ce que Hegel a appelé la proposition spéculative n'est pas, plus ou moins consciemment de sa part, l'essai d'élever au niveau du Concept, de l'ontologie et de la logique tout ensemble, le "calcul des fluxions" édifié par Newton, de façon à justifier absolument, par le Concept lui même, son emploi en mathématique et, réciproquement, à permettre à l'homme de l'ontologie et de la logique proprement dite la pratique de l'intelligibilité fluente, cette "pensée en durée" que Bergson s'est efforcé d'instaurer en en demandant, lui aussi, l'inspiration et l'enseignement au calcul infinitésimal* (p. 267).

II.3 - Venons-en à notre dernier texte. Il s'agit d'une intervention présentée lors d'un colloque international sur Linguistique et Mathématiques. La conférence est intitulée : *Le discours hégélien et quelques-uns de ses points de contact avec la mathématique*. (Neufchâtel, mai 1980)[2].

Cette dernière contribution constitue l'une des ultimes productions de D. Dubarle. Elle précise le déplacement progressif de sa pensée : on peut certes chercher un "*code de correspondance algébrique entre Concept et structuration mathématique, code qui pourrait servir de fil conducteur à l'effort de comprendre l'enseignement spéculatif hégélien.*" Mais il y a un second lieu qui est un apport neuf dans notre perspective : "*la description des opérations foncières et du processus notionel du Concept intéresse une topologie de la continuité. Chose que Hegel, à sa manière, a ressentie vivement sans pouvoir arriver à quelque issue satisfaisante, et qu'à la suite de Hegel, C.S. Peirce a pensé être l'un des aspects capitaux de la logique hégélienne*".

---

[1] *Logos et formalisation du langage*. Klincksieck, Paris 1977. 301p.

[2] La pagination n'est pas indiquée, car nous nous sommes référé au manuscript directement, n'ayant pas sous la main le texte édité chez Peter Lang, Berne et Francfort/Main, 1982. dans l'ouvrage collectif "Linguistique et mathématiques : Peut-on construire un discours cohérent en linguistique ?" compte-rendu du colloque de Neufchatel 1980.

L'analyse se fait alors selon le corps $K(3^2)$, une fois suppression faite de l'élément nul. Cela signifie-t-il un retour en arrière par rapport à la lecture quadripartite de la conceptualité hégélienne ? Il semble que non car nous lisons un peu plus loin : "*les modes déterminés de la Réflexion sont en réalité au nombre de quatre et non de trois comme le donne à penser l'énumération initiale de Hegel*".

III. CONCLUSION

Il est remarquable que la démarche qui avait conduit D. Dubarle de Hegel aux problèmes du nucléaire, puis à ceux du contrôle des armements et de la logistique, l'amène à s'interroger sur la formalisation du langage et sur la linguistique. Derrière toute cette histoire, nous lisons en trame une recherche sur la logique, qui demeure l'outil majeur auprès duquel il cherche la réconciliation des concepts. C'est sur ce point que nous aimerions conclure.

S'il faut une brève conclusion à notre introduction, nous aimerions la formuler ainsi. Le travail de Dominique Dubarle peut sembler étonnant pour un mathématicien. Certes il ne propose pas un développement selon les coutumes habituelles de cet univers. Nous espérons cependant avoir montré que non seulement le projet assume les conditions requises pour un texte qui se veut mathématique, mais surtout qu'il montre bien en ses analyses et en ses prolongements combien l'étude de la logique est indissociable de questions d'ordre général (nous dirions philosophique au sens banal du terme). L'engagement ontologique peut-il en être exprimé ? On peut certes se poser des questions sur l'accomplissement de l'expression de celui-ci. On peut en critiquer les naïvetés. Il est passionnant de pouvoir suivre, pour une fois conjointement, les méandres de ces deux modalités de pensée, quelles que soient nos options philosophiques.

Nous espérons avoir montré comment l'essai de 1963 tentait de conjuguer la modalité et la contingence dans le cadre d'une logique à quatre valeurs de vérité. D. Dubarle espérait ainsi fournir un outil permettant dans le même cadre logique structurel de parler de décision tout comme de description. Ce qu'il en est advenu par la suite a fait que certains ont pensé que la dimension mathématique de cet essai était oubliée. L'analyse était devenue plus philosophique. Il n'en demeure pas moins que les références ultérieures à ce travail de base de 1963 sont constantes, nuancées certes aussi, mais toujours présentes. Et ces références montrent bien que, même si techniquement le travail n'a peut-être pas été poursuivi, conceptuellement il y eut une évolution mathématique des concepts en jeu. D. Dubarle a modifié son point de vue, pour y inclure les géométries projectives, pour y affirmer la place primordiale du zéro, pour esquisser une topologie de la continuité dans l'incessante circularité du devenir.

Il faut remercier la Revue *Mathématiques, Informatique et Sciences humaines* qui rend ainsi accessible un texte qui permettra aux philosophes de suivre directement les voies de la rigueur que les autres textes de D. Dubarle ne présentent que de l'extérieur et aux mathématiciens de mieux saisir par quel biais ils peuvent collaborer à l'élaboration d'un langage qui collabore avec celui du concept.