

L. FERREIRA BRITO

R. LANGEVIN

Modalités : un modèle géométrique

Mathématiques et sciences humaines, tome 95 (1986), p. 45-74

http://www.numdam.org/item?id=MSH_1986__95__45_0

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1986, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

MODALITES : UN MODELE GEOMETRIQUE

L. FERREIRA BRITO*, R. LANGEVIN**

L'analyse sémantique des adjectifs portugais exprimant des concepts modaux à l'aide de modèles logiques comme celui proposé par Roger Blanche [Bl₁] et [Bl₂] et repris par Kalinowski [Ka] montre les limites de modèles statiques et non graduables.

Mentionnons ici l'existence d'une approche très différente de la nôtre utilisant les logiques modales. Voir les travaux de Kripke et Hughes et Cresswell par exemple dans [H.C.].

Les langues naturelles traitent les concepts modaux de façon graduée en créant des unités lexicales qui représentent des degrés différents d'un même concept donnant l'impression d'un phénomène plutôt continu que discret, ce qui transparait déjà dans le modèle proposé par Pottier [Po₂]. En même temps, comme ces unités lexicales peuvent avoir des valeurs sémantiques différentes, dépendant du contexte où elles apparaissent, nous proposerons finalement un modèle à deux dimensions pour rendre compte de ce rôle du contexte.

Par ailleurs les concepts ne sont pas des points ou des zones précisément délimités sur une échelle, à l'exception de trois comme nous verrons par la suite. Or les modèles logiques présentent les concepts modaux en op-

*C.N.Pq. BRESIL, Mestrado de Letras da Universidade Federal de Pernambuco U.F.P.E.

**Université de Dijon et Instituto de Matematica e Estatística, Universidade de Sao-Paulo.
L'auteur était reçu par l'Université de Sao Paulo pendant l'élaboration de ce travail, son deuxième séjour était financé grâce à un accord CAPES-COFECUB.

position les uns aux autres, sans graduation, et déterminant par la nature de leur construction des domaines aux frontières précises. Notre point de vue dynamique nous paraît remédier à cette rigidité. De plus le champ de vecteur dont nous munissons notre modèle a une existence syntaxique et n'est pas seulement un artifice de géomètre permettant de retrouver les divisions du modèle logique en estompant les frontières.

Les adjectifs objet de notre étude sont ceux qui entrent dans la construction "il est...que + proposition" que leur comportement syntaxique nous permet de nommer, "modale de dicto" (voir Ka). Ce sont des adjectifs qui portent sur la proposition toute entière (appelée dictum).

I. LE CHAMP DE VECTEURS.

A) Tests linguistiques.

Nous allons montrer à l'aide de tests qu'une échelle modale est plus naturellement ordonnée à partir d'un point d'équilibre vers ses extrémités que "de haut en bas" , puis nous formulerons plus mathématiquement le phénomène mis en évidence par ces tests.

Le test "encore moins", en anglais "let alone", en portugais "muito menos" et son symétrique "a fortiori", en anglais "never mind", en portugais "que dirá" situe l'un par rapport à l'autre deux adjectifs.

Donnons quelques exemples :

(1) Que ele vai chegar hoje não é provável, muito menos seguro.

Qu'il arrive aujourd'hui n'est pas probable et encore moins certain.

(2) Que ele vai chegar hoje não é seguro, muito menos incontestável

Qu'il arrive aujourd'hui n'est pas certain, et encore moins incontestable.

Disposons sur une échelle les adjectifs utilisés dans les exemples (1) et (2) en marquant par une flèche le passage d'un mot à un autre "plus fort"

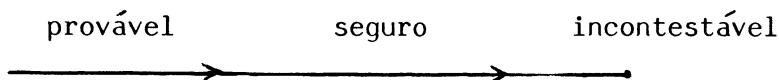


fig. 1

Le test "que dira" fonctionne de manière analogue, mais renverse les flèches

- (3) Que ele vai chegar hoje e incontestável, que dira seguro

Qu'il arrive aujourd'hui est incontestable, a fortiori certain

- (4) Que ele vai chegar hoje é seguro, que dira provável.

Qu'il arrive aujourd'hui est certain, a fortiori probable.

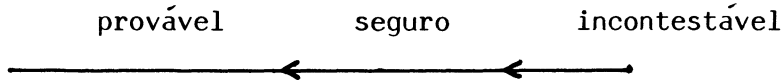


Fig. 2

Un autre test jouant le même rôle que "a fortiori", cette fois appliqué à des modalités déontiques, est "mais est au moins", "mas é pelo menos" en portugais.

- (5) Eu não chegaria a dizer que é obrigatório mas é pelo menos irrecusável

Je n'irais pas jusqu'à dire que ce soit obligatoire, mais il est au moins impossible de refuser. ()*

- (6) Eu não chegaria a dizer que é irrecusável mas é pelo menos recomendado

Je n'irais pas jusqu'à dire qu'il soit impossible de refuser mais c'est au moins recommandé.

- (7) Eu não chegaria a dizer que e recomendado mas é pelo menos aconselhado

Je n'irais pas jusqu'à dire que ce soit recommandé, mais c'est au moins conseillé

(recomendado et aconselhado sont clairement différents en portugais, l'ordre entre les traductions françaises choisies n'est pas clair).

- (8) Eu não chegaria a dizer que é aconselhado mas é pelo menos permitido

Je n'irais pas jusqu'à dire que ce soit conseillé mais c'est au moins permis

- (9) Eu não chegaria a dizer que é permitido mas é pelo menos aceito .

Je n'irais pas jusqu'à dire que ce soit permis mais c'est au moins acceptable.

(*) Ce test a été suggéré par O. Ducrot (Paris 1983).

(10) Eu não chegaria a dizer que é aceito mas é pelo menos admissível

Je n'irais pas jusqu'à dire que ce soit acceptable, mais c'est au moins tolérable.

Afin de vérifier la validité de notre test, permutons par exemple les deux adjectifs de la phrase 8. Nous obtenons la phrase qui ne nous paraît pas acceptable.

(11)* Eu não chegaria a dizer que é permitido mas é pelo menos aconselhado

Je n'irais pas jusqu'à dire que c'est permis, mais c'est au moins conseillé.

Sur la figure 13, il est clair que l'on ne peut passer de permitido à aconselhado en remontant les flèches.

Le symétrique de ce test est "je dirais même plus", "é até mesmo" en portugais.

(12) C'est acceptable, je dirais même plus c'est permis.

Isto é aceito e até mesmo permitido

(13) C'est permis, je dirais même plus, c'est conseillé.

Isto é permutido, e até mesmo aconselhado.

Par contre l'exemple suivant

(14) Ce n'est pas permis mais je te conseille cependant de le faire

paraît contredire l'ordre

conseillé ← permis

de notre échelle.

Il nous semble qu'il s'agit en fait d'une situation différente où deux échelles déontiques interviennent simultanément : une échelle externe, de conventions sociales par exemple, et une échelle des valeurs personnelles de l'énonciateur de (14).

Donnons un autre exemple où nous rencontrons en concurrence une échelle externe et une échelle interne.

(14 a) Não é permitido mais en me permito.

Sur la figure 13 , nous avons indiqués les adjectifs qui peuvent traduire une obligation aussi bien interne que externe.

Dans cette première partie, nous essayons de construire des échelles linéaires neutres et univoques.

Cela nous conduit à laisser de côté pour l'instant, des situations plus complexes qui ne nous paraissent pas être décrites par un modèle à une dimension.

L'échelle déontique est représentée figure 13. Insistons, le test "je dirais même plus" à condition de ne pas s'appeler Dupont, ou Dupond, comme son correspondant dans une phrase négative, "encore moins" ((1),(2)) permet de remplacer un mot par un autre situé plus près de l'extrémité de l'échelle la plus proche de ce mot.

"je dirais même plus"

fonctionne comme un panneau indicateur, désignant la direction qui permet de renforcer ce qui est dit, qu'il s'agisse d'un adjectif se trouvant à droite ou à gauche du point d'équilibre S de l'échelle. (cf. infra). C'est ce que nous représenterons à l'aide de vecteurs.

Nos modèles pour les trois modalités aléthique, déontique et épistémique sont semblables et présentent chacun deux points extrêmes par rapport auxquels se situent tous les autres points de l'échelle.

Suivre les flèches, le mathématicien dirait suivre une orbite du champ de vecteurs, permet, partant de n'importe quel point, sauf un , le point d'équilibre ou "point milieu", d'aboutir à l'une des extrémités de l'échelle.

Déjà se dégagent sur le segment deux régions disjointes, formées de points dont les orbites vont aboutir à l'une des extrémités, et trois points singuliers : les deux extrémités et le "point milieu". Deux tests permettent de clairement distinguer les trois points singuliers des autres points du segment : "absolument" (absolument) et "mais ou menos" (plus ou moins). "Absolument" ne peut s'appliquer qu'à l'un des trois points singuliers de l'échelle, tandis qu'au contraire "plus ou moins" s'applique à des points non singuliers de l'échelle. Ici une difficulté de plus vient de l'ambiguïté

de certains adjectifs qui peuvent désigner aussi bien un point extrême de l'échelle qu'une zone voisinage de ce point extrême ; nous discuterons ce problème plus bas en proposant pour cela une traduction géométrique précise.

Notons d'une étoile les phrases difficilement acceptables.

* (15) Isto é mais ou menos indiscutível

C'est plus ou moins indiscutable

(16) Isto é absolutamente indiscutível

C'est absolument indiscutable

(17) Isto é mais ou menos certo

C'est plus ou moins certain

certo désigne ici le voisinage de l'extrémité CERTAIN de l'échelle

(Les mots en lettres capitales désignent un concept).

(18) Isto é absolutamente certo

C'est absolument certain

certo désigne ici le point extrême CERTAIN de l'échelle

(19) Isto é mais ou menos provável

C'est plus ou moins probable

* (20) Isto é absolutamente provável

C'est absolument probable

(21) Isto é absolutamente indecidível

C'est absolument indécidable

* (22) Isto é mais ou menos indecidível

C'est plus ou moins indécidable.

Indiscutível, tout comme indecidível, ne sont acceptables qu'avec "absolutamente".

Notre champ de vecteurs devra donc clairement distinguer les trois points singuliers de l'échelle, des autres, qui peuvent être remplacés par un halo, légèrement déplacés par "mais ou menos" sans que leur orbite par le champ (cf. infra) ne change.

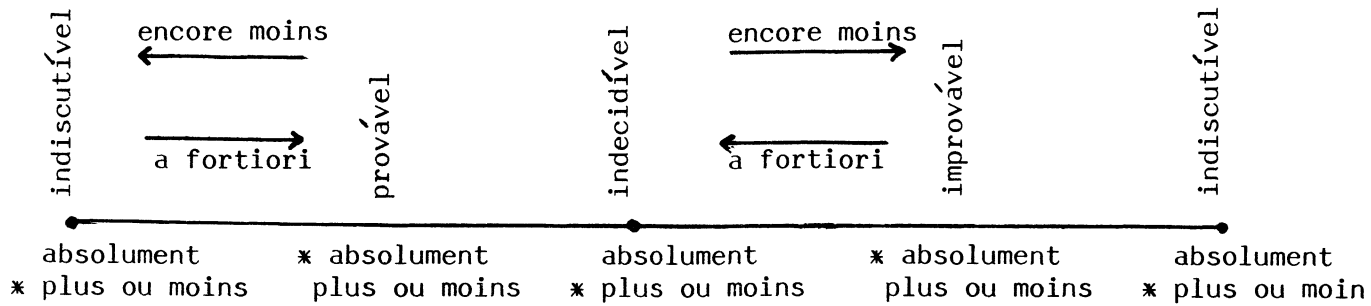


figure 3.

B) Champ de vecteurs, le modèle mathématique.

Ce modèle est un segment (fermé) muni d'un champ de vecteur comportant trois points singuliers, deux puits P_1 et P_2 , un en chacune des extrémités du segment, et une source S au milieu du segment, voir figure 4.

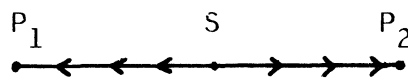


Fig. 4

Rappel plus ou moins mathématique.

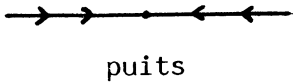
Un champ de vecteur sur une ligne, une surface, ou plus généralement une variété, est la donnée en chaque point x d'un vecteur $v(x)$ (il faudrait dire un vecteur tangent si la ligne n'est pas une droite et si la surface n'est pas un plan) c'est à dire

- a) d'une direction orientée "suivre la flèche" si le vecteur n'est pas nul
- b) d'un nombre réel (positif ou nul), "vitesse initiale", appelé norme du vecteur, noté $\|v(x)\|$.

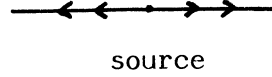
Nous ne considérerons que des champs de vecteurs $v(x)$ continus, c'est à dire tels que $v(x)$ ne présente pas de saut, et que la direction de $v(x)$ ne puisse changer qu'au voisinage d'un point où $\|v(x)\|$ s'annule, comme c'est le cas au point S de notre modèle.

Nous appellerons singularité du champ un point où $\|v(x)\| = 0$. C'est un puits si partant près de x le vecteur $v(y)$ part vers x , c'est une source si près de x , $v(y)$ tend à éloigner y de x .

sur la droite on voit

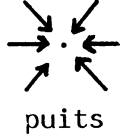


puits

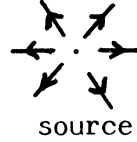


source

sur le plan



puits



source

Remarque. Puits et source sont les seules singularités stables d'un champ de vecteur sur une droite. (voir appendice 1).

"Suivre les flèches" donne un moyen de se déplacer sur le segment $[01]$ muni du champ de vecteur indiqué sur la figure 4. L'orbite d'un point x , en suivant le champ, est l'ensemble des points que l'on peut atteindre en partant de x et en suivant les flèches. Le point limite d'une orbite est celui que l'on atteint en suivant les flèches "le plus loin possible" ; pour le mathématicien, celui que l'on approche d'aussi près que l'on veut, éventuellement sans l'atteindre.

Mis à part les trois points singuliers, tous les points du modèle ont donc une orbite qui a pour point limite l'un des deux puits.

Le bassin d'un puits est formé de tous les points dont l'orbite admet ce puits comme point limite. Ici le bassin de P_1 est le segment $[P_1, S[$, S exclus, et le bassin de P_2 est le segment $]S, P_2]$, S exclus.

La source S est écartelée entre les bassins $B_1 = [P_1, S[$ et $B_2 =]S, P_2]$, ce qui justifie son nom de "point de bifurcation".

Le segment admet une symétrie par rapport à son milieu S .

En outre, nous pouvons choisir une partition du segment, à un ensemble de mesure nulle près, diraient les puristes, en trois segments voisinages connexes (sans trous) des trois points singuliers du champ de vecteur. Nous pouvons choisir cette partition de sorte qu'elle soit laissée invariante par la symétrie par rapport à S .

Notons $V(P_1)$; $V(P_2)$, $V(S)$ ces trois intervalles.

Remarque : à homéomorphisme respectant la symétrie près, cette "partition" en voisinages ouverts connexes des singularités est unique.

Rappel : Un connexe de l'intervalle est un sous-intervalle. (pouvant contenir ou non une ou deux de ses bornes).

Affirmation. Les sous-ensembles connexes du segment engendrés par intersection, réunion, passage au complémentaire à partir de $B_1, B_2, V(P_1), V(P_2), V(S)$; permettent de représenter les différents domaines utilisés pour décrire les trois modalités citées.

Bien sûr, les relations logiques entre ces domaines sont respectées. En outre la relation "contraire" est représentée par la symétrie par rapport à la source.

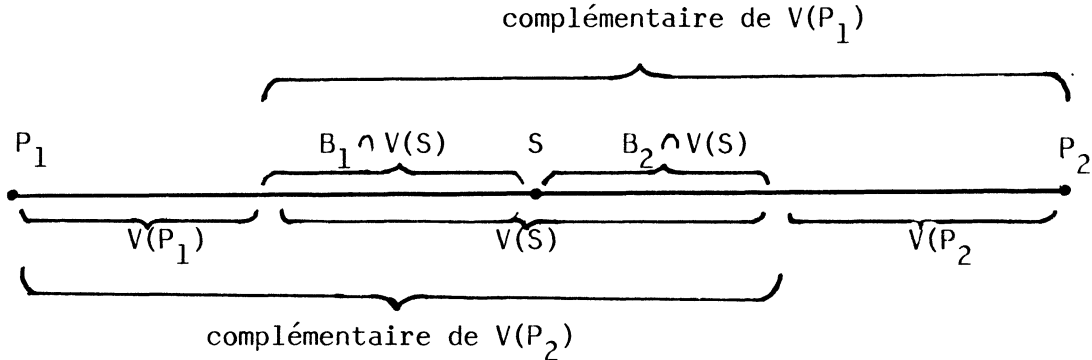


Fig. 6

On obtient ainsi le Modèle "Logico-Topologique" Complet (M-L-T-C) représenté dans la figure 7.

Modèle "Logico - Topologique" Complet (M-L-T-C) :

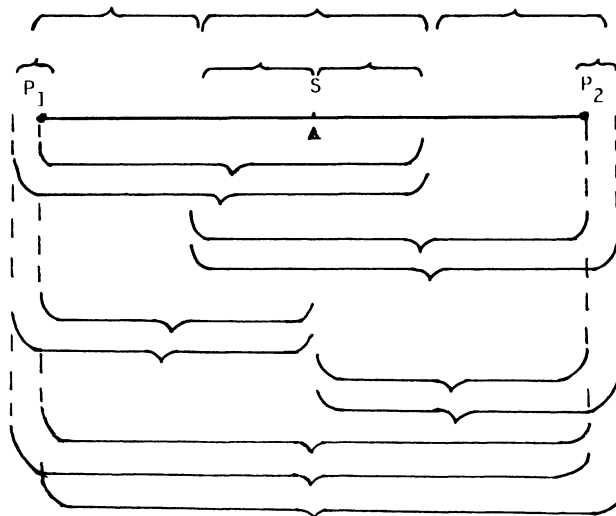


Fig. 7

Le M-L-T-C est un modèle abstrait, qui peut décrire les trois modalités aléthique, épistémique et déontique de n'importe quelle langue naturelle et peut, pourquoi pas, être utilisé dans d'autres domaines sémantiques.

Cependant, pratiquement, les modèles logiques qui représentent les concepts modaux dans une langue donnée sélectionnent des zones réunion connexe (sans trous) de régions du M-L-T-C.

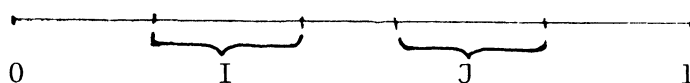
Dans les figures 11, 12 et 13, les mots en lettres capitales désignent des zones qui nous semblent pertinentes pour étudier les trois systèmes modaux épistémiques aléthiques et déontiques, en portugais. Les mots en minuscules sont des adjectifs en langue placés comme nous croyons qu'ils sont en portugais (voir [F])

Le modèle géométrique présente encore un autre avantage. En langue un adjectif modal, plutôt qu'un concept ponctuel, désigne une plage de l'échelle (quand il ne s'agit pas de l'un des trois points singuliers). Cet intervalle est ouvert (voir [Ch] pour une définition mathématique d'un ouvert). Intuitivement un ouvert est un domaine dans lequel on peut bouger un point, peut-être très peu, sans qu'il sorte du domaine. La démonstration linguistique de ce fait est le test "mais ou menos" (plus ou moins).

Ceci évidemment complique notre travail lorsque nous cherchons à placer les adjectifs modaux sur l'échelle.

En effet le mathématicien constate facilement qu'il n'y a pas d'ordre total sur l'ensemble des sous-segments de $[0,1]$ compatible avec l'ordre de $[0,1]$

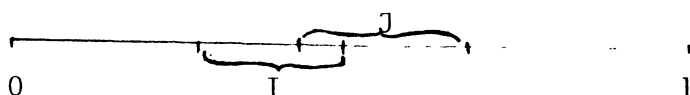
Il est certes facile d'ordonner deux segments disjoints



(a)

Fig. 8

mais comment faire si les segments se chevauchent :



(b)

Fig. 9

ou pire encore, si l'un des segments est inclus dans l'autre ?

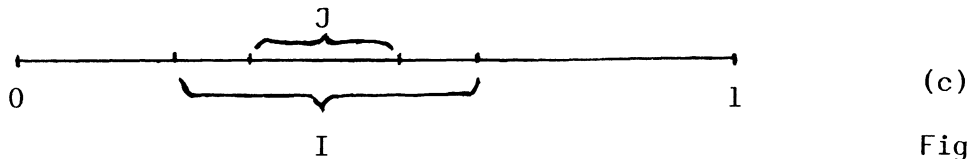


Fig. 10

Il est heureux qu'en langue les situations modales de type (a) ou (b) soient de loin les plus fréquentes !

Ce phénomène , entre autres, explique qu'il soit si difficile de faire une traduction fidèle. En passant d'une langue à l'autre , il est irréaliste d'espérer trouver des adjectifs correspondant à exactement la même plage dans deux langues différentes. Par exemple, la plage que désigne le mot facultatif est plus large en portugais qu'en français (voir figure 13) . La difficulté que nous avons eu à traduire l'exemple (7) vient de ce que les deux régions "recommandé" et "conseillé" nous paraissent presque identiques en français tandis que "recomendado " et "aconselhado " se recouvrent un peu moins en portugais.

Ici un modèle de dimension plus grande rendrait mieux compte du phénomène ainsi que semble le présenter Wallace Chafe [C].

R. Thom propose un joli modèle dynamique pour expliquer l'existence de ces intervalles ouverts et décrire le processus de choix d'un locuteur entre adjectifs voisins (voir [Th]introduction 1.2B et chap.4).

De plus, cette analyse laisse pressentir qu'il est illusoire de chercher à tout prix une partition du segment. Autant les notions de voisinages des singularités et de bassin nous paraissent pertinentes et testables, autant il nous paraît arbitraire de préciser par exemple la frontière qui sépare les zones "permis" et "déconseillé " de la figure 13.

Un possible sous-modèle du (M-L-T-C) pour les modalités aléthiques en Portugais

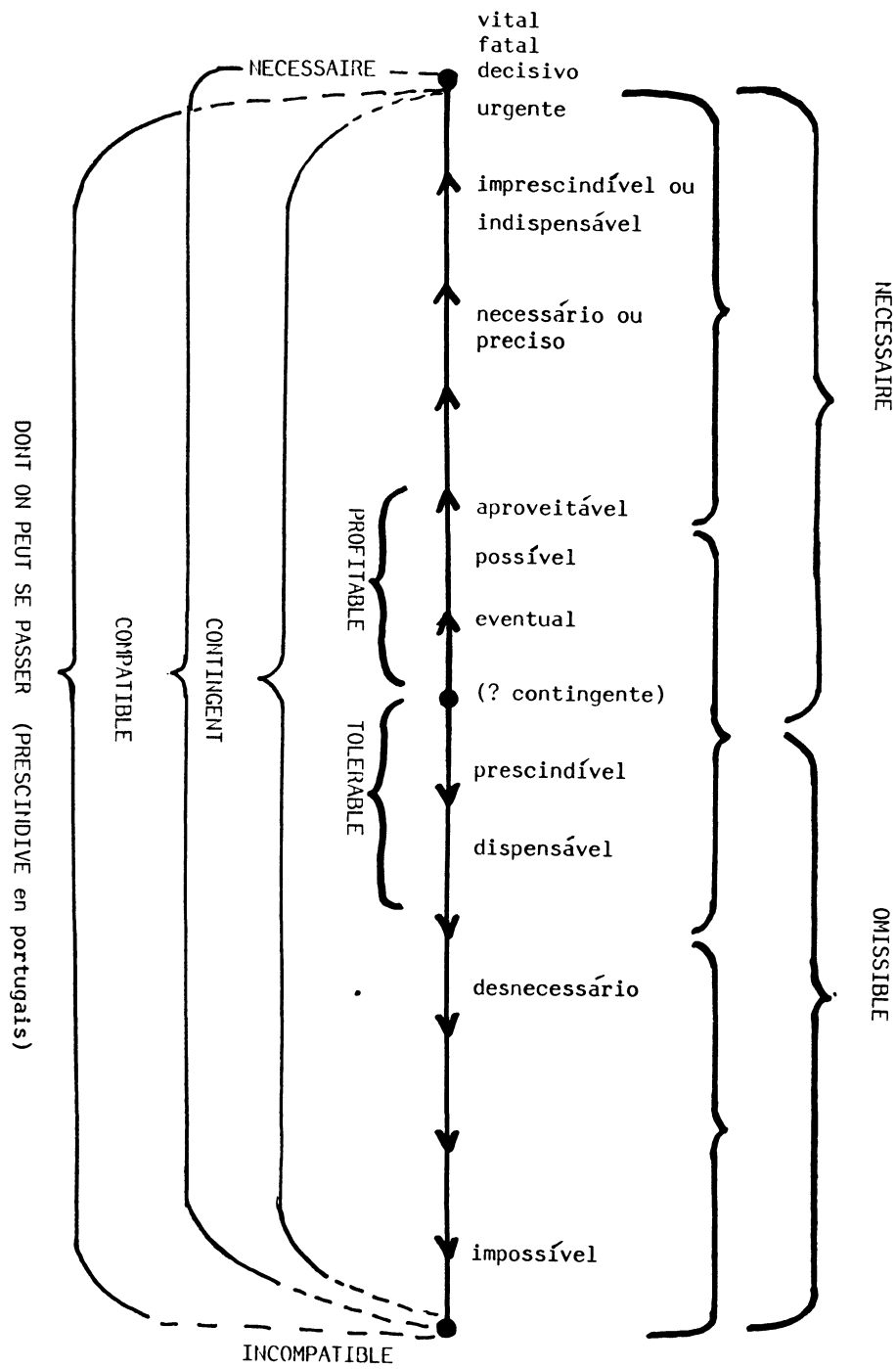


Figure 11

Un possible sous-modèle du (M-L-T-C) pour les modalités épistémiques en Portugais

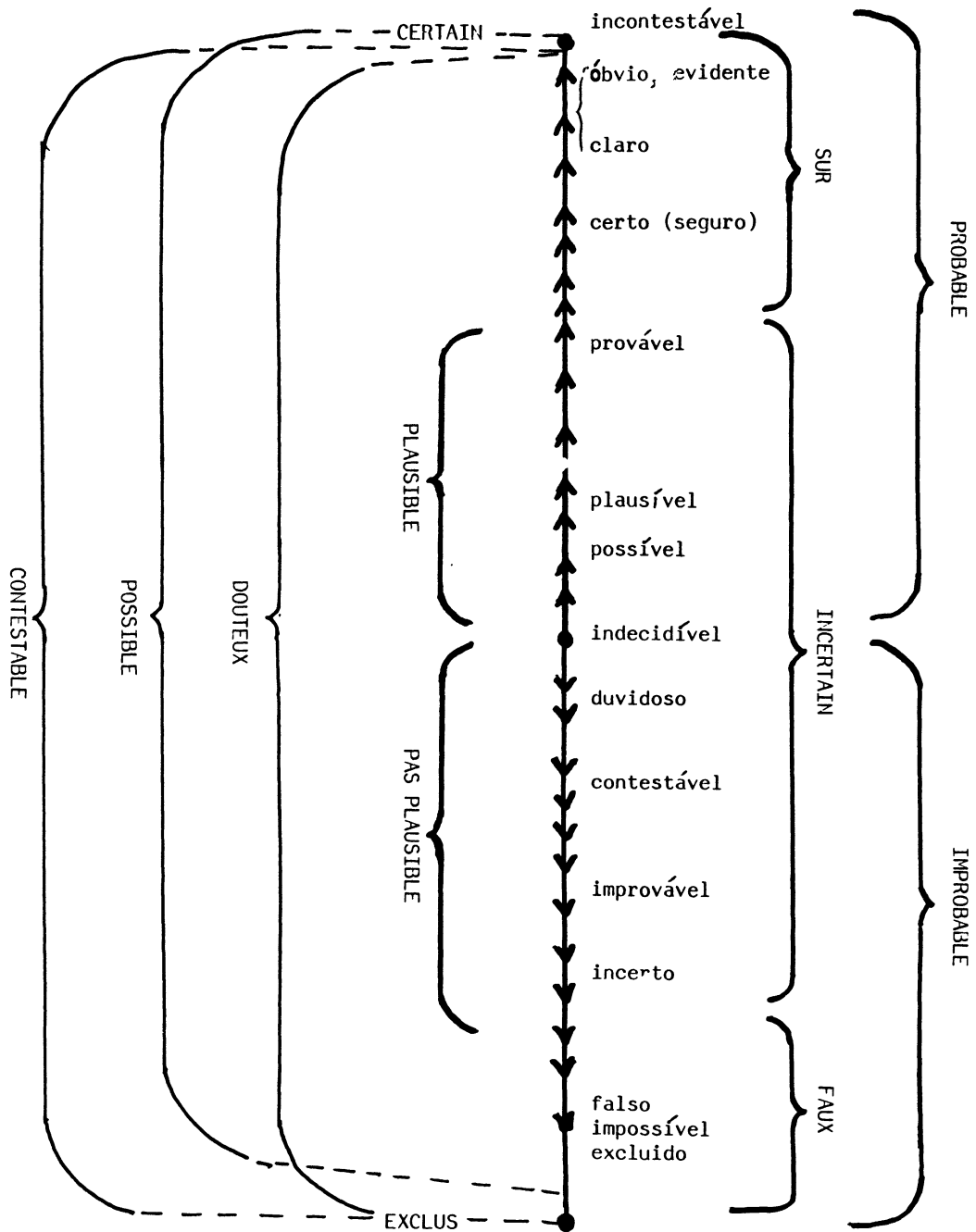


Figure 12

Un possible sous-modèle du (M-L-T-C) pour les modalités déontiques en Portugais.

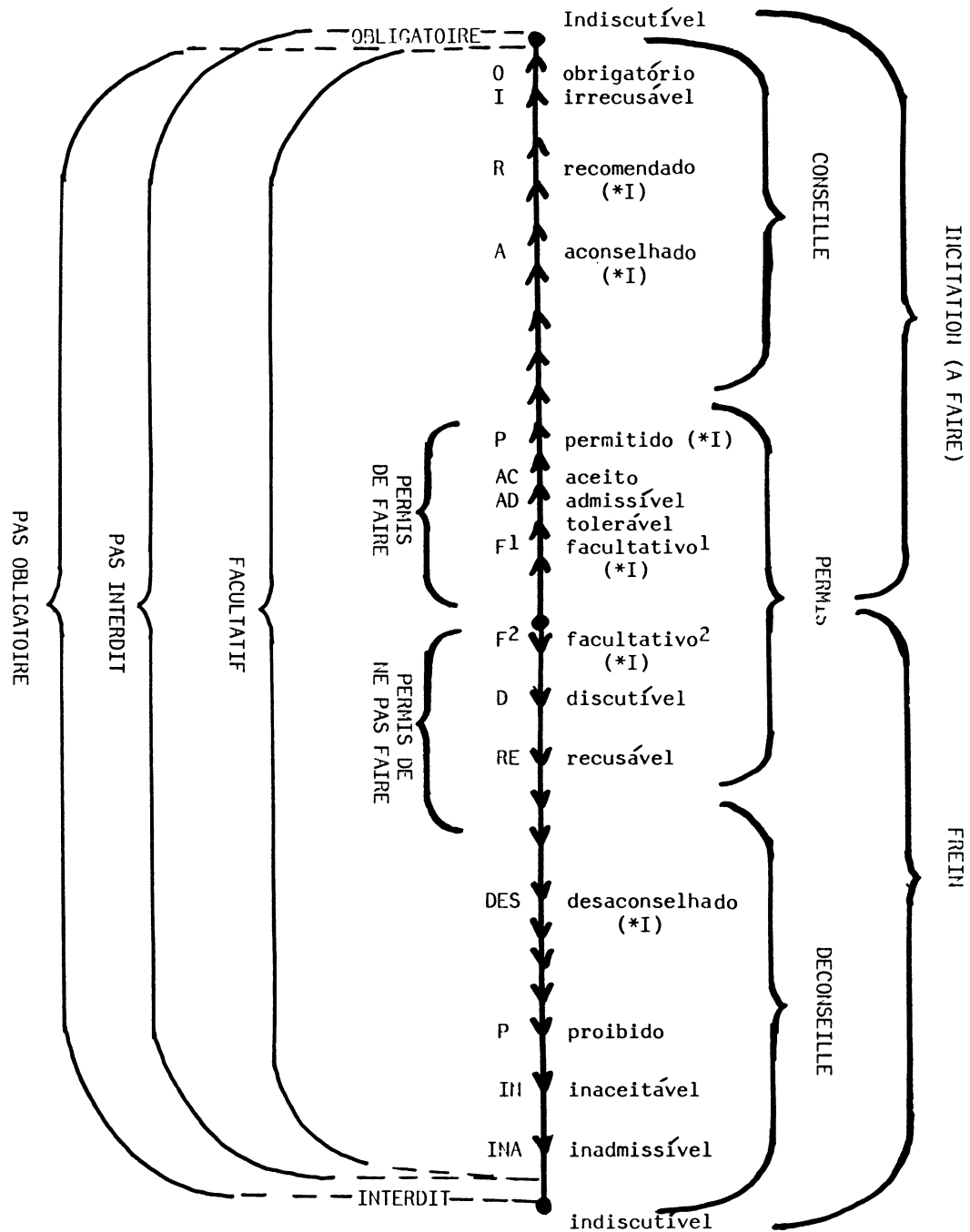


Figure 13

*I : Adjectifs qui ne sont pas utilisés avec sens d'obligation interne.

II. MODELE A DEUX DIMENSIONS TENANT COMPTE D'UNE VARIABLE CONTEXTUELLE.

A) Contexte "de langue"

Le modèle construit en I ne rend pas compte de l'influence du contexte. C'est un modèle des faits de langue.

Pourtant l'influence du contexte, au sens large, est perceptible même sur des échelles aussi scientifiquement mesurables que les échelles de couleur, ainsi que l'ont montré P. Kay et W. Kempton [K-K] en étudiant les distances subjectives entre échantillons de couleurs perçues par des sujets parlant l'anglais ou le tarahumara.

L'anglais fait une distinction lexicale basique entre les catégories de couleur "vert" et "bleu" tandis que le tarahumara n'a pas cette distinction lexicale de base puisque un terme seulement, *siyóname*, peut avoir le sens de "vert" ou "bleu". Comme l'ont montré D. BURGESS, W. Kempton & Mc Laury [Bu-K-M].

Cette catégorisation différente des couleurs, va modifier la distance subjective entre échantillons de couleur proche de la frontière vert-bleu pour l'anglais.

Les distances subjectives entre échantillons proches d'une frontière linguistique seront plus grandes que les distances physiques pour les sujets parlant une langue qui admet cette frontière.

Un mathématicien parlerait de la frontière séparant les bassins des deux puits "vert" et "bleu". Le modèle dynamique peut facilement être étendu à des schémas pluridimensionnels comme le "Munsell color solid". (voir R. Brown [Br]) L'évidence de ce modèle à trois dimensions peut être renforcée par la présence en Russe de deux bassins concurrents dont les puits *голубой*, bleu (clair), et *синий*, bleu (foncé), sont distingués plus par la luminosité que par la longueur d'onde (tonalité).

Le phénomène de frontière lexicale s'observe aussi bien sur un graphe, où il correspond à un point d'inflexion où la pente de la tangente atteint un maximum local, que sur notre modèle, projection d'un segment tordu muni

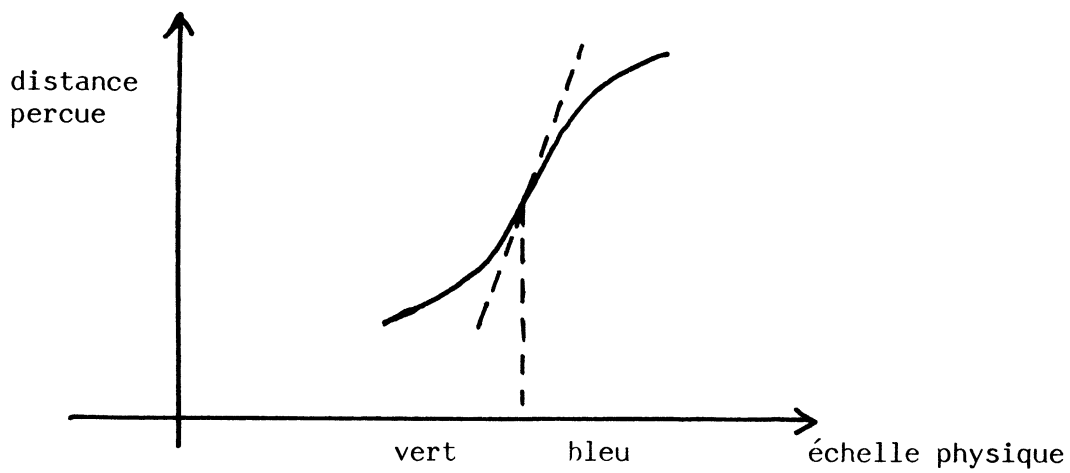


Figure 14

de l'échelle physique sur l'axe horizontal, où il correspond à un point d'inflexion où la pente de la tangente atteint un minimum local.

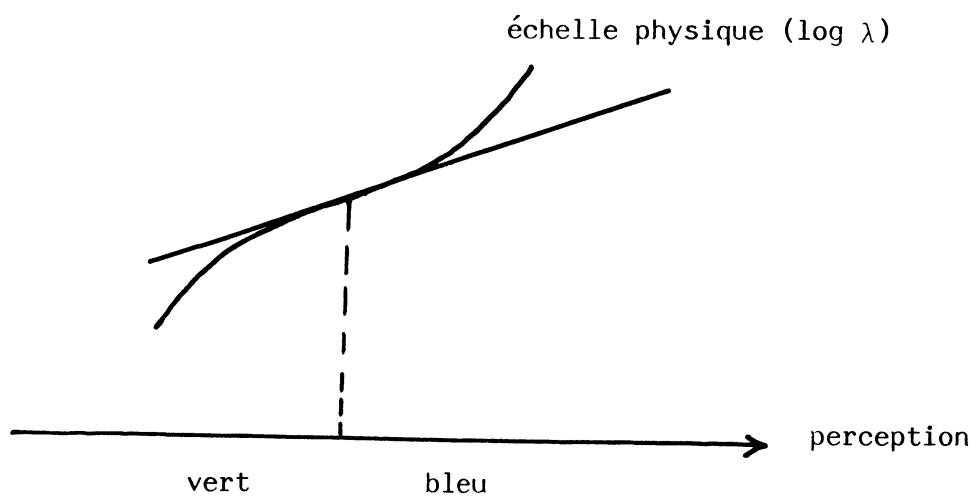


Figure 15

Remarquons que des modèles géométriques à plusieurs dimensions ont déjà été utilisés en phonétique [Pe].

B) Contexte de situation.

Revenons aux adjectifs modaux . Nous proposons, pour représenter des variations d'usage de ces adjectifs, que Robin Lakoff appelle faits fragmatiques, $[L_1]$ et $[L_2]$, un modèle géométrique à deux dimensions. Ce n'est pas un hasard à notre avis qu'il soit analogue à celui proposé par Zeeman et Peregoy [Z-P]

Observons d'abord que l'influence du contexte (au sens large : individuel social, linguistique, momentané comme la position initiale assumée au début d'une discussion) peut amener à ne pas se contenter d'un modèle à une dimension.

Donnons un exemple.

A demande à B s'il est nécessaire de se marier pour vivre bien dans une société comme la brésilienne.

B, qui ne s'attendait pas à cette question, peut répondre, en portugais :

(23) B : Não chegaria a dizer que é obrigatório, mas é recomendado .

Talvez não chegasse nem mesmo a dizer que é recomendado mas é pelo menos aconselhado .

Je n'irais pas jusqu'à dire que ce soit obligatoire, mais c'est recommandé. Peut être sans même aller jusqu'à recommandé, je dirais que c'est conseillé.

(24) B : Pensando bem, A, em uma sociedade como a brasileira, acho que na verdade é bem ao contrário, é desaconselhado casar-se.

Tout bien pesé, A, je pense qu'en fait dans une société comme la brésilienne, il est bien au contraire déconseillé de se marier.

Dans la première réponse de B, la variation d'opinion est progressive. (obrigatório $\longrightarrow$ recomendado $\longrightarrow$ aconselhado).

La seconde , présente un basculement, un saut de l'autre côté de la source S (voir figure 13). La figure 16 représente les positions successives de B sur

l'échelle déontique

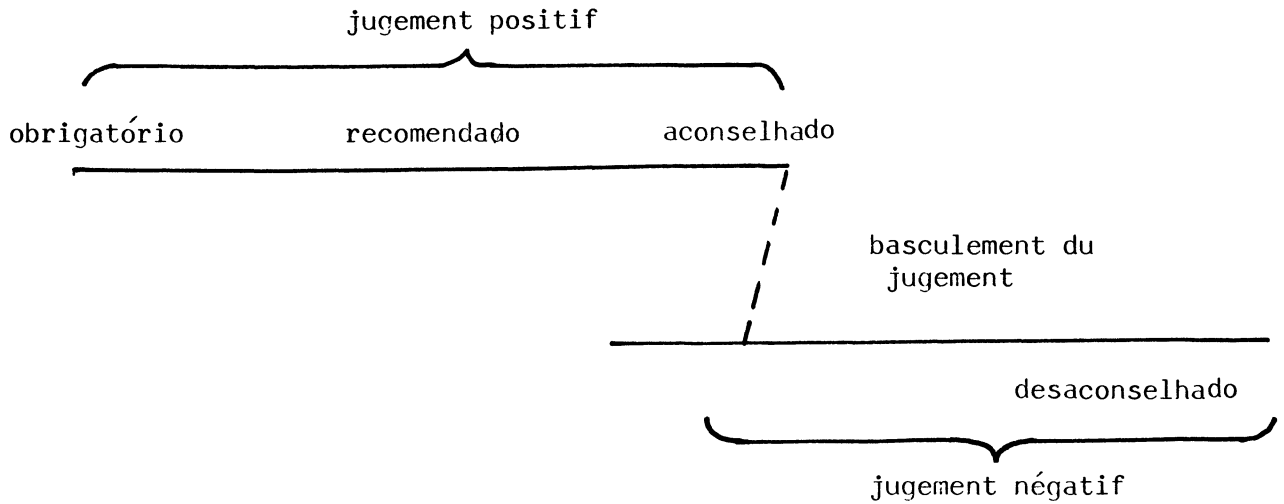


Figure 16

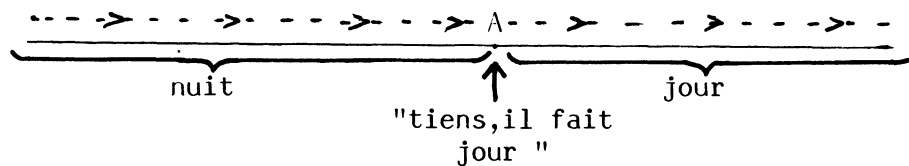
Nous voyons que B n'a pas utilisé tout l'intervalle obligatório-desaconselhado en effectuant une transition continue, mais seulement la zone obligatório-aconselhado, puis la zone desaconselhado. Tout un voisinage du point S a par contre été sauté.

Avant de donner un modèle pour ce phénomène, donnons un autre exemple, qui n'a lui, rien de linguistique.

Examinons comment est perçue la luminosité dans une transition

nuite $\rightarrow$ jour et jour $\rightarrow$ nuit.

nuite $\rightarrow$ jour



jour $\rightarrow$ nuit

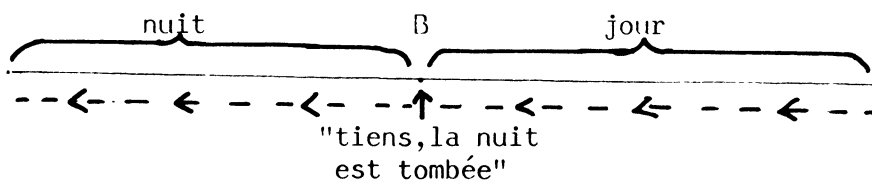


Figure 17

Les luminosités des points A et B perçus respectivement comme frontière (nuit $\rightarrow$ jour) et (jour $\rightarrow$ nuit) ne sont pas les mêmes.

Pour rendre compte d'un tel effet de contexte, imaginons notre segment fléché tordu sur un plan, plié comme dans les figures 18, et projeté sur un axe horizontal

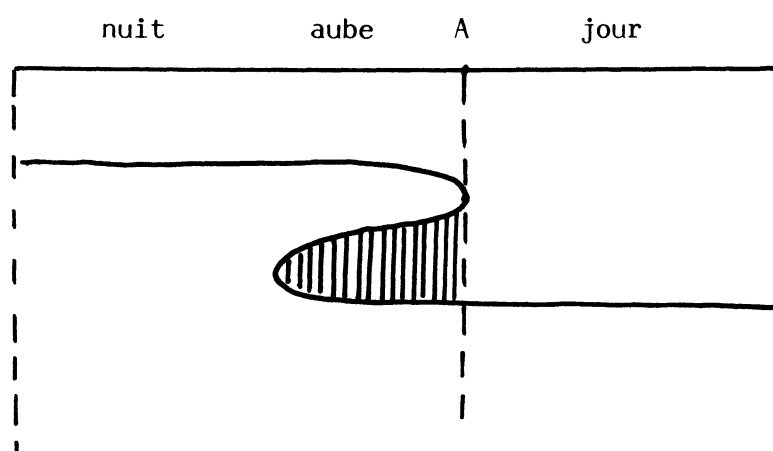


Figure 18(a)

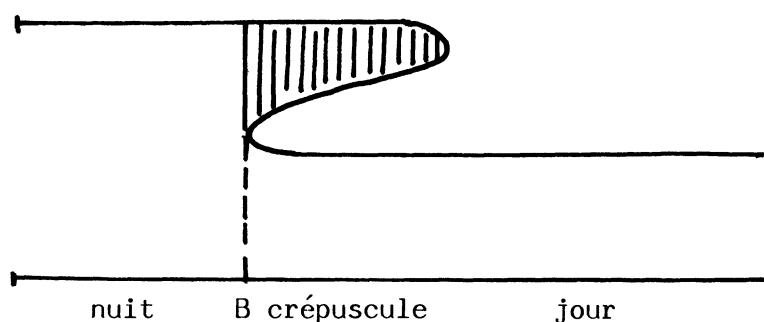


Figure 18(b)

Si l'on regarde le segment fléché "du dessus", seule la partie non hachurée de la figure 18(a) est visible. La figure 18(b) représente de même la partie visible "du dessous".

Le point A, valeur critique de la projection dirait le mathématicien, est la valeur de la luminosité lorsque le jugement, après une évolution graduelle nuit-aube, bascule ; le point B, de même, est la valeur de la luminosité lorsque se produit le basculement jour $\rightarrow$ nuit.

Traisons de même l'échelle déontique

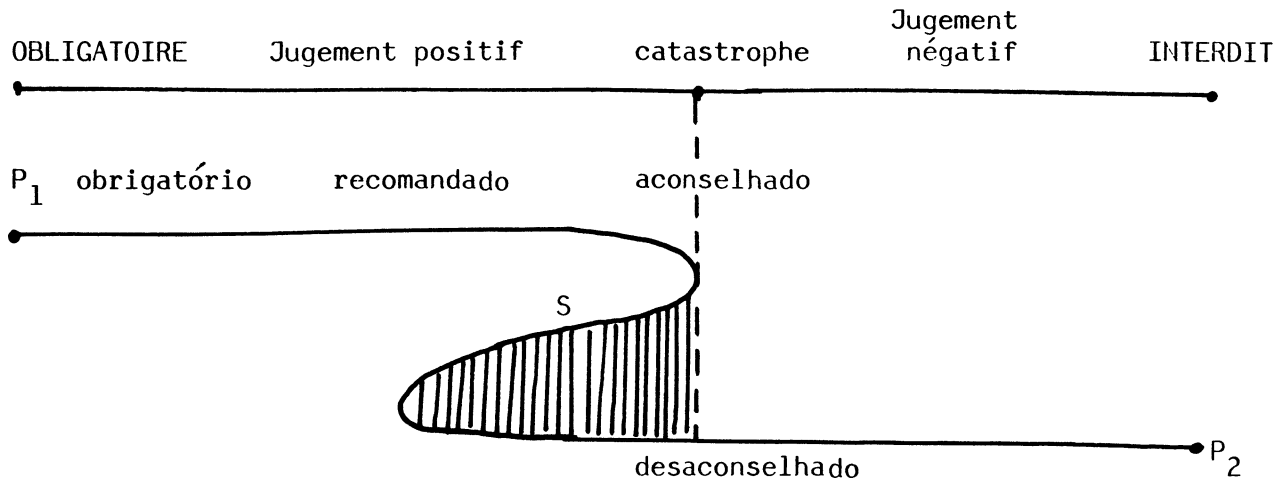


Figure 19

Une vue du dessous du segment plié représenterait une discussion où B, partant d'une opinion en défaveur du mariage au Brésil, se laisserait convaincre jusqu'à basculer dans la zone de jugement positif.

Donnons un autre exemple où l'échelle se présente moins pliée, la projection occultant un voisinage plus petit de la source S.

Un groupe d'ouvriers discutent avant de décider s'ils doivent ou non faire grève.

Il nous semble qu'ici, seuls les adjectifs facultativo I et II (voir fig. 13) pourraient paraître bizarres.

(25) En não chegaria a dizer que fazer a greve é obrigatório mas é recomendável.etc...(recomendado /aconselhado...tolerável ; voir fig. 13).

Je n'irais pas jusqu'à dire que faire la grève soit obligatoire mais c'est recommandé.etc...(recommandé/conseillé...tolérable)

(catastrophe)

(26) Não é tolerável, pelo contrario é discutível

Ce n'est pas tolérable, au contraire c'est discutable.

(27) É discutível é ate mesmo recusável

C'est discutable et même on pourrait refuser ...

L'échelle déontique est dans ce dernier exemple pliée de façon à cacher seulement les zones facultativo 1 et facultativo 2.

Le même phénomène peut se présenter dès qu'un individu donné, dans un contexte donné, utilise une échelle linéaire, par exemple celle de concepts modaux aléthiques ou déontiques. Dans chaque situation de ce genre la suite des opinions émises présente une discontinuité, saute un voisinage, plus ou moins grand suivant le contexte, du point S. Ce phénomène peut expliquer la diversité des modèles statiques présents dans la littérature concernant les modalités.

Bien sûr, on pourrait imaginer une situation plus complexe, où l'opinion de B n'évoluerait pas de façon monotone. Cependant souvent le basculement ne surviendra qu'au plus une fois durant une discussion de durée moyenne,

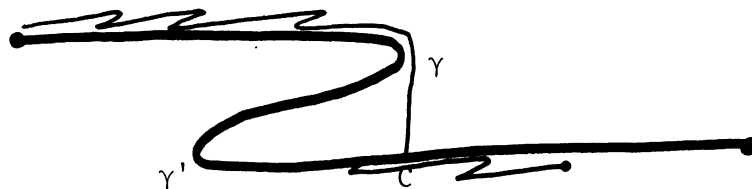


Figure 20

car il faudrait pour remonter sur la nappe supérieure à partir du point C une oscillation menant jusqu'au point γ' .

Donnons un exemple utilisant l'échelle épistémique, A, arrivant d'Europe pour travailler au Brésil, demande à ses amis arrivés avant lui s'ils pensent que son salaire va être payé ponctuellement.

(28) B (depuis 3 mois au Brésil) :

Eu não chegaria a dizer que é óbvio, ninguém afirmou nada, mas é mais ou menos certo que eles serão pontuais ; talvez não chegue a ser certo mas é , pelo menos provável.

Je n'irais pas jusqu'à dire que ce soit évident, personne n'est jamais sûr de rien, mais c'est plus ou moins certain qu'ils seront ponctuels ; peut-être sans aller jusqu'à certain c'est au moins probable.

- (29) C(Depuis 6 mois au Brésil) : Eu não chegaria a dizer que é certo mas é pelo menos provável. Pode ser que não chegue a ser nem mesmo provável mas é bem plausível. Pelo menos é plausível.
 Je n'irais pas jusqu'à dire que ce soit certain, mais c'est pour le moins probable. Il se peut que ce ne soit même pas probable, mais c'est bien plausible. C'est au moins plausible.
- (30) D(depuis un an au Brésil) : Plausível não, possível, talvez possível.
Plausível non, possible, peut-être possible.
- (31) E (déjà depuis dix ans au Brésil) : Para mim, ao contrário, é bastante incerto que os salários sejam pagos pontualmente.
 Pour moi, au contraire, que les salaires soient payés ponctuellement me paraît bien incertain.

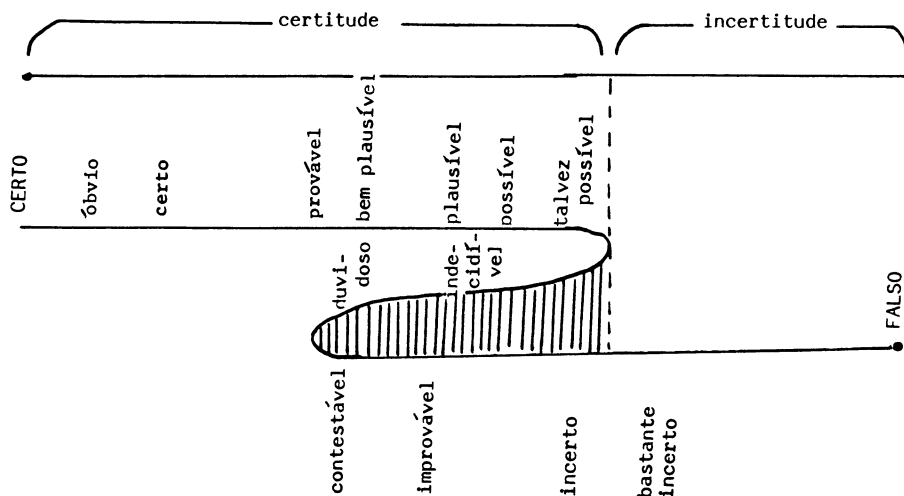


Figure 21

On pourrait terminer la discussion avec l'arrivée d'un brésilien F

- (32) F : Pois, en acho que não ha nenhuma possibilidade de que os salários sejam pagos pontualmente. Para mim isto é duvidoso, contestável, incerto, falso é ate mesmo excluido.
 En fait, je pense qu'il n'y a aucune chance que les salaires soient payés ponctuellement. Pour moi, c'est douteux, contestable, incertain, faux, et même exclus.

L'utilisation de "até mesmo" avant le dernier adjectif de la série employée par F montre bien qu'il s'agit d'un crescendo de nuances d'incertitude culminant avec l'exclusion totale.

Pour rendre compte de la possibilité de tordre, et même de plier plus ou moins l'échelle, il nous suffit de présenter ces différents contextes comme des coupes d'une surface plongée dans l'espace de dimension 3 dont la projection sur le plan horizontal présente les singularités stables de cette situation : plis et cusp.

Représentons d'abord les coupes successives :

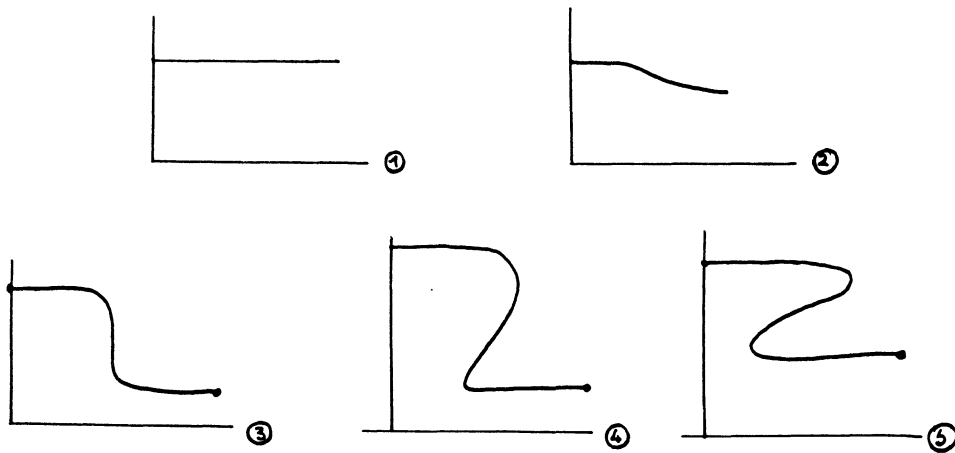


Figure 22

qui peuvent être obtenues en coupant par un plan vertical "de face", parallèle aux axes $(0z, 0x)$, la surface suivante :

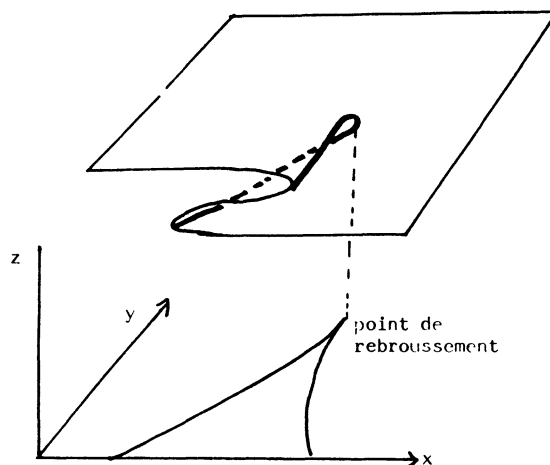


Figure 23

La courbe en traits gras est l'ensemble des points où le plan tangent à la surface est vertical et se projette sur le cusp du plan horizontal $(0x, 0y)$.

Elle est proche mais non identique au contour apparent de la figure vue "d'en haut en avant à droite", ce qui a permis de la dessiner lisse. Bien sûr, rien n'implique que dans une situation où le contexte dépend d'un paramètre la nappe soit presque horizontale, loin du cusp.

En outre, nous avons réduit le contexte à un paramètre . Cette restriction nous paraît cependant décrire déjà des situations assez variées.

Appendice 1 : Stabilité

Nous reprenons ici les idées exposées par Thom [Th] chap.3 p.21-34.

Le lecteur trouvera par ailleurs chez Petitot-Cocorda [Pe], un exposé plus détaillé que le nôtre.

Nous dirons qu'une configuration locale est stable si toutes les configurations locales voisines lui sont équivalentes.

Par exemple le point 0 est un point critique de l'application $x \mapsto x^2$, ici un point où l'application "fait demi-tour"

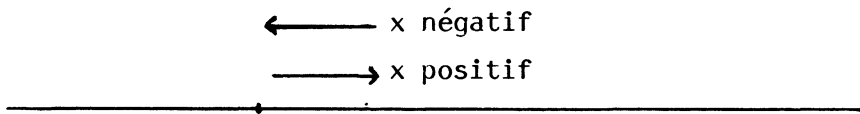


Figure 24

Le graphe de la fonction $y = x^2$ présente en 0,0 un minimum

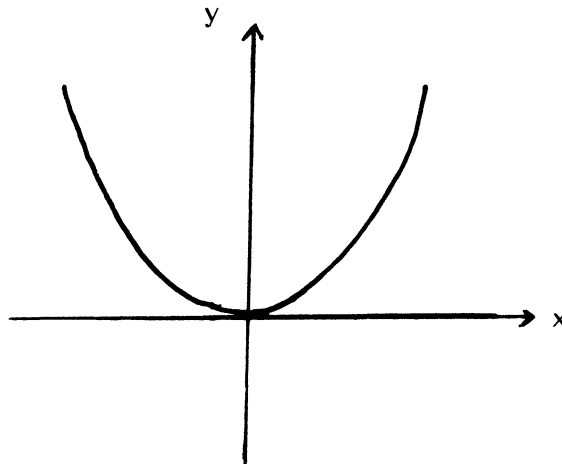


Figure 25

Si l'on perturbe cette application en $x \mapsto x^2 + \varepsilon_1 x + \varepsilon_2$ ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$ petits) le graphe de cette nouvelle application présentera encore la même allure : un minimum proche de (0,0) .

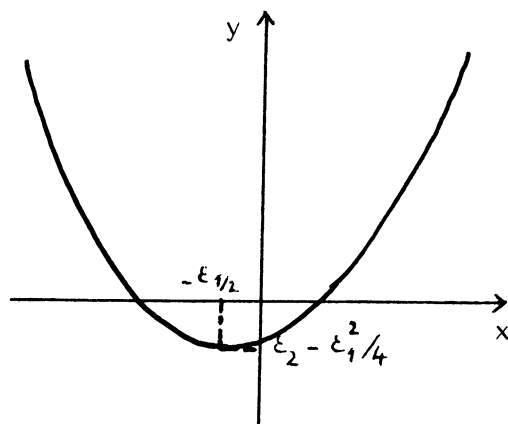


Figure 26

Par contre 0 est encore un point critique de l'application $x \mapsto x^3$, c'est à dire un point où la tangente au graphe de $y = x^3$ est horizontale, mais n'est pas stable.

En effet le graphe de $x \mapsto x^3 + \epsilon x$ aura pour ϵ négatif (petit) l'allure suivante :

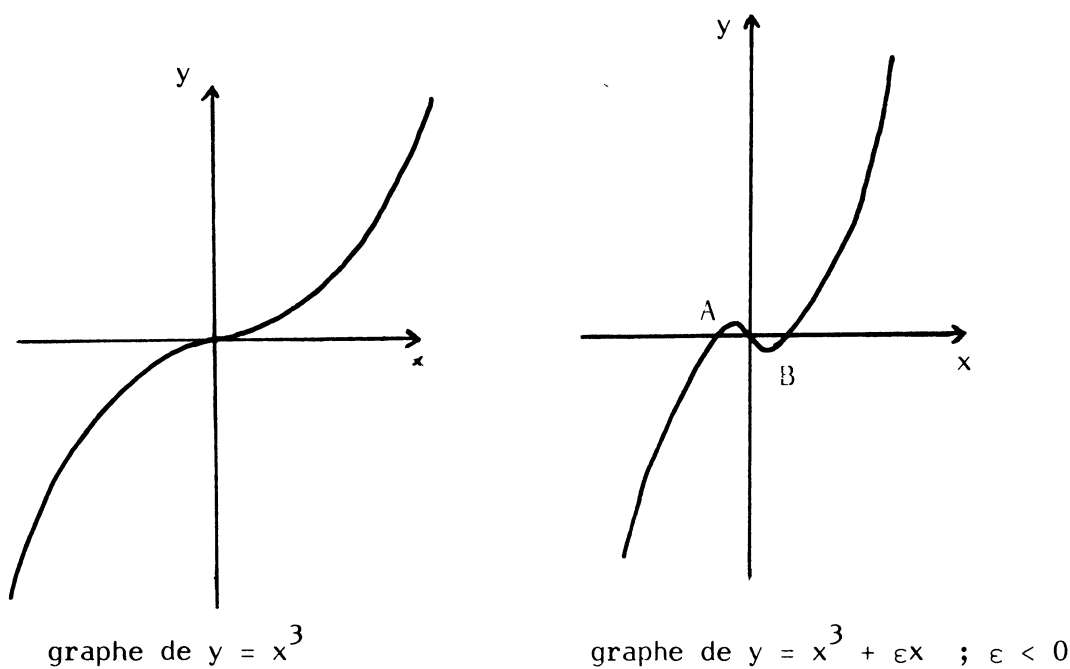


Figure 27

Le graphe de $y = x^3 + \varepsilon x$; $\varepsilon < 0$ présente deux extrémums locaux A et B et n'a donc pas la même allure que celui de $y = x^3$.

Bien sûr, le mathématicien dispose d'une définition précisant la notion de "même allure" voir [Th] .

On montre assez facilement que les seules "allures locales" stables d'application (lisse) de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ sont celles d'un point régulier.

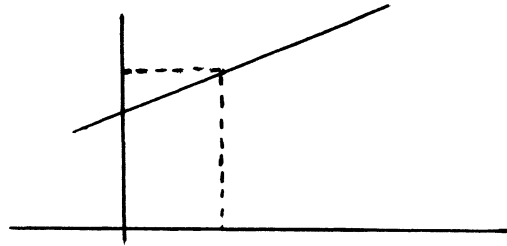


Figure 28

et précisément celle de $(x \mapsto x^2)$.

(Il suffit de faire le ploiër pour transformer un maximum en minimum)

Les applications de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^3$ présentent trois types de point stable le point régulier (fig. 29)

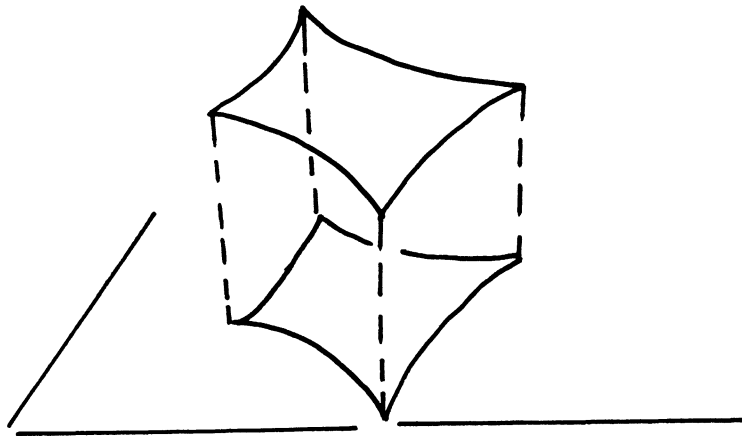


Figure 29

Le plis (fig. 30)

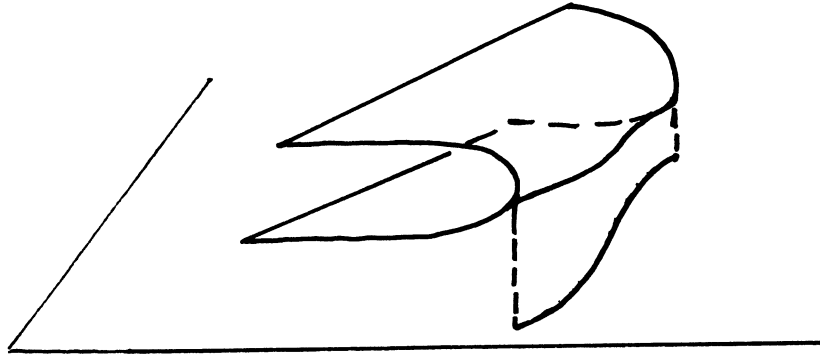


Figure 30

et enfin le cusp de la figure 23.

Il est pour cela naturel en se restreignant à une variable de contexte de ne pas chercher d'autre configuration géométriques plus complexes pour construire notre modèle.

BIBLIOGRAPHIE

- [A] ARNOL'D V.I., *Catastrophy theory*, Springer Verlag, 1984.
- [C] CHAFE Wallace, "Evidentiality in English conversation and academic writing" to appear in : Wallace Chafe and Johanna Nichols (eds), *Evidentiality : the linguistic coding of Epistemology*, Norwood N.J., Ablex Publishing corporation.
- [FB] FERREIRA BRITO L., *Etude de l'adjectivation en Portugais*, Université de Paris-IV-Sorbonne, Paris, 1977.
- [Be-Go] BERGER & GOSTIAUX, *Géométrie différentielle*, Maitrise de Mathématiques, A. Colin, Paris, 1972.
- [B-K] BERLIN B. & KAY P., *Basic color terms*, Berkeley, University of California Press, 1969.
- [Bl₁] BLANCHE R., *Introduction à la logique contemporaine*, Paris, A. Colin, 1957.
- [Bl₂] BLANCHE R., *Structures intellectuelles : essai sur l'organisation systématique des concepts*, Paris, Vrin, 1966.
- [Br] BROWN R., *Reference : in memorial tribute to Eric Lennenberg*, 1976.
- [Bu-K-M] BURGESS D., KEMPTON W. & Mac LAURY R., "Tarahumara color modifiers : Category structure presaging evolutionary change", *American Ethnologist*, 1983. In press.
- [Ch] CHOQUET G., *Cours d'analyse t.II : topologie*, Paris, Masson, 1969.
- [H.C] HUGHES & CRESWELL, *An introduction to modal logic*, London, Methuen, 1968.
- [Ka] KALINOWSKI G., "Un aperçu élémentaire des modalités déontiques", *Langages*, 43, Paris, Didier Larousse, 1976, p.10-18.
- [K-K] KAY P. & KEMPTON W. (Ms.), "What is the Sapir-Whorf hypothesis ?", *Berkeley Cognitive Science Report n°8*, University of California, Berkeley, April 1983.
- [L₁] LAKOFF R., "Language in context", *Language*, vol.48, n°4, December 1972, USA.
- [L₂] LAKOFF R., "The pragmatics of modality", *CLS* 8, 1972, 229-46.
- [Mi] MILNOR J., *Topology from differential viewpoint*, Charlottesville, USA, The University press of Virginia, 1969.
- [Pa] PARRET H., "La pragmatique des modalités", *Langages*, 43, Paris, Didier Larousse, 1976, p.47-63.

- [Pe] PETITOT-COCORDA J., *Les catastrophes de la parole*, Paris, Weindyen.
- [Po₁] POTTIER B., "Sur la formulation des modalités en linguistique", *Langages*, 43, Paris, Didier Larousse, 1976, p.38-46.
- [Po₂] POTTIER B., "Du cadre sémiotique "Flou" au cycle", *Le bulletin*, n°17, Paris, 1981, mars, ELTESS-CNRS.
- [Th] THOM R., "Stabilité structurelle et morphogénèse" New York, W.A. Benjamin, INC, 1972, [Paris dépôt : Ediscience].
- [Z] ZEEMAN E.C., "Catastrophe theory", Selected papers 1972-1977, Reading Massachusetts, Addison-Wesley, 1977.
- [Z-P] ZEEMAN E.C. & PEREGOY P.L., "The etiology of sudden perceptual change", preprint.