

PIERRE PARLEBAS

Modélisation du jeu sportif : le système des scores du volley-ball

Mathématiques et sciences humaines, tome 91 (1985), p. 57-80

http://www.numdam.org/item?id=MSH_1985__91__57_0

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1985, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

MODELISATION DU JEU SPORTIF : LE SYSTEME DES
SCORES DU VOLLEY-BALL

Pierre PARLEBAS*

Tout sport se définit par les règles que le corps social a arrêtées à son intention. L'importance de ces lois du jeu est admise par tous mais il semble qu'on se contente trop souvent d'enregistrer leur énoncé sans tenter d'explorer leurs implications profondes. Une tenace tradition incite l'observateur à ne se préoccuper que des aspects techniques et tactiques. Ceux-ci sont d'un intérêt évident ; mais si l'on ne va pas au-delà, on risque de ne retenir que les manifestations extérieures de mécanismes "plus profonds" qui, eux, resteraient peu ou prou ignorés.

Le spectateur qui observe un match est submergé par un flot d'événements qui se succèdent sans discontinuer. On se plaît à souligner l'originalité irréductible de chaque action, de chaque set, de chaque match. On peut cependant penser que sous cette exubérance désordonnée réside une organisation stable qui dote le sport considéré d'une cohérence interne. Sous le désordre apparent, réside un ordre profond, règne une logique interne. C'est cette organisation et les différents systèmes qui la mettent en oeuvre qui fondent la notion d'*universaux du jeu* [3].

Les règles de tout jeu sportif engendrent des *systèmes opératoires* qui sous-tendent les actions motrices des joueurs et des équipes affrontés. Ces systèmes opératoires ou *universaux* sont le Sésame du fonctionnement des jeux sportifs ; ils se retrouvent sous des formes variables dans tous les sports collectifs, quels qu'ils soient. Dans le cadre du volley-ball, nous allons tenter l'étude de l'un de ces universaux : le système des scores.

* U.E.R. de Mathématiques, Logique Formelle et Informatique, Université PARIS V. Laboratoire : "Jeu sportif et Science de l'action motrice", Institut National du Sport et de l'Education physique".

I. LE SYSTEME DE CONTRAINTES DES REGLES DU JEU

1. Le système des scores

Par *système des scores* d'une rencontre sportive, nous entendons les réseaux des réussites, des gains ou des points tel que les prévoit le code de jeu tant dans le déroulement de tous les possibles que dans la désignation éventuelle des gagnants ou des perdants.

Le vainqueur définitif d'une rencontre de volley-ball est déterminé par le réseau du match qui s'appuie sur plusieurs *sets* (ou *manches*) dont le nombre varie de 3 à 5. Le set est l'unité de base du match : aussi est-ce par son analyse que nous allons commencer.

2. Le support de marque

Soit un set opposant l'équipe X à l'équipe Y. On appellera "*marque*" de l'équipe X au moment considéré, le nombre x de *points* attribués à X, et "*marque*" de l'équipe Y, le nombre y de points attribués à Y.

Le couple de ces deux marques (x,y) est appelé le *score*.

Au volley-ball, la marque ne régresse jamais ; elle demeure inchangée ou elle augmente : dans ce cas, elle croît d'une unité à la fois : le "*pas*" du *score* est uniforme et vaut 1 (ce qui n'est pas le cas du rugby ou du basket).

On appellera "*score initial*" le score du début de set ; ce score est unique et vaut $(0,0)$.

On appellera "*score terminal*" tout score qui sanctionne la fin d'un set ; nous verrons que ce score est multiple.

Un score est dit "*à égalité*", si ses deux marques sont égales ; dans ce cas : $x = y$. Au volley-ball, un score terminal ne sera jamais à égalité. En effet, un set ne s'achève pas "au temps" c'est-à-dire à la fin d'une durée précise convenue (comme dans le cas des autres sports collectifs), mais par l'atteinte d'un *score-limite* qui impose une différence à la marque (1).

Les actes de marque prennent place dans une sorte de réseau comptable qui rend compte du rapport des points entre adversaires. Ce support des gains représente la structure de base du système des scores (éventuellement complétée par d'autres dispositifs du supra-jeu).

Par *support de marque*, nous entendons l'ensemble organisé des opérations de marque, qui, au cours du déroulement d'un jeu sportif, permet l'attribution du score ou la désignation des réussites. Ce support fonde le fonctionnement de la séquence unitaire du jeu ; parfois il s'agira de la totalité du match comme dans les jeux à temps-limite (hand-ball, rugby),

parfois d'un set ou d'une manche comme dans les jeux à score-limite (tennis, volley-ball, Gendarmes et voleurs, Epervier). Formant un tout unitaire, cette séquence est parfois complétée par d'autres dispositions (prolongations. bonus) ou réorganisée dans un support de niveau supérieur (système des sets gagnants), le dispositif d'encadrement qui surplombe le support de marque constituant alors le supra-jeu.

On appellera "*ligne de scores*" d'un support de marque, toute séquence de scores possible, ayant pour origine le score initial et pour extrémité un score terminal. Dans tout match, une ligne de scores actualisée représente la chronologie des marques successivement enregistrées : elle est riche d'information sur le déroulement de l'épreuve. Un même score terminal peut être l'aboutissement d'un très grand nombre de lignes de scores différentes (dans certains cas, de plusieurs millions) ; nous aurons l'occasion de revenir sur ce point important dans l'analyse d'un set.

3) Les règles fondamentales

L'équipe qui effectue la mise en jeu (ou qui "a le service" ou qui "engage") sera appelée "*servante*" ; l'autre équipe, placée en réception de service, sera l'équipe "*recevante*".

On appellera "*coup du jeu*" toute phase d'action comprise entre le signal de l'arbitre qui autorise la frappe de mise en jeu du service et le signal suivant qui arrête le jeu et répute la balle "morte". Un "coup" correspond donc à l'action de jeu qui se déroule d'un seul tenant après tout service.

Les notions de "point", "changement de service", "rotation", "prolongation" peuvent être éclairées par un bref rappel des éléments-clefs de jeu. On peut, semble-t-il, résumer l'essentiel en deux règles capitales :

a) règle du gain de coup ; toute "faute" est sanctionnée :

- soit par le gain d'un point au bénéfice de l'équipe servante si c'est l'adversaire de celle-ci qui commet la faute.
- soit par un changement de service au bénéfice de l'équipe recevante si c'est l'équipe servante qui fait la faute (le score reste alors inchangé).

Tout changement de service est donc une "prise" du service par l'équipe recevante qui vient de remporter le coup ; il s'accompagne obligatoirement d'une "rotation" de cette équipe, c'est-à-dire d'un changement de position de la part de ses joueurs qui effectuent une permutation circulaire dans le sens des aiguilles d'une montre.

En dehors des rares coups "à remettre" par annulation de l'arbitre, un coup possède donc deux et deux seules issues possibles :

- l'attribution d'un point à l'équipe servante qui conserve le service.
- la prise de service, sans modification du score, par l'équipe recevante qui effectue alors une "rotation".

b) règle du gain de set : la première équipe qui totalise 15 points gagne la manche, à condition que la marque de l'adversaire soit inférieure à 14. Sinon, il y a prolongation jusqu'à ce que la marque d'une équipe alors victorieuse dépasse de deux points celle de son adversaire.

Ce score-limite correspond à une règle d'arrêt conditionnelle qui impose un minimum de 15 points, lui-même soumis à un écart minimum de 2 points.

Ces règles recèlent une logique extrêmement forte. Nous allons tenter de mettre au jour toutes leurs implications formelles afin d'analyser le jeu selon ses mécanismes sous-jacents.

II. STRUCTURE MATHEMATIQUE DU SUPPORT DE MARQUE

1) Le champ des scores

Considérons le support de marque du volley-ball : le score initial est (0,0) et la marque de chaque équipe progresse par "pas" d'une unité sur la suite des entiers naturels. Envisageons l'univers des possibles sans tenir compte pour l'instant d'une éventuelle règle d'arrêt.

Le champ des scores S est l'ensemble des couples de marques, c'est-à-dire l'ensemble-produit $N \times N$.

$$S = \{ (x_i, y_i) / x_i, y_i \in N \}$$

$$x_i = (0, 1, 2, 3, 4 \dots) \text{ et } y_i = (0, 1, 2, 3, 4 \dots)$$

Nous savons que la marque ne régresse jamais ; aussi pouvons-nous envisager une relation d' "antériorité" (dualmente de "postériorité") ainsi définie : un score s_1 sera réputé "antérieur" au score s_2 si, et seulement si, s_1 peut chronologiquement précéder s_2 dans une même ligne de scores.

Cette relation binaire, antisymétrique et transitive (accessoirement réflexive) est une relation d'ordre.

Compte tenu de la non régression de la marque, la relation d'antériorité du score est liée à l'infériorité et/ou à l'égalité des marques des scores, terme à terme. Il vient :

$$[(x_1, y_1) \prec (x_2, y_2)] \iff [(x_1 \leq x_2) \quad (y_1 \leq y_2)]$$

\prec : relation d'antériorité

La prise en compte simultanée des deux marques terme à terme, a pour conséquence de rendre certains scores non comparables : (2,7) et (4,5) par exemple, ne peuvent ni se précéder, ni se succéder. Finalement, la propriété est simple : deux scores ne sont comparables que s'ils appartiennent à une même ligne de scores du support de marque. Certains éléments de l'ensemble des scores n'étant pas comparables, la relation d'antériorité (dualement de postériorité) est une relation d'ordre partiel.

Si l'on considère tous les scores respectivement postérieurs à deux scores non comparables, une infinité d'entre eux leur sont communs, et le plus antérieur de ceux-ci possède les qualités d'un *supremum*. Quant aux scores antérieurs à ces deux scores, ils admettent un ou plusieurs éléments communs, le plus postérieur d'entre eux ayant qualité d'*infimum*. Ainsi, dans notre support de marque, deux scores quelconques admettent toujours un *supremum* et un *infimum*. Par le biais de la ligne des scores, nous retrouvons donc ici les propriétés relationnelles fondamentales de la structure de treillis.

Les jeux au temps-limite ne prévoient aucun mécanisme interne d'achèvement du score : il n'existe pas de majorant universel imposé. Le support de marque de ces jeux (hand-ball, football, basket-ball, rugby) dont le minorant universel est (0,0) possède une structure d'inf.-demi-treillis.

Les jeux au score-limite possèdent des règles d'arrêt impératives qui définissent une classe de scores terminaux pouvant accueillir souvent un nombre infini d'éléments (tennis, volley-ball). Cette classe finale "absorbante" peut être interprétée comme "le" majorant universel du treillis global. Nous verrons qu'en toute rigueur, entre cette classe terminale et le majorant théorique du carré cartésien de base (15 x 15 au volley-ball, 21 x 21 au ping-pong), s'intercale souvent une "cheminée" de deux points d'écart qui peut se prolonger à l'infini.

2) Des cycles dans le réseau

Comme nous l'avons déjà remarqué, dans son état brut, le support de marque du volley-ball est un inf.-demi-treillis admettant le sommet (0,0) comme borne inférieure. Le rôle de la règle d'arrêt du supra-jeu sera de le doter d'une borne supérieure. On aurait pu envisager que le premier joueur atteignant la limite assignée fût déclaré vainqueur. En imposant une supériorité de deux points à la marque, les législateurs ont fait preuve de plus de raffinement. L'institution sportive joue ainsi sur les deux tableaux : d'une part, une marge de deux points atténue le sentiment "d'injustice" qui serait lié à une victoire acquise par la plus petite différence possible, d'autre part cette lutte au coude à coude si près de la ligne d'arrivée, décuple le potentiel dramatique de l'événement

agonal et concourt puissamment à sa spectacularité.

Dans le graphe des scores (fig.1), cette règle des deux points d'écart témoigne d'une possibilité théorique de n'en jamais finir. Il existe en outre un autre circuit très important : le circuit d'ordre 1 du changement de service.

Comment ces deux types de circuits interviennent-ils dans le réseau des scores ?

a) le circuit des deux points d'écart

La règle d'arrêt interdit une immense partie du champ des scores. Techniquement, elle définit une classe de scores qui fait office de borne supérieure. Cette classe U est la classe infinie des scores terminaux qui sont les sommets "pendants" du demi-treillis de la figure 1 : (15,0), (15,1), (15,2), (16,14), (17,15) ... Cette classe U est la classe regroupant l'ensemble des éléments *maximaux* du demi-treillis, c'est-à-dire de tous les scores qui n'acceptent aucun majorant.

Il vient :

$$U = \left\{ \begin{array}{l} (x,y) \in \mathbb{N}^2, \text{ tel que :} \\ \cdot [(x+y) \leq 28] \Rightarrow [(x=15) \vee (y=15)] \\ \cdot [(x+y) > 28] \Rightarrow [|x-y| = 2] \end{array} \right\}$$

Cette classe U, c'est le sommet "fin de set" du schéma de la figure 2.

La règle d'arrêt conditionnelle entraîne la présence de deux circuits d'ordre 2 articulés autour du sommet "égalité" vers les deux sommets "avantage à l'équipe A" et "avantage à l'équipe B".

Ces deux circuits peuvent théoriquement rejeter la fin du set à l'infini ; dès que le sommet (14,14) est atteint, il y a inéluctablement prolongation du set d'au moins deux points. Ce set ne s'achèvera que lorsque le score s'évadera de ces circuits vers un sommet de la classe terminale U (fig.2).

Le maintien de façon prolongée de la ligne des scores à l'intérieur de ces circuits dépend des probabilités de réussite de chacune des équipes à chacun des sommets. Dans l'hypothèse où les probabilités seraient égales pour les deux équipes et constantes à tous les sommets, la probabilité de sortie est très importante : quand deux équipes sont à 14-14, il y a une chance sur deux pour que le match s'achève sur un score de 16 à 14. Et cette probabilité de fin de set ne ferait qu'augmenter si l'une des équipes manifestait une quelconque supériorité constante sur l'autre. Il semble donc que l'importance accordée aux prolongations de deux points d'écart dans l'allongement des durées de partie soit exagérée. Nous y reviendrons.

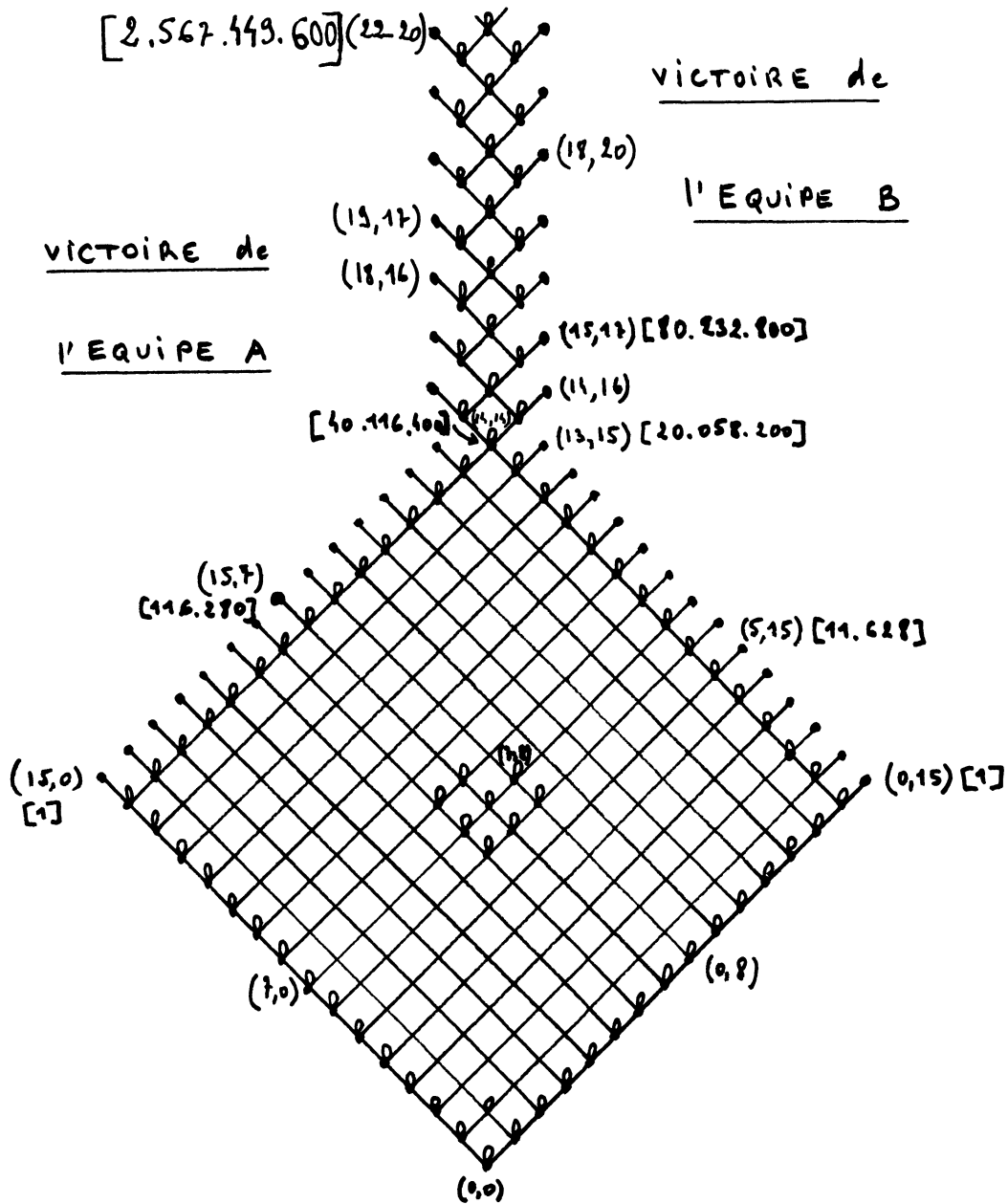


Fig. 1 - Support de marque du volley-ball : le réseau des scores d'une manche.

Produit direct de deux ordres totaux, ce réseau possède une structure de treillis. Admettant le sommet $(0,0)$ comme borne inférieure, il se prolonge indéfiniment par la "cheminée" des deux points d'écart (dont les sommets "pendants" font partie de la classe de la borne supérieure). A titre d'exemples, on a inscrit entre crochets le nombre de lignes de scores (c'est-à-dire de sets formels différents) aboutissant à certains sommets.

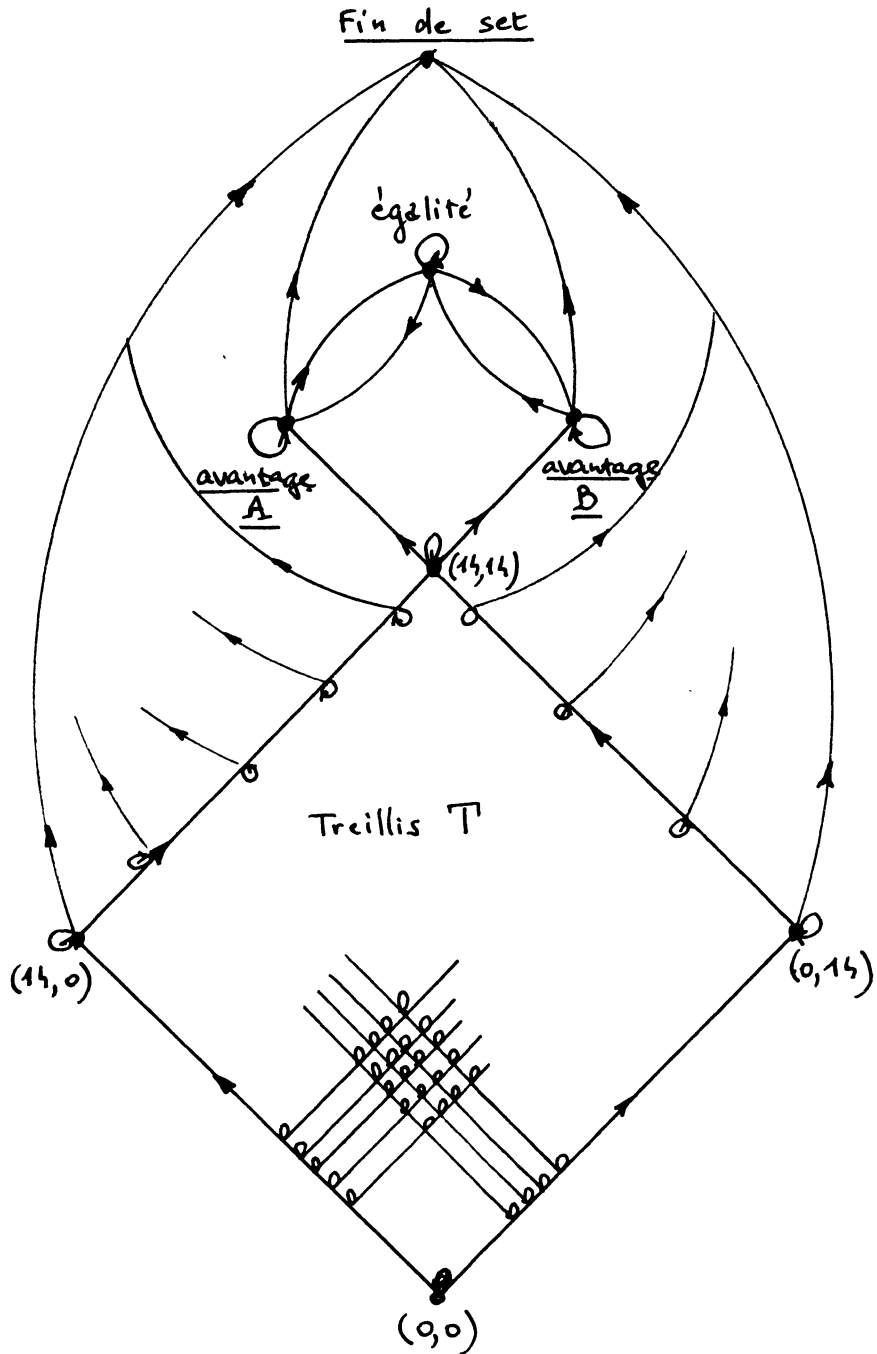


Fig. 2 - Les circuits dans le support de marque du volley-ball.

On remarque la présence de deux types de circuit : d'une part, *la boucle* qui affecte tous les sommets (sauf le sommet absorbant "fin de set"), d'autre part, les *circuits d'ordre 2* associés aux sommets "égalité" et "avantage".

b) la "boucle" de chaque sommet

Ce circuit d'ordre 1 ou "boucle" est dû à la règle du gain de coup qui laisse le score inchangé lors de tout changement de service. Théoriquement, à cause de cette "rotation", le score pourrait stagner indéfiniment à chaque sommet. De telles séquences cycliques sont, en fait, toujours finies ; leur probabilité d'occurrence est cependant très importante.

Tous les sommets, même ceux des prolongations, sont "bouclés".

L'influence de ces boucles se fait donc sentir aussi au niveau des circuits des deux points d'écart. Le treillis T de base possède 225 sommets, soit 225 boucles favorisant le non-changement du score. L'influence de ces circuits qui joue à tous les sommets quels qu'ils soient, est donc éclatante.

Notre hypothèse sera que, de toutes les causes propres au système, c'est la boucle associée à chaque sommet qui est la cause principale de la durée du set et de sa variabilité. La modélisation devra donc retenir une unité de jeu qui prenne en compte la boucle du changement de service : l'unité choisie sera en conséquence le "coup" et non le "point".

III. L'AUTOMATE DES SCORES

Les observations précédentes attestent que le déroulement des scores d'un set se réalise dans un champ extrêmement structuré. Si structuré qu'il semble possible de comparer la logique de ce processus au fonctionnement d'une machine. Essayons de formaliser un tel automate.

a) les "positions" du jeu

L'action de cette machine peut être représentée à l'aide des éléments du triplet (E, S, \perp) tel que E et S soient deux ensembles et \perp une opération sur ceux-ci.

. L'ensemble E : est un ensemble à 4 éléments

$$E = \{X^+, X^-, \bar{X}^+, \bar{X}^-\}$$

Chaque élément représente l'équipe qui vient d'effectuer le service (X ou \bar{X}) et le résultat de ce coup ($^+$: point gagné, $^-$: changement de service).

. L'ensemble S : est l'ensemble des scores autorisés

$$S = \left\{ (x, y) \in \mathbb{N}^2 \right. \left. \begin{array}{l} \cdot [(x+y) \leq 28] \Rightarrow [(x \leq 15) \wedge (y \leq 15)] \\ \cdot [(x+y) > 28] \Rightarrow [|x-y| \leq 2] \end{array} \right\}$$

On appellera *position de jeu* le triplet composé des trois éléments qui caractérisent la réalisation d'un coup : l'équipe qui a effectué le service (X ou \bar{X}), puis le résultat de ce coup ($^+$ ou $^-$), enfin l'état du score à la suite de ce coup (x et y).

Ainsi le triplet : $(X^+, x+1, y)$ est une "position" de jeu qui signifie que l'équipe X vient d'engager et de remporter le point : sa marque augmente donc d'une unité ($x+1$) alors que la marque adverse " y " reste inchangée.

Toute position de jeu est totalement définie par un tel triplet. La seule position qui fait problème est celle du début de jeu, antérieure à toute action ; nous représenterons l'équipe qui obtient le service, à la suite du choix du capitaine favorisé par le tirage au sort, en l'affectant de l'indice zéro : le triplet $(\bar{X}^0, 0, 0)$ indique que c'est l'équipe \bar{X} qui effectue la première mise en jeu du set (figure 3).

Le déroulement des coups du jeu sera représenté par une *succession de positions* ainsi décrites, succession qui aboutit à l'une des positions terminales de fin de set.

b) la matrice des scores

Le passage d'une position à la suivante est déterminé par la composition de cette position avec le coup qui lui succède immédiatement. Cette composition est assurée par l'opération \perp . Le résultat de cette composition est une nouvelle position de jeu (assortie d'une éventuelle modification du score).

Il vient :

$$(E, S) \perp E = (E, S)$$

La prise en compte de l'ensemble des cas aboutit à la mise en évidence de *quatre situations de composition* qui regroupent tous les possibles et constituent la véritable matrice des scores du volley-ball.

$$\begin{array}{l} (X^+, x, y) \perp X^+ = (X^+, x+1, y) \\ (X^+, x, y) \perp X^- = (X^-, x, y) \\ (X^-, x, y) \perp \bar{X}^+ = (\bar{X}^+, x, y+1) \\ (X^-, x, y) \perp \bar{X}^- = (\bar{X}^-, x, y) \end{array}$$

Ces formules condensées ramassent toutes les situations possibles, apparemment si diverses, du volley-ball. Elles représentent les structures génératrices du fonctionnement du système de scores de ce sport collectif.

Ce fonctionnement déterministe conjugue les différentes dispositions de la règle de gain de coup que nous avons précédemment envisagées. On a en effet :

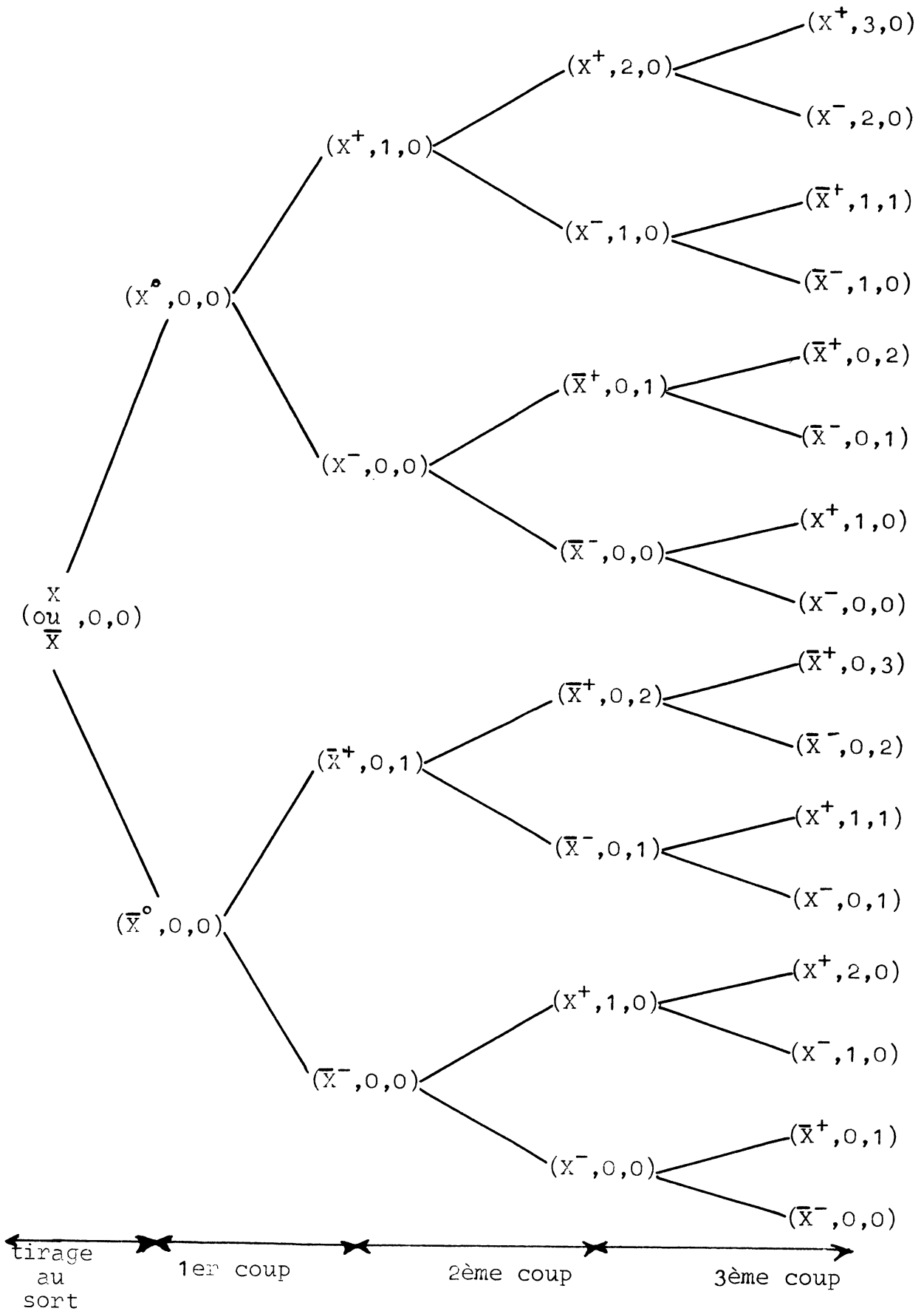


Fig.3 - Arbre des positions de jeu représentant les trois premiers coups du set

Les obliques ascendantes correspondent au *gain d'un point* et les obliques descendantes, à un *changement de service* (elles renvoient aux circuits des graphes précédents).

. règle de conservation de service

$$(X^+, \quad) \perp X = (\quad)$$

. règle de changement de service

$$(X^-, \quad) \perp \bar{X} = (\quad)$$

. règle de gain de point

$$\begin{array}{l} (\quad) \perp X^+ = (\quad, x+1, \quad) \\ (\quad) \perp \bar{X}^+ = (\quad, \quad, y+1) \end{array}$$

Le déroulement des scores consiste donc en une succession de transformations qui assurent la transition d'une position à une autre position. Les *règles de transformation* sont résumées dans les quatre situations de composition précédentes : le développement des scores de tout set est donc fondé sur le fonctionnement mécanique de ce système de règles. Ce système représente l'invariant qui sous-tend une cascade de variations continues.

IV. GRAPHE DE TRANSITION ET ARBRE DES POSITIONS

Le cheminement des scores est totalement formalisé par ces quatre situations dont le dynamisme interne est illustré par le graphe de transition de la figure 4. Tout set fonctionne ainsi comme un ensemble de machines de Turing, comme un automate alimenté en dernier ressort par les décisions de l'arbitre qui sanctionne toutes les actions de jeu pertinentes.

1) Le graphe de transition

Plus abstrait que les précédents, le graphe fortement connexe de la figure 4 résume toutes les opérations génératrices des scores. Ses sommets X^+ et \bar{X}^+ sont les deux seuls qui soient associés au gain d'un point. Leur "boucle" représente les séquences possibles de points remportés en série. On ne peut les relier qu'en passant obligatoirement par au moins l'un des deux autres sommets X^- et \bar{X}^- qui, eux, font stagner le score. Ces deux sommets-ci constituent *l'ensemble d'articulation* du graphe ; en outre, ils sont réunis par un circuit d'ordre 2 qui multiplie les possibilités de non-changement des deux marques : il s'agit des séquences de "rotations" successives d'une équipe à l'autre.

Ces deux sommets d'articulation X^- et \bar{X}^- (et le cycle qui les réunit) correspondent à la boucle qui affecte chaque sommet du réseau des scores des figures 1 et 2. Sur le graphe de transition (fig.4), on aperçoit clairement l'importance des chances offertes au déroulement des marques de dériver sur les sommets d'immobilisation du score : X^- et \bar{X}^- .

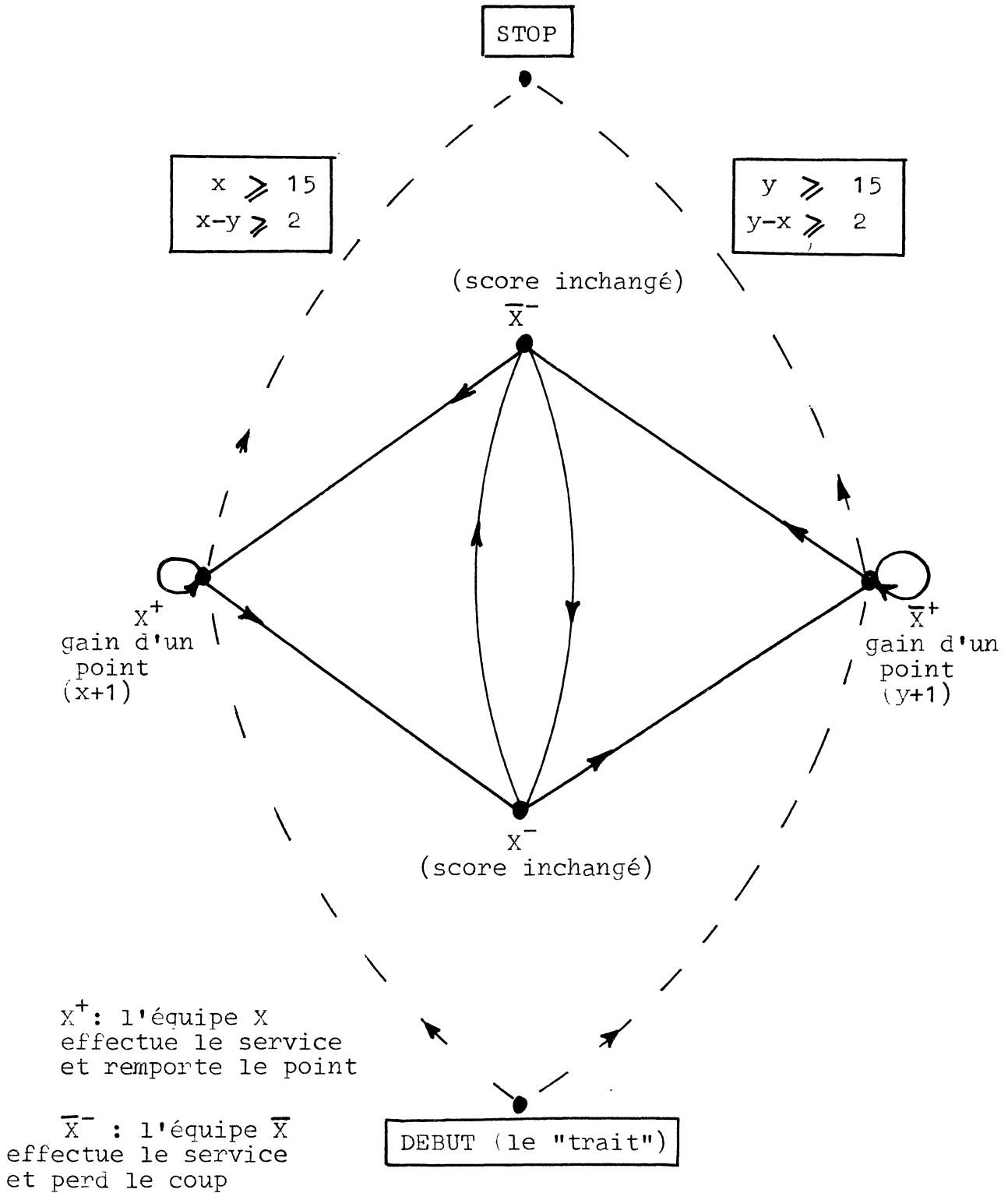


Fig.4. Volley-ball : graphe de transition des scores.

Les sommets X^- et \bar{X}^- , associés à un non-changement du score, forment l'ensemble d'articulation (lui-même un circuit) du graphe. Les probabilités d'immobilisation du score sont donc très importantes. Ce graphe pourra être affecté des probabilités de transition appréciées à l'aide d'une observation de terrain.

2) L'arbre des positions de jeu

Le graphe de transition est le modèle qui résume le mécanisme de l'évolution des positions de jeu. On peut déployer sous forme développée les rameaux de toutes les séquences possibles en construisant l'*arbre des positions de jeu*. Nous en présentons un extrait qui illustre le principe du déploiement de cet arbre infini (fig.3). Chaque position donne systématiquement naissance à deux autres positions possibles. Il s'agit donc d'un arbre exponentiel : pour n coups (dont le tirage au sort), on dispose de 2^n chemins possibles.

Ainsi la figure 3 propose $2^n=16$ séquences associées aux quatre premiers coups du jeu (compte tenu du tirage au sort).

3) La matrice d'enchaînement des coups du jeu

Au graphe de transition, on peut associer la matrice de l'enchaînement des coups prenant en compte les fréquences de passage entre les quatre éléments de l'ensemble E. Il s'agit donc d'un tableau croisé 4 x 4 dont chaque ligne et chaque colonne comportent nécessairement deux cases renseignées et deux cases vides (puisque chacun des 4 sommets du graphe de passage émet 2 arcs et en reçoit 2). Un tel tableau, détaillé dans la figure 5, fournit les informations-clefs sur tous les coups et leurs transitions ayant lieu au cours d'une manche (coups, rotations, points marqués sur premier service ou en série), et cela pour chaque équipe. Une illustration en est présentée par la figure 6 à l'aide des résultats d'un set d'un match international (France-R.D.A., janvier 1985).

On peut additionner les résultats des différents sets pour obtenir la matrice de transition de l'ensemble du match. Dans une perspective stochastique, les nombres peuvent être transformés en probabilités de passage, de telle sorte que la somme des deux probabilités de chaque ligne, complémentaires, vaille 1. Il est tentant de résumer l'ensemble d'un match de volley-ball par sa matrice de probabilités conditionnelles d'enchaînement des coups et d'y rechercher des régularités classiques telle par exemple une chaîne de Markov (nombre fini d'états, événements mutuellement exclusifs, liaison d'un événement à l'événement qui le précède...). Mais dans le cas du volley-ball, peut-on considérer les probabilités de transition comme des constantes ? Le modèle markovien rend chaque événement dépendant uniquement de son passé immédiat. La mémoire de tout le passé du set ne joue-t-elle pas un rôle important dans le déroulement du jeu, de même que la perception du futur proche symbolisé par la présence de la barrière absorbante signant la fin du set ?

| \nearrow | X^+ | X^- | \bar{X}^+ | \bar{X}^- | |
|-------------|-------|-------|-------------|-------------|----|
| X^+ | 5 | 10 | | | 15 |
| X^- | | | 7 | 22 | 29 |
| \bar{X}^+ | | | 7 | 8 | 15 |
| \bar{X}^- | 11 | 19 | | | 30 |
| | 16 | 29 | 14 | 30 | 89 |

$$\begin{pmatrix} 0,33 & 0,67 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,24 & 0,76 \\ 0 & 0 & 0,47 & 0,53 \\ 0,37 & 0,63 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

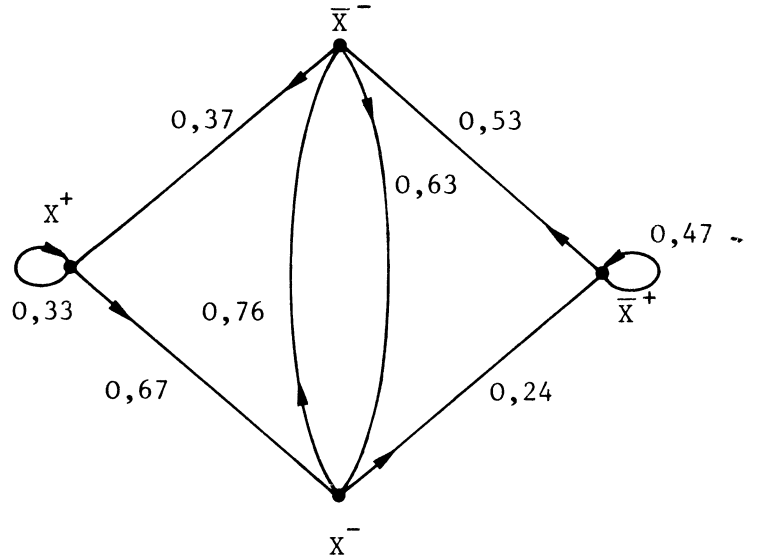


Fig.6 - Matrice d'enchaînement des coups d'un set de volley-ball.

On a converti les fréquences empiriques en probabilités de passage puis valué le graphe de transition. (Match international : FRANCE(X) - R.D.A.(\bar{X}); équipes féminines ; 4ème set ; service initial : R.D.A. ; janvier 1985).

Il est aisé de vérifier que ces données respectent les propriétés du système des scores : l'équipe gagnante (X) a effectué une rotation de plus que l'équipe perdante (30 contre 29) ; la différence des coups entre les deux équipes (46 contre 43), tout comme la différence des services (45 contre 44) est égale à la différence des points à une unité près (différences valant respectivement 3 et 1 pour un écart de 2 points) -

En outre, la structure du système des scores du match est un treillis de treillis. Ce système à deux étages est relativement complexe et peut donner naissance à des paradoxes. Nous aurons l'occasion de revenir sur ce point insolite.

V. L'ORGANIGRAMME DES COUPS ET DES SCORES

La logique interne des actions de jeu peut être exprimée par l'intermédiaire d'un organigramme. Tout set de volley-ball s'inscrit obligatoirement dans l'organigramme de la figure 7 qui représente le système formel du déroulement des coups et des scores.

1) Caractéristiques de l'organigramme

Sa logique s'appuie sur les prescriptions du code que nous avons déjà soulignées. En outre, afin d'être fidèle à la réalité d'une rencontre, nous avons inséré la possibilité pour l'arbitre de "faire remettre" un coup : on sait en effet que l'arbitre peut "annuler" un service s'il juge la mise en jeu prématurée ou "annuler" un coup en le donnant à rejouer dans le cas d'une "double" faute.

La caractéristique la plus intéressante de cet organigramme, c'est la présence de deux types de circuit.

. En premier lieu, le *circuit des changements de service* qui a été marqué en traits forts sur le schéma de la fig.7. Si l'équipe A perd le service, c'est B qui le prend ; si B le perd à son tour, c'est A qui le reprend et qui peut le reperdre à nouveau ... et le circuit peut continuer à l'infini sans aucun point marqué. Ce phénomène de va-et-vient correspond exactement à la boucle qui est associée à chaque sommet du réseau des scores (figures 1 et 2) et aux sommets X^- et \bar{X}^- de l'ensemble d'articulation du graphe de la figure 4.

. En second lieu, la *boucle des 15 points gagnants soumis à la condition des deux points d'écart*. Toute marque inférieure à 15 renvoie en début d'organigramme, de même que toute marque supérieure à 14, mais non supérieure de 2 unités à la marque adverse. Cette règle conditionnelle peut théoriquement empêcher l'atteinte du seuil d'arrêt dans la mesure où les deux marques peuvent tour à tour progresser en se rattrapant l'une l'autre. Nous retrouvons ici la cheminée des deux points de différence observée sur le treillis des scores (figure 1).

Nous constatons que les différentes représentations proposées se renvoient l'une à l'autre en se complétant, chacune illustrant selon sa logique propre le même modèle dont les multiples facettes sont ainsi mises en lumière.

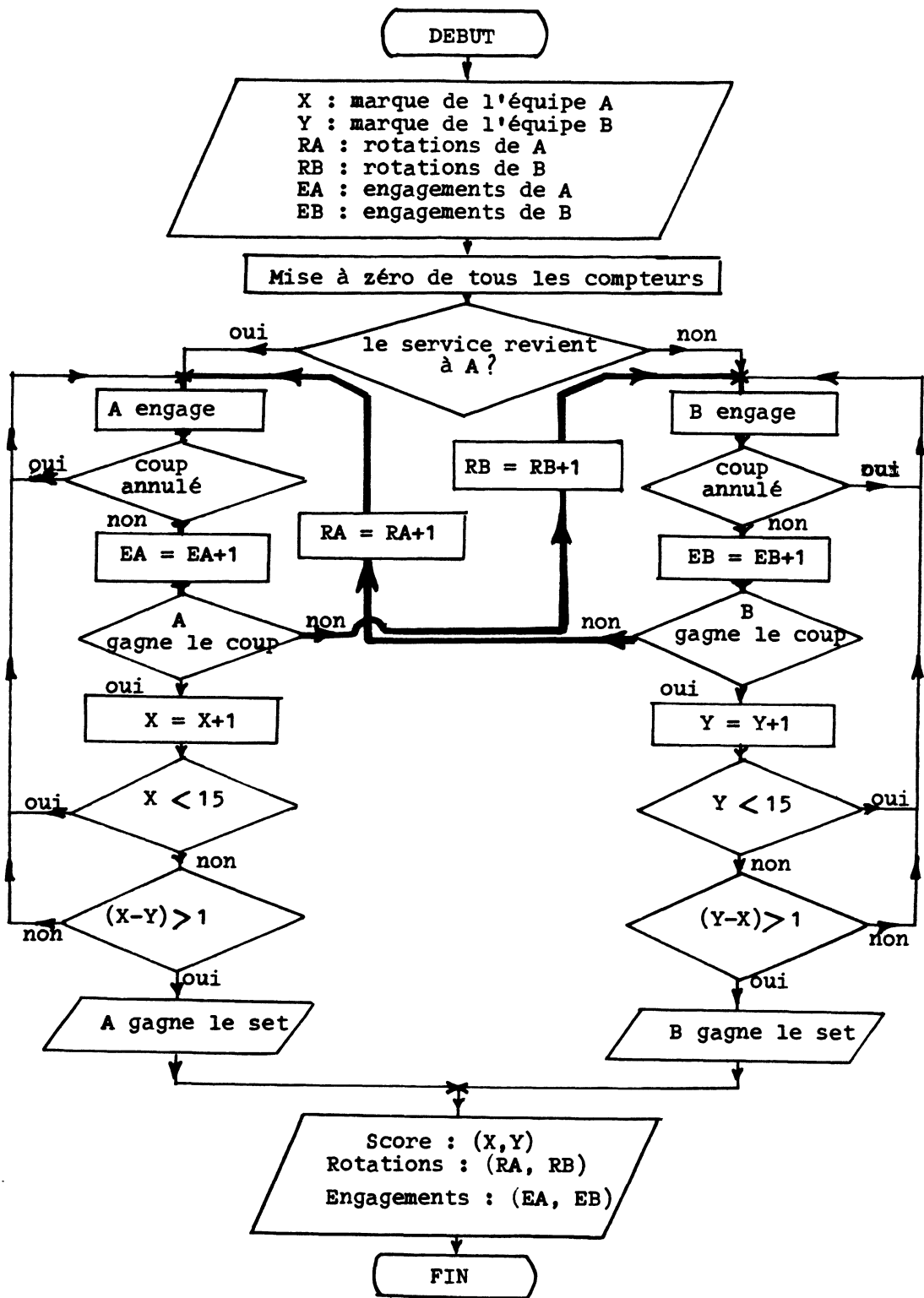


Fig.7 - Set de volley-ball : organigramme des coups et des scores.

Ce schéma traduit les impératifs de la logique interne des scores. On remarquera, en gras, le circuit infini des changements de service. On notera : $EA = X + RB$ et $EB = Y + RA$. Si CA représente le nombre de coups remportés par A, on a : $CA = X + RA$ et $CB = Y + RB$.

Le réseau des scores a attiré notre attention sur la présence de la boucle qui affecte tous les sommets. Nous en avons tiré l'hypothèse selon laquelle l'événement capital permettant la compréhension du déroulement d'une manche n'est pas le point mais le coup.

Nous allons soumettre cette hypothèse à l'épreuve du modèle. Par simulation, l'organigramme va notamment permettre de comparer *d'équipe à équipe* les nombres de coups joués (C), les nombres de changements de service (R) remportés et le nombre de points marqués. Il suffira pour cela de faire "tourner à la main", à l'aide de données fictives ou réelles, l'organigramme de la figure 7.

Nous allons formuler les principales propriétés de ce modèle, liées au déroulement des coups et notamment au changement de service. Ces propositions insistent sciemment sur des résultats très proches les uns des autres, afin de détailler les situations pratiques sous différents angles.

VI. PROPRIETES DU SYSTEME

Les propriétés que nous allons énoncer sont toutes issues de la modélisation précédente, notamment du graphe de transition et de l'organigramme. Certaines sont évidentes ; d'autres, bien que déduites des premières, ne laissent pas d'étonner même le pratiquant averti. Il est frappant de constater combien les spécialistes du volley-ball eux-mêmes ont négligé l'étude du système des scores : nous ferons état de comptes rendus officiels de matchs des Jeux Olympiques, truffés d'erreurs au sujet des coups du jeu. Ces constats nous incitent à présenter avec quelque détail ce trousseau de propriétés.

Rappelons d'abord les propriétés très simples qui sont d'une lecture immédiate (mais qui ne seront pas vérifiées dans un autre sport très proche sous l'angle des scores, tel le tennis).

Propriété 1

Le nombre de coups réalisables au cours d'une manche est au minimum de 15 (il n'y a alors aucun "changement de service" ou "rotation") ; le maximum réalisable est théoriquement repoussé à l'infini.

Propriété 2

Alors que le score reste strictement inchangé, une suite "infinie" de coups peut être réalisée (cette suite est alors exclusivement composée de rotations).

Propriété 3

Une équipe effectuant une rotation ne pourra en réaliser une autre qu'après que son adversaire en ait accompli une et une seule.

Propriété 4

Lorsqu'une équipe a le service, son adversaire doit remporter deux coups obligatoirement successifs pour gagner un point.

Appelons *série* une séquence de plusieurs coups gagnés successivement par une équipe. Le premier coup de la série est indispensable mais ne change pas la marque (rotation) ; le bénéfice de ce premier coup gagné est perdu s'il n'est pas immédiatement suivi d'un second. Ainsi, une équipe peut remporter plusieurs dizaines de coups sans gagner un seul point, si ces coups gagnés sont isolés et non en série.

Combinant les précédentes, les propriétés suivantes sont d'un caractère déjà moins évident :

Propriété 5

A un moment quelconque du set, la différence entre le nombre de rotations respectivement effectuées par les deux équipes est au plus égale à 1, quelle que soit la différence à la marque.

En fin de set, cette différence est nulle ou égale à 1.

$$0 \leq |RA-RB| \leq 1$$

En fin de set, deux cas sont donc possibles :

- . Les deux équipes ont effectué le même nombre de rotations : c'est l'équipe gagnante qui a accompli le premier service.
- . Une équipe a effectué une rotation de plus que l'autre : c'est l'équipe gagnante ; et c'est l'équipe perdante qui a effectué le premier service.

Propriété 6

A un moment quelconque d'un set (notamment en fin de set), la différence des coups remportés respectivement par les deux équipes, est égale ou supérieure d'une unité à la différence des points respectivement gagnés par ces deux équipes.

A la fin du set, l'équipe gagnante a toujours remporté plus de coups que son adversaire :

- . Si l'équipe gagnante est celle qui a effectué le premier service, la différence des coups est strictement égale à la différence des points.
- . Si l'équipe perdante est celle qui a effectué le premier service, la différence des coups est supérieure d'une unité à la différence des points (au bénéfice de l'équipe gagnante).

Propriété 7

En fin de set, l'équipe gagnante a toujours remporté plus de coups (et évidemment plus de points) que l'équipe perdante, et elle a effectué plus de services qu'elle. La différence :

- . entre les points gagnés est au maximum de 15 et au minimum de 2.
- . entre les coups gagnés est au maximum de 16 et au minimum de 2 .
- . entre les services effectués est au maximum de 15 et au minimum de 1.
- . entre les rotations est, rappelons-le, au maximum de 1 et au minimum de 0.

Propriété 8

La différence, d'équipe à équipe, entre le nombre de coups qu'elles ont respectivement remportés ou le nombre de services qu'elles ont respectivement effectués, est égale à la différence de leurs marques respectives à une unité près, quel que soit le résultat final du set.

Entre le nombre de rotations (R), d'engagements (E) de chaque équipe A et B et le nombre de coups (C) ou de points (X et Y) remportés par chacune, on obtient aisément les relations suivantes :

$$\begin{array}{ll} E(A) = X + R(B) & \text{et} \quad E(B) = Y + R(A) \\ C(A) = X + R(A) & \text{et} \quad C(B) = Y = R(B) \end{array}$$

Les études techniques et tactiques de volley-ball ont connu un développement considérable dans les dernières décennies ; il n'en est que plus étonnant de constater que la logique même du mécanisme des coups et des points a été quelque peu délaissée. La consultation du "*Livre des résultats finaux des Jeux de la XIXème Olympiade*" [2], édité par le Comité Organisateur des Jeux Olympiques de Mexico (1968), est révélateur à cet égard. Cet ouvrage officiel détaille les résultats, set par set, des 45 matchs masculins et des 28 matchs féminins de l'épreuve (rubrique 13, p. 1 à 88). De façon étonnante, les propriétés précises liant les coups aux points n'y sont pas respectées. Les résultats sont constellés d'erreurs : sur 73 matchs, 47 (soit 64% !) présentent des totaux de changements de service, et donc de coups, erronés (cf. la photocopie de la fig.8). Ce constat est peut-être le symptôme d'une attitude fréquente dans le domaine sportif : au nom du "concret" (ici, les points), on se laisse happer par la surface des phénomènes en négligeant les structures sous-jacentes, moins apparentes, mais davantage responsables en profondeur des phénomènes observés.

Certaines de ces propriétés seront ultérieurement précieuses pour établir et contrôler nos protocoles d'observation sur le stade. Cependant, au niveau formel, on peut dès à présent, en déduire quelques remarques intéressantes.

VOLLEYBALL *** VOLLEYBALL *** VOLEIBOL
CATEGORIE MASCULINE * MEN'S SEX * RAMA MASCULINA

13-01-21 - RAMA MASCULINA - JUEGO NO. 21 - DURACION: 0h:52 MIN.

JAPON - BELGICA

RESULTADO FINAL
3 - 0

RESULTADO DE LOS SETS
15-5 , 15-5 , 15-4

JAPON

| NO. ---- NOMBRE ---- | TOTALES DE CAMBIOS Y TANTOS OBTENIDOS EN EL JUEGO POR ELEMENTO TECNICO | | | | | | | | P O R S E T | | | | | | TOTAL ABSOLUTO | |
|----------------------|--|---|----|----|---|-----|---|----|-------------|------|------|------|------|------|----------------|------|
| | C | T | C | T | C | T | C | T | 1 | | 2 | | 3 | | C | T |
| 1 IKEDA, N. | / | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 2 MINAMI, M. | / | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | - | - | - | 0 | 2,0 | 0 | 2,0 |
| 3 NEKODA, K. | / | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 0,0 | 0,5 | 1,0 | 1,0 | 0 | 0 | 1,0 | 1,5 |
| 4 SHIRAGAMI, M. | / | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | - | 0 | 0 | - | - | 0 | 0 |
| 5 KOIZUMI, I. | / | 0 | 1 | 0 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 1,0 | 0,5 | - | - | - | - | 1,0 | 0,5 |
| 6 KIMURA, K. | / | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2,0 | 2,0 | - | - | - | - | 2,0 | 2,0 |
| 7 MITSUMORI, Y. | / | 0 | 6 | 2 | 0 | 0,5 | 0 | 0 | 1,0 | 0 | 2,0 | 1,5 | 3,0 | 1,0 | 6,0 | 2,5 |
| 8 MORITA, J. | / | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1,0 | 0 | 2,0 | 2,0 | 0 | 1,0 | 3,0 | 3,0 |
| 9 YOKOTA, T. | / | 3 | 4 | 2 | 0 | 0,5 | 0 | 1 | 2,0 | 4,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,5 | 4,0 | 6,5 |
| 10 OHKO, S. | / | 1 | 10 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6,0 | 2,0 | 3,0 | 1,0 | 1,0 | 4,0 | 10,0 | 7,0 |
| 11 SATO, T. | / | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 12 SHIMAOKA, K. | / | 0 | 3 | 1 | 0 | 1,0 | 0 | 0 | - | - | 0 | 1,5 | 3,0 | 0,5 | 3,0 | 2,0 |
| FALLO CONTRARIO | 2 | 0 | 1 | 7 | 1 | 1,0 | 3 | 10 | 1,0 | 6,0 | 4,0 | 7,0 | 2,0 | 5,0 | 7,0 | 10,0 |
| TOTAL EQUIPO | 2 | 6 | 31 | 23 | 1 | 4,0 | 3 | 12 | 14,0 | 15,0 | 13,0 | 15,0 | 10,0 | 15,0 | 37,0 | 45,0 |

ENTRENADOR: MATSUDAIRA, Y.

BELGICA

| NO. ---- NOMBRE ---- | TOTALES DE CAMBIOS Y TANTOS OBTENIDOS EN EL JUEGO POR ELEMENTO TECNICO | | | | | | | | P O R S E T | | | | | | TOTAL ABSOLUTO | |
|----------------------|--|---|----|---|---|---|---|---|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|----------------|------|
| | C | T | C | T | C | T | C | T | 1 | | 2 | | 3 | | C | T |
| 1 MOL, J. | / | 1 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0 | 2,0 | 2,0 |
| 2 MESDAGH, P. | / | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2,0 | 0 | 3,0 | 0 | 0 | 0 | 5,0 | 0 |
| 3 WALDER, F. | / | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,0 | 0 | 1,0 | 0 |
| 4 BOSSAERTS, W. | / | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 5 VAILLANT, B. | / | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,0 | 0 | 1,0 | 0 |
| 6 MAES, R. | / | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 7 VANDEWAL, R. | / | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 8 HUYBRECHTS, H. | / | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 9 VANDERGOTEN, R. | / | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0 | 1,0 | 2,0 | 3,0 |
| 10 SAELENS, B. | / | 0 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1,0 | 2,0 | 1,0 | 1,0 | 2,0 | 3,0 | 4,0 |
| 11 POOSEN, B. | / | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 12 DIERCKY, L. | / | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| FALLO CONTRARIO | 3 | 0 | 3 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4,0 | 2,0 | 0 | 2,0 | 2,0 | 1,0 | 6,0 | 5,0 |
| TOTAL EQUIPO | 3 | 1 | 15 | 8 | 1 | 4 | 1 | 1 | 7,0 | 5,0 | 7,0 | 5,0 | 6,0 | 4,0 | 20,0 | 14,0 |

écarts: 7 6 4 17

ENTRENADOR: VLEMINCKX, J.

1ER. ARBITRO: PARK, J. COR
2DO. ARBITRO: DUSAN, P. CHE

ANOTADOR: CRUZ, J.C. MEX

NOTAS: C - CAMBIOS : changements de service (ou "rotations")
T - TANTOS
- - NO JUGO
0 - NO ANOTO
/ - NO HUBO CAMBIO

Fig.8 - Erreurs d'observation dans les résultats officiels des Jeux Olympiques de Mexico.

Dans un set de volley-ball, l'écart des changements de service ("cambios" : c) entre les deux équipes est nécessairement égal à 0 ou à 1. Faisant état d'écarts atteignant 7, ces résultats sont truffés d'erreurs. Pour un match en trois sets, l'écart ne peut valoir que 1 ou 2 ; or ici, il s'élève à 17 ! Sur les 73 matchs de Mexico, 47 présentent de tels constats erronés. Les mécanismes du système des scores n'a peut-être pas été tout à fait élucidé.

Source : Résultats finaux des Jeux de la XIXème Olympiade-Mexico 68 - volume II-Volley-ball, p.13.01 à p.13.61.

Quel que soit le déroulement d'un set et quel qu'en soit le score terminal, on constate que le nombre de changements de services remportés par les deux équipes est le même à une unité près.

Globalement donc, au point de vue du score final et des résultats quantitatifs, les changements de service font office de poids mort. On peut dire que les changements de service "ne creusent pas l'écart", ne permettant pas de départager les adversaires. Si un set se prolonge en atteignant une centaine de coups par exemple, l'écart des coups gagnés par les deux équipes reste parallèle à l'écart des points : un nombre de coups important ne traduit donc aucunement une supériorité latente de l'une des deux équipes.

Le facteur déterminant, c'est le point remporté après le premier coup gagné sur service adverse : il amorce une "série".

L'ensemble des propriétés précédentes invite à deux conclusions se référant à des données quantitatives :

- . au point de vue relatif, d'équipe à équipe : les nombres de changements de service remportés de part et d'autre s'équilibrent et ne départagent pas les équipes (propriétés 3,5,6). La différence des coups épouse la différence des points.
- . au point de vue absolu, sur l'ensemble du set : le total des coups peut être très différent du total des points, de l'ordre du double ou du triple par exemple (propriétés 1,2). Ce sont les changements de service (propriété 4) qui sont à l'origine de la variation considérable du nombre de coups dont on peut penser qu'elle influe massivement sur la durée du set. Au point de vue du retentissement direct sur le score, des dizaines de coups pourtant semblables aux autres quant à la situation de jeu, ne servent donc à rien.

Les actions motrices exubérantes et apparemment uniques de chaque rencontre de volley-ball s'inscrivent toutes sur un canevas des scores invariant et particulièrement ingénieux. Le déroulement d'un set souscrit à une logique interne associée à des structures mathématiques précises. Il nous reste, d'une part à approfondir certaines caractéristiques répondant au déroulement concret des sets, d'autre part à envisager le système du match qui relativise les résultats des différents sets. Enfin, des comparaisons entre plusieurs sports permettront d'identifier des catégories généralisables de systèmes de scores. Ce sera l'objet du prochain article.

BIBLIOGRAPHIE

—

- [1] Volley-ball - Règles internationales, Paris, Fédération Française de Volley-ball.
- [2] Résultats finaux des Jeux de la XIXème Olympiade, Mexico 68.
- [3] PARLEBAS, Pierre, Eléments de sociologie du sport, Collection "Sociologies", Paris, Presses Universitaires de France, 1986.