MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

C. FLAMENT

Un modèle des jugements de similitude

Mathématiques et sciences humaines, tome 65 (1979), p. 5-21
<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1979__65__5_0>

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1979, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (http://msh.revues.org/) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Math. Sci. hum. (17e année, n°65, 1979, p.5-21)

Un modèle des jugements de similitude*

C. FLAMENT**

1. INTRODUCTION

Dans diverses recherches (sur les structures sémantiques (Miller, 1969), les structures cognitives (Rosh et al. 1975, 1976 ; Bramaud et al., 1977), les représentations sociales (Flament, 1979)...), on demande à une population d'exprimer des jugements de similitude entre des mots (ou, plutôt, entre les référents dénotés par ces mots - par commodité formelle, nous parlerons d'objets). On pense que les objets se ressemblent d'autant plus qu'ils ont en commun des propriétés (traits définitoires, mais aussi, connotatifs). Le but de telles recherches est d'identifier ces propriétés.

En général, on dispose, empiriquement, d'un indice numérique de similitude sur les paires d'objets. Par exemple, on présente chaque paire à chaque sujet, et on recueille une appréciation de ressemblance plus ou moins finement quantifiée ; l'indice résulte de la moyenne sur la population. Ou bien, on inscrit chaque mot sur un carton et on demande à chaque sujet de diviser les cartons en "tas d'objets allant ensemble" ; parfois, on suggère un critère (assez général) de division ; l'indice est alors donné par le pourcentage de sujets qui ont mis deux mots dans un même tas.

Dans des travaux déjà anciens (Miller, 1969), on exige (sans que la raison soit évidente), que le matériel soit structuré selon un arbre taxonomique ; les techniques pour obtenir un tel résultat sont maintenant bien connues (Lerman, 1970).

* Travail présenté à la 8ème Conférence Européenne de Psychologie Mathématique, Sarrebruck, Septembre 1977.

** Laboratoire de Psychologie, Université de Provence.

Les techniques, dites de "k-recouvrement", reviennent, dans notre problème, à imposer que deux propriétés soient communes à k-1 objets au plus (Jardine et Sibson, 1971 ; Defays, 1976). Cette restriction n'a aucun sens pour notre problème.

Dans le cas général, où aucune contrainte de structure n'est imposée, une seule solution a été proposée, à notre connaissance (Shepard et Arabie, 1975); elle est de nature statistique (maximisation de la part de variance expliquée). Nous proposons une méthode de nature algébrique, fondée sur les propriétés de tout tableau booléen, quelle qu'en soit la signification psychologique.

2. LE PROBLEME

Ce qui est observé

Désignons par $P = \{p, q, \ldots\}$ l'ensemble des paires de X. A chaque paire, l'observation attache un indice σ de similitude, par exemple compris entre zéro et 1 : σ : $P \rightarrow [0,1]$.

Ce qui est supposé

On pense qu'il existe un ensemble Y (inconnu) de propriétés possédées ou non par tel ou tel objet x de X. C'est à dire qu'on imagine un tableau booléen X.Y, dont la valeur, dans la case ($x \in X$, $y \in Y$) est : $\delta(x, y) = 1$ si l'objet x possède la propriété y, et $\delta(x, y) = 0$ sinon.

Note : deux propriétés peuvent être complémentaires ; par exemple, bleu (y_1) et rouge (y_2) si les objets n'ont pas d'autre couleur ; même dans ce cas, la formalisation que nous utilisons considère que $\delta(x, y_1) = 0$ veut seulement dire "x n'est pas bleu" ; "x est rouge" est donné seulement par $\delta(x, y_2) = 1$; le fait que : $\delta(x, y_1) = 0 \Rightarrow \delta(x, y_2) = 1$ n'est pas pris en considération.

L'hypothèse centrale

Notons par αp l'ensemble des propriétés communes aux

deux éléments de la paire p. On suppose que si une paire p a les propriétés communes d'une paire q, plus quelques autres, la similitude σ de la paire ayant le plus de propriétés communes est supérieure à celle de l'autre paire :

/1/ $\alpha q \subset \alpha p \Longrightarrow \sigma q \leqslant \sigma p$.

Nous verrons plus loin, une spécification numérique de cette relation fondamentale, dont nous allons d'abord tirer les conséquences algébriques.

Le problème

Trouver un ensemble Y, et un tableau booléen X.Y tels que /1/ soit vérifiée.

3. ETUDE ALGEBRIQUE

3.1. *Correspondance de Galois*

3.1.1. Etant donné un tableau booléen X.Y, on définit une application $\alpha : \mathcal{P}(X) \longrightarrow \mathcal{P}(Y)$ entre l'ensemble des parties de X et l'ensemble des parties de Y :

. $\alpha(\emptyset) = Y$

. pour toute partie A non vide de X,

$\alpha A = \{ y : y \in \mathcal{Y},\ \mathcal{J}(x, y) = 1,\ \forall x \in A \}$;

si Y est l'ensemble des propriétés susceptibles d'être possédées par les objets de X, αA est l'ensemble des propriétés communes à tous les objets de A ; c'est cette application α qui est utilisée en /1/.

Dualement, on définit $\beta : \mathcal{P}(Y) \longrightarrow \mathcal{P}(X)$:

. $\beta(\emptyset) = X$

. pour toute partie B non vide de Y :

$\beta B = \{ x : x \in X,\ \mathcal{J}(x, y) = 1,\ \forall y \in B \}$.

C'est l'ensemble des objets ayant en commun les propriétés figurant en B.

On sait (Birkhoff, 1940 ; Barbut, Monjardet, 1970, Chap. 5) que le couple (α , β) est une correspondance de Galois entre $\mathcal{P}$(X) et $\mathcal{P}$(Y), c'est à dire qu'on vérifie la relation de Pickert (1952) :

$$A \subset X,\ B \subset Y : A \subset \beta B \Leftrightarrow \alpha A \supset B$$

(la définition classique est quelque peu différente, mais équivalente).

3.1.2. Les applications constituant une correspondance de Galois ont de nombreuses propriétés. Ainsi, α et β sont monotones décroissantes, et leur composition est involutive - ce qui permet de réécrire /1/ :

$$\alpha q \subset \alpha p \Rightarrow \beta\alpha q \supset \beta\alpha p \quad \text{(décroissance de } \beta\text{)}$$
$$\Rightarrow \alpha\beta\alpha q \subset \alpha\beta\alpha p \quad \text{(décroissance de } \alpha\text{)}$$
$$\Rightarrow \alpha q \subset \alpha p \quad \text{(involution) ;}$$

donc : $\alpha q \subset \alpha p \Leftrightarrow \beta\alpha q \supset \beta\alpha p$,
et /1/ se réécrit :

/2/ $\beta\alpha q \supset \beta\alpha p \Rightarrow \sigma q \leqslant \sigma p$;

l'intérêt de /2/ provient de ce que $\beta\alpha$ est une fermeture.

3.2. *Fermeture*

L'application φ de $\mathcal{P}$(X) dans lui-même est une fermeture si on vérifie la relation de Morgado (1962) :

$$A, A' \subset X : A \subset \varphi A' \Leftrightarrow \varphi A \subset \varphi A'$$

(la définition classique est quelque peu différente, mais équivalente).

Soit (α , β) la correspondance de Galois associée à un tableau booléen X.Y ; on démontre que le composé $\beta\alpha$ est une fermeture dans $\mathcal{P}$(X).

La partie φA est la fermeture de la partie A de X.

On dit qu'une partie F de X est φ- fermée si elle est égale à sa fermeture : $\varphi F = F$.

3.4. *Réseau de fermeture*

Une famille $\mathcal{F}$ de parties de X est un réseau de fermeture (ou : famille de fermés) si :

. $X \in \mathcal{F}$

. $F_i, F_j \in \mathcal{F} \Rightarrow (F_i \cap F_j) \in \mathcal{F}$;

on démontre (Dubreil et Dubreil-Jacotin, 1961, p. 8) que l'application φ dans $\mathcal{P}(X)$, définie par :

$$A \subset X : \quad \varphi A = \bigcap_{A \subset F} F$$

est une fermeture, dont $\mathcal{F}$ est l'ensemble des fermés.

3.5. *Extension d'un tableau booléen*

Soit un tableau booléen X. Y ; ajoutons, si nécessaire, des colonnes à ce tableau, afin d'obtenir un tableau booléen $X.Y^*$ $(Y \subset Y^*)$ tel que, (α, β) et (α^*, β^*) étant les correspondances de Galois associées respectivement à ces tableaux :

. $\exists\, y \in Y^* : \quad \beta^* y = X$

. $\forall\, y_i, y_j \in Y^*, \exists\, y_k \in Y^* : \beta^* y_k = \beta^* y_i \cap \beta^* y_j$.

On voit donc que la famille $\mathcal{F} = \{ F : F = \beta^* y \subset X, y \in Y^* \}$ est un réseau de fermeture associé au tableau booléen $X.Y^*$, c'est à dire, au tableau X.Y. <u>On a en effet</u> : $\beta^* \alpha^* = \beta\alpha$ (Barbut, Monjardet, 1970, p. 27).

Considérons $y_i, y_j \in Y$, propriétés prises initialement en considération ; dans l'extension à Y^*, on a y_k tel que $\beta^* y_k = \beta\, y_i \cap \beta\, y_j$, qui peut se lire : les objets ayant la propriété y_k ne sont autres que ceux ayant la propriété y_i <u>et</u> la propriété y_j ; en d'autres termes, la propriété y_k peut être considérée comme la conjonction des propriétés y_i et y_j. Mais nous ne pouvons poser

a priori que les objets désignés par la conjonction de certaines propriétés n'aient, par ailleurs, en commun une autre propriété, spécifique.

Aussi, notre problème devient : trouver un ensemble Y^*, étendu au maximum, et un tableau booléen $X.Y^*$, tels que /1/ soit vérifiée - quitte à réduire le tableau quand on interprètera les propriétés.

3.6. *Tableau d'une fermeture*

Soit φ une fermeture dans $\mathcal{P}(X)$, et $\mathcal{F}$ l'ensemble des parties φ - fermées de X. Si $\mathcal{F} = \{F_1, F_2, \ldots, F_j, \ldots, F_m\}$ créons un ensemble $Y = \{y_1, y_2, \ldots, y_j, \ldots, y_m\}$, en bijection évidente avec $\mathcal{F}$. Construisons le tableau X. Y en posant : $\delta(x, y_j) = 1 \Leftrightarrow x \in F_j$; on montre (Everett, 1944 ; Flament, 1977) que, (α, β) étant la correspondance de Galois associée au tableau X.Y, on a : $\beta\alpha = \varphi$.

Notons que le tableau ainsi construit est étendu au maximum.

3.7. *Transposition du problème*

On suppose qu'il existe un tableau booléen X.Y, Y étant inconnu ; à ce tableau est associée une correspondance de Galois (α, β), et une fermeture $\beta\alpha$ dans $\mathcal{P}(X)$; cette fermeture est liée aux similitudes observées (relation /2/, § 3.1.2.). Si on découvre cette fermeture, son tableau est l'extension maximum du tableau supposé.

Donc, notre problème est maintenant : trouver une fermeture φ sur $\mathcal{P}(X)$, telle que pour toute paire p, q, d'éléments de X, on vérifie la relation aux similitudes observées :

/3/ $$\varphi q \supset \varphi p \Rightarrow \sigma q \leq \sigma p.$$

3.8. *Restriction d'une fermeture aux paires de X*

Nous n'avons d'informations empiriques qu'au niveau des paires d'éléments de X (indice de similitude). Donc, on ne peut définir de contraintes qu'à ce niveau ; c'est ce que fait la relation /3/.

Si l'application φ recherchée est une fermeture sur $\mathcal{P}(X)$, elle vérifie la relation de Morgado (§ 3.2.), ce qui se traduit, au niveau des paires, par :

/4/ $$p \subset \varphi q \iff \varphi p \subset \varphi q .$$

On peut alors remplacer /3/ par :

/5/ $$p \subset \varphi q \Rightarrow \sigma p \geqslant \sigma q ;$$

cette dernière relation est plus directement utile que /3/.

Notons une conséquence de /4/ ; on a évidemment : $\varphi p \subset \varphi p$; d'où : $p \subset \varphi p$.

$P = \{ p, q, \ldots \}$ étant l'ensemble des paires de X, une application $\varphi : P \to \mathcal{P}(X)$ vérifiant /4/ est la restriction à P d'une fermeture $\varphi : \mathcal{P}(X) \to \mathcal{P}(X)$ (cf. Flament, 1978). Mais rien n'assure que toutes les parties φ - fermées soient des fermetures de paires. En d'autres termes, l'ensemble $\mathcal{F}_P = \{ F : F \subset X, F = \varphi p, p \in P \}$ des fermetures de paires, n'est pas forcément un réseau de fermeture (§ 3.4.) ; il est clair que le réseau de fermeture $\mathcal{F}$ <u>minimum</u> contenant $\mathcal{F}_P$ s'obtient en ajoutant lorsque c'est nécessaire, X, et les intersections des fermetures de paires. Pratiquement, il suffit de construire (comme en 3.6) le tableau de $\mathcal{F}_P$, et d'en faire l'extension (§ 3.5.).

4. ALGORITHME

4.1. On peut toujours trouver plusieurs applications φ de l'ensemble des paires de X dans $\mathcal{P}(X)$, vérifiant /4/ et /5/ ; par exemple, on pose : $\varphi p = p$ pour toute paire p : n'ayant jamais ni $p \subset \varphi q$, ni $\varphi p \subset \varphi q$, les contraintes /4/ et /5/ ne peuvent être violées ! Cette solution triviale est sans intérêt psychologique : pour l'essentiel, cela revient à supposer une propriété spécifique pour chaque paire, sans faire apparaître de propriété plus globale.

Il convient donc de rechercher <u>les ensembles φp les plus vastes possibles</u>.

Cette nouvelle contrainte ne conduit pas toujours à une solution unique ; l'étude de divers exemples montre qu'il faut choisir la solution (qui est alors unique) où <u>les ensembles φp les plus vastes sont d'abord recherchés pour les paires ayant les similitudes les plus fortes</u> ; ce privilège donné aux paires les plus saillantes semble assez normal, et, de fait, les propriétés trouvées dans cette solution sont généralement plus naturellement interprétables que celles trouvées dans toute autre solution.

4.2. Supposons $X = \{a, b, c, d\}$, les similitudes étant : $\sigma(ab) = \sigma(bc) > \sigma(ac) > \sigma(ad) = \sigma(cd) > \sigma(bd)$. Peut-on avoir : $c \in \varphi(ab)$? On aurait alors $\{a, c\} \subset \varphi(ab)$, ce qui, par /5/, ne se peut que si : $\sigma(ac) \geq \sigma(ab)$, ce qui n'est pas le cas ; de même, on voit que d ne peut figurer dans $\varphi(ab)$; donc, on a : $\varphi(ab) = \{a, b\}$; de même, on trouve : $\varphi(bc) = \{b, c\}$. Par contre, il n'y a aucune contradiction à poser $\varphi(ac) = \{a, b, c\}$.

Peut-on avoir : $c \in \varphi(ad)$; /5/ n'est pas directement violée : si $\{a, c\}, \{c, d\} \subset \varphi(ad)$, on doit avoir : $\sigma(ac), \sigma(cd) \geq \sigma(ad)$, ce qui est vrai. Mais /4/ est violée : si on a $\{a, c\} \subset \varphi(ad)$, on doit avoir $\varphi(ac) \subset$

φ(ad), c'est-à-dire : $\{a, b, c\} \subset \varphi(ad)$; alors on a : $\{b, d\} \subset \varphi(ad)$, c'est-à-dire : $\sigma(bd) \geq \sigma(ad)$, ce qui est faux. On a alors deux solutions : réduire φ(ac) à $\{a, c\}$ et faire figurer c dans φ(ad) ; ou bien conserver $\varphi(ac) = \{a, b, c\}$, et poser $\varphi(ad) = \{a, d\}$; la première solution augmente la taille de la fermeture d'une paire au détriment de la fermeture d'une paire de similitude supérieure - au contraire de la deuxième solution. La deuxième solution est donc meilleure.

De même, on posera : $\varphi(cd) = \{c, d\}$; et enfin : $\varphi(bd) = X$.

Il convient de préciser cette démarche par un algorithme.

4.3. *Algorithme*

La notion de clique dans une famille de parties nous est nécessaire :

Soit $\mathcal{G}$ une famille quelconque de parties G de X ; la partie C de X est une clique de $\mathcal{G}$ si, pour toute paire $p \subset C$, il existe $G \in \mathcal{G}$ telle que : $p \subset G \subset C$ (note : si toute partie G a exactement deux éléments, $\mathcal{G}$ est un graphe, et on retrouve la notion habituelle de clique).

Une clique C de $\mathcal{G}$ est maximale s'il n'existe pas de clique C' de $\mathcal{G}$ incluant strictement C.

- On range les paires en raison décroissante de leur similitude : P_1 contient la paire, ou les paires, ayant la similitude la plus forte ; P_2 contient la paire, ou les paires, ayant la similitude immédiatement inférieure...
- On pose : $\mathcal{G}_o = \emptyset$.
- Soit $\mathcal{C}_i$ l'ensemble des cliques maximales de $(\mathcal{G}_{i-1} \cup P_i)$; et pour tout $p \in P_i$, on pose : $\varphi p = \bigcap (C : p \subset C \in \mathcal{C}_i)$.
- On continue en posant : $\mathcal{G}_i = \mathcal{G}_{i-1} \cup \{\varphi p : p \in P_i\}$; le dernier ensemble $\mathcal{G}_i$ construit est donc l'ensemble $\mathcal{F}_P$ cherché (§ 3.8).

On montre que $\mathcal{F}_P$ est un réseau de fermeture si pour tout i, chaque paire de P_i n'est contenue que dans une seule des cliques maximales créées à l'étape i (c'est une condition suffisante, mais non nécessaire).

5. *ILLUSTRATION*

Bien que le matériel utilisé soit extrait d'une recherche réelle (Bramaud, 1977), nous n'avons d'autre but ici que d'illustrer la méthode.

L'ensemble des objets est : Avion ; Bicyclette ; Hélicoptère ; Train ; Voiture.

Les 10 paires ont été présentées à 75 étudiants, qui, pour chaque paire devaient juger la ressemblance des deux objets en notant de zéro à 10. La somme de ces notes, divisée par 750, donne un indice entre zéro et 1 ; on obtient :

1 - AH : . 83	4 - AT : . 46	8 - BT : . 32
2 - TV : . 62	5 - HT : . 41	9 - AB : . 22
3 - BV : . 47	6 - AV : . 40	10 - BH : . 20.
	7 - HV : . 37	

Les étapes de l'algorithme sont montrées par la figure 1; et l'application φ est :

p	φ p		p	φ p	
AH	AH	(1)	AV	ATV	(6)
TV	TV	(2)	HV	AHTV	(7)
BV	BV	(3)	BT	BTV	(8)
AT	AT	(4)	AB	ABTV	(9)
HT	AHT	(5)	BH	ABHTV	(10)

Figure 1. Les étapes de l'algorithme

Figure 2. Organisation de $\mathcal{F}_p$ par inclusion

Dans ce cas, à chaque étape, on n'a construit qu'une seule clique par paire, et donc, l'ensemble $\mathcal{F}_p$ est un réseau de fermeture.

Le tableau cherché est donc :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	1			1	1	1	1		1	1
B			1					1	1	1
H	1				1		1			1
T		1		1	1	1	1	1	1	1
V		1	1			1	1	1	1	1

La figure 2 permet de visualiser les intersections.

On peut tenter une interprétation :

10 - ABHTV : véhicules
9 - ABTV : véhicules autres qu'Hélicoptère
7 - AHTV : Véhicules à moteur
8 - BTV : véhicules terrestres
6 - ATV : 7 et 9
5 - AHT : véhicules non personnels
3 - BV : véhicules personnels
2 - TV : 7 et 8
4 - AT : 5 et 9
1 - AH : véhicules aériens.

D'autres interprétations peuvent être proposées.

Discutons seulement le problème des propriétés conjonctives (cf. § 3.5.). Nous avons indiqué : 2 = 7 et 8 ; mais peut-on dire que "train-voiture" est seulement la classe des "véhicules terrestres à moteur" ? Pour des étudiants qui se déplacent couramment entre Aix et Marseille, train et voiture sont les "véhicules courants", et nous proposons cette signification spécifique de la colonne 2. De même, 4 = AT peut signifier "transports publics"...

6. QUANTIFICATION DU MODELE

6.1. Pondération

Il est raisonnable de penser que toutes les propriétés dégagées par l'étude algébrique, n'ont pas la même importance psychologique. Attachons donc à chaque propriété y, un poids w_y, et supposons que la valeur de similitude σp est la somme pondérée des propriétés communes :

$$/6/ \quad \sigma p = \sum_{y \in dp} w_y .$$

Un tel modèle additif est courant en psychologie ; c'est un cas particulier du modèle de Tversky (1977) ; le travail statistique de Shepard et Arabie (1975) est fondé uniquement sur /6/.

En se guidant sur le schéma de la figure 2, on peut écrire les équations de type /6/ servant à calculer les w_i :

10 - σ(BH) = w_{10} = .20 ;
9 - σ(AB) = $w_{10} + w_9$ = .22 ; d'où : w_9 = .02 ;
8 - σ(BT) = $w_{10} + w_9 + W_8$ = .32 ; d'où : w_8 = . 10 ;
7 - σ(HV) = $w_{10} + w_7$ = .37 ; d'où : w_7 = .17 ;
6 - σ(AV) = $w_{10} + w_9 + w_7 + w_6$ = .40 ; d'où : w_6 = .01 ;
5 - σ(HT) = $w_{10} + w_7 + w_5$ = .41 ; d'où : w_5 = .04 ;
4 - σ(AT) = $w_{10} + w_9 + w_7 + w_6 + w_5 + w_4$ = .46 ; d'où : w_4 = .02 ;
3 - σ(BV) = $w_{10} + w_9 + w_8 + w_3$ = .47 ; d'où : w_3 = . 15;
2 - σ(TV) = $w_{10} + w_9 + w_8 + w_7 + w_6 + w_2$ = .62 ; d'où : w_2 = .12 ;
1 - σ(AH) = $w_{10} + w_7 + w_5 + w_1$ = .83 ; d'où : w_1 = .42.

On remarque certaines valeurs pratiquement nulles ; par exemple, w_9 = .02 est le poids du facteur "véhicules autres qu'hélicoptère", définition qui n'était pas très satisfaisante. On remarque que deux des trois propriétés conjonctives sont de poids très faibles : w_6 = .01 et w_4 = .02 ; par con-

tre, la troisième propriété conjonctive (TV) a un poids spécifique (indépendant de la conjonction) relativement élevé : w_2 =.12.

6.2. *Simplification*

On peut souhaiter simplifier les résultats en supprimant les propriétés de poids faibles. Pour ce faire, on peut utiliser des tests statistiques classiques. Ainsi, pour savoir si w_9 = .02 est négligeable, on remarque que : $w_9 = \sigma(AB) - \sigma(BH)$; cette différence entre deux moyennes observées peut être éprouvée par un t de Student.

Plus simplement ici, nous remarquons que 4 valeurs sont inférieures à .05 (w_6 = .01 ; $w_9 = w_4$ = .02 ; w_5 = .04), alors que toutes les autres sont supérieures ou égales à .10 ; nous décidons de supprimer les propriétés ayant un poids inférieur à .05.

On obtient un nouveau tableau :

	1	2	3	7	8	10
A	1			1		1
B			1		1	1
H	1			1		1
T		1		1	1	1
V		1	1	1	1	1

Ce faisant, on perd des propriétés qui différenciaient certaines paires ; désignons par (α', β') la correspondance de Galois de ce nouveau tableau, et cherchons les ensembles α'p et $\beta'\alpha'$p ; si des paires se trouvent maintenant avoir même ensemble de propriétés communes (α'p) (et donc même fermeture $\beta'\alpha'$p) on calcule le nou-

vel indice de similitude σ' comme moyenne des σ de ces paires ; cela permet alors de calculer les nouvelles pondérations w_i' :

σ	p	$\alpha'p$	$\beta'\alpha'p$	σ'	w'
.83	AH	1, 7, 10	AH	.83	$w'_1 = .42$
.62	TV	2, 7, 8, 10	TV	.62	$w'_2 = .10$
.47	BV	3, 8, 10	BV	.47	$w'_3 = .15$
.46	AT	7, 10	AHTV	.41	$w'_7 = .20$
.41	HT				
.40	AV				
.37	HV				
.32	BT	8,10	BTV	.32	$w'_8 = .11$
.22	AB	10	ABHTV	.21	$w'_{10} = .21$
.20	BH				

6.3. *Remarque : approximation et algèbre*

On aura sûrement remarqué que certaines paires ont des similitudes très semblables ; par exemple : σ(BV) = .47 et σ(AT) = . 46 ; on aura peut-être pensé que l'approximation statistique aurait dû être faite avant de démarrer l'algorithme, en espérant alléger le travail.

Nous avons préféré établir d'abord la structure du système ; on voit (figure 2) que BV et AT se trouvent structurellement éloignées(ces paires n'ont en commun que les propriétés 9 et 10). Par contre, on est amené à confondre σ (AT) = .46 et σ(HT) = .41, parce que cette différence (faible, mais supérieure à la précédente) résulte, selon l'analyse algébrique, de trois poids négligeables) (w_9 = .02 ; w_6 = .01 ; w_4 = .02)...

BIBLIOGRAPHIE

BARBUT M., MONJARDET B., Ordre et classification (vol.2), Paris, Hachette, 1970.

BIRKHOFF G., Lattice theory, Providence, Colloquium Publications, Vol. XXV, A.M.S., 1940.

BRAMAUD du BOUCHERON G., COTILLON J.M., Les enfants organisent-ils hiérarchiquement les concepts d'objets ?, Poitiers, Laboratoire de Psychologie de l'Université de Poitiers, 28 p. multigraphiées, 1977.

DEFAYS D., "K-recouvrement et sous-ensembles flous", Bull. Soc. Roy. Sciences Liège, 45 (3-4), 1976, 81-88.

DUBREIL P., DUBREIL-JACOTIN M.L., Leçons d'algèbre moderne, Paris, Dunod, 1961.

EVERETT C.J., "Closure operators and Galois theory in lattice", Trans. Amer. math. Soc., 55, 1944, 514-525.

FLAMENT C., "Correspondances de Galois et de Benado ; applications fermantes", (proposé à : Journal of Combinatorial Theory), 1977.

FLAMENT C., "Un theorème de point fixe dans les treillis", Math. Sci. hum., 61, 1978, 61-64.

FLAMENT C., "Similarity analysis : a technique for research into social representations", in S. Moscovici, Social Representations (à paraître), 1979.

JARDINE N., SIBSON R., Mathematical taxonomy, Londres, Wiley, 1971.

LERMAN I.C., Les bases de la classification automatique, Paris, Gauthier-Villars, 1970.

MILLER G.A., "A psychological method to investigate verbal concepts", Journal of Mathematical Psychology, 1969, 6, 169-191 (traduction française in J. MEHLER ET G. NOIZET, Textes pour une psycholinguistique, Paris, Mouton, 1974).

MORGADO J., "A characterization of the closure operators by means of one axiom", Portugal. Math. 21, 1962, 155-156.

PICKERT G., "Bemerkungen über Galois-Verbindungen", Arch. Math., 3 , 1952, 285-289.

ROSH E., MERVIS C.B., "Family resemblances : studies in the internal structure of categories", Cognitive Psychology, 7, 1975, 573-605.

ROSH E., MERVIS C.B., GRAY W.D., JOHNSON D.M., BOYES-BRAEM P., "Basic objects in natural categories", Cognitive Psychology, 8, 1976, 382-439.

SHEPARD R.N., ARABIE P., "Additive cluster analysis of similarity data", in Theory, methods and applications of multidimensional scaling and related techniques US-Japan Seminar, University of California, San Diego , 1975, 59-64.

TVERSKY A., "Similarity features", Psychological Review, 84, 1977, 327-352.