MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

P. PARLEBAS

Effet Condorcet et dynamique sociométrique. II : incohérences rationnelles et cohésions groupales

Mathématiques et sciences humaines, tome 37 (1972), p. 37-67

<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1972__37__37_0>

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1972, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (http://msh.revues.org/) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Math. Sci. hum. (10e année, n° 37, 1972, p. 37-67)

EFFET CONDORCET ET DYNAMIQUE SOCIOMÉTRIQUE II : INCOHÉRENCES RATIONNELLES ET COHÉSIONS GROUPALES

par
P. PARLEBAS [1]

L'ORDRE DE PRÉFÉRENCE AU NIVEAU COLLECTIF

I. LE PARADOXE DE CONDORCET

La procédure Condorcet permet de construire un ordre collectif à partir des ordres individuels. On considère les préférences avis par avis. Pour toute paire, on procède au décompte des voix et on retient la préférence qui recueille la majorité absolue. On obtient donc $\binom{n}{2}$ avis majoritaires (pour n candidats) avec lesquels on compose l'opinion groupale. Cette relation de Condorcet R établit ainsi un ordre collectif résultant, qui est la médiane des préférences individuelles [19].

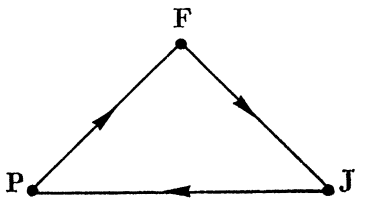
Soit un groupe impair de votants E, d'effectif $|E| = 2\,k + 1$; chaque votant i fournit un ordre R_i

$$R = \bigcap_{|A| \geqslant k+1} \left(\bigcup_{i \in A} R_i \right) = \bigcup_{|A| \geqslant k+1} \left(\bigcap_{i \in A} R_i \right).$$

Le rangement obtenu peut être *transitif ;* dans ce cas, l'ensemble des candidats est totalement ordonné : l'opinion est cohérente. Mais cette logique d'ordination n'est pas inéluctable. Dès 1785, Condorcet avait signalé la possibilité de contradiction : « Or, il est possible, écrit-il, s'il y a seulement trois candidats, qu'un d'entre eux ait plus de voix qu'aucun des deux autres ; et que cependant l'un de ces derniers, celui même qui a eu le moins de voix, soit régulièrement regardé par la pluralité [la majorité] comme supérieur à chacun de ses concurrents » [8]. Cette « assertion paraît paradoxale » souligne cet auteur. Or de tels paradoxes ne sont pas que des éventualités théoriques. Ainsi, sur les quatre opinions du groupe des douze filles, il y en a une qui est « paradoxale » ; et sur les quatre opinions du groupe des dix garçons, il y en a trois frappées d'Effet Condorcet (E C) !

Par exemple, quand les garçons classent les filles au critère leadership, la règle de majorité entraîne des incompatibilités logiques ; extrayons de cette opinion un circuit caractéristique portant sur trois candidates parmi les six.

F > J par 6 choix contre 4
J > P par 7 choix contre 3
P > F par 7 choix contre 3



Exemple de majorité cyclique

1. Professeur à l'École Normale Supérieure d'Éducation Physique (Châtenay-Malabry), UER de Mathématique, Logique Formelle et Informatique, Université René Descartes, Paris.

Cette relation de préférence majoritaire antisymétrique et complète est *une relation de tournoi* (elle peut exceptionnellement ne pas être antisymétrique quand n est pair) [20].

Les dix hiérarchies *individuelles* des garçons classant les candidats au critère affectif, sont toutes intégralement cohérentes ; or l'opinion groupale résultant de l'agrégation de ces ordres transitifs est *intransitive.*

L'E C est en effet un phénomène collectif dépendant des conditions de regroupement des échelles individuelles, conditions qui déterminent une certaine répartition des avis majoritaires. Cette répartition varie selon les regroupements dont certains produisent une opinion cohérente et dont d'autres suscitent un E C. On voit que la présence d'E C déborde le plan de la logique pour déboucher sur celui des phénomènes psycho-sociaux. On peut alors penser qu'un E C est le signe d'une *hétérogénéité groupale.* C'est précisément ce qu'a avancé G. Th. Guilbaud qui écrit notamment :« Le vote fonctionne d'abord comme un test du degré d'unification du corps électoral » [1] ; et cet auteur est encore plus catégorique quand il affirme :« l'Effet Condorcet lui-même doit être considéré comme un symptôme pathologique de trop profonde division sociale » [1].

Dans cette perspective, notre hypothèse est que *la présence d'un E C est le révélateur d'un conflit de groupe.* L'hypothèse sous-jacente complémentaire suggère que les opinions individuelles ne sont pas des caractéristiques strictement personnelles, mais qu'elles sont soumises à une pression de conformité diffusée par les sous-groupes.

Les critères de préférence étant indexés aux affinités, on peut penser qu'*un défaut de cohérence trahit un défaut de cohésion.* Notre hypothèse serait qu'il y a une forte probabilité pour que les enfants qui émettent des choix très proches fassent partie d'un même sous-groupe ou aspirent à en faire partie. Réciproquement, tout sous-groupe constitué qui possède une forte cohésion a de sérieuses chances d'obtenir une forte cohérence. Le cas-limite serait représenté par des échelles individuelles, toutes identiques.

Cohésion donc cohérence et cohésion parce que cohérence ? La parenté phonétique des deux concepts facilite le passage du plan de la logique au plan de l'affectif ; mais ce passage est-il légitime ?

Pour tester toutes ces hypothèses, il semble souhaitable de suivre la démarche suivante :

— A l'aide des réponses sociométriques, explorer en profondeur la structure des groupes de garçons et de filles : déceler les courants de sympathie et d'aversion, la présence éventuelle d'isolés, de sous-groupes et de cliques. Il sera important de déterminer *la cohésion des groupes* et des sous-groupes de façon précise, si possible quantifiée.

— Mettre en évidence *les opinions collectives*, par composition des opinions individuelles des sujets appartenant aux groupes révélés par les configurations sociométriques.

Selon notre hypothèse, les E C des opinions collectives doivent avoir une probabilité d'apparition :

— *Réduite :* dans les groupes et sous-groupes doués de cohésion.

— *Élevée :* dans les groupes et sous-groupes conflictuels.

II. ÉVALUATION ET MESURE DE LA COHÉSION

Traditionnellement, la cohésion d'un groupe d'effectif n est mesurée par le nombre de *choix réciproques*, souvent rapporté d'ailleurs au nombre total n de sujets du groupe. D'une part, comme le nombre de réciprocités possibles croît comme $\frac{n(n-1)}{2}$ et non comme n, il conviendrait plutôt de rapporter cet effectif de réciprocités à $\frac{n(n-1)}{2}$ qui représente l'ensemble des possibles. D'autre part, le nombre de

choix réciproques n'est qu'un des facteurs parmi d'autres qui déterminent le réseau des affinités : la répartition des liaisons, *leur organisation interne* représente une autre variable qui joue un rôle capital et dont il faut absolument tenir compte.

Enfin, si les choix sont un élément d'importance, il en est d'autres qui interviennent de façon puissante : les *rejets* ainsi que les *attentes* de choix et de rejet.

C'est à partir de ces observations que nous allons tenter une approche de la cohésion des groupes. Pour alléger, nous nous appuierons surtout sur le groupe des garçons, d'autant que celui-ci possède une structure exceptionnellement favorable à une étude expérimentale des préférences.

Pour explorer les structures de groupe, on possède des outils mathématiques particulièrement intéressants : il s'agit de la théorie des graphes et de la théorie des matrices. Claude Flament [9] et Roger Daval [10] ont déjà montré le grand intérêt de ces outils. Nous allons essayer d'exploiter certaines de leurs possibilités dans la détermination de la cohésion des groupes à partir des réponses sociométriques.

Dans le concept de cohésion, il semble important de distinguer deux notions auxquelles il faut essayer de donner un contenu opérationnel : la densité et la cohésivité.

1. La densité

On peut envisager la densité des relations comme la densité d'une population : un constat brut qui ne préjuge en rien de la répartition, de celle-ci concentrée, dispersée ou homogène.

a) Un premier indice de densité α est fourni par le nombre de choix réciproques rapporté au total des dyades possibles :

$$\alpha = \frac{\Sigma \text{ choix réciproques}}{\frac{n\,(n-1)}{2}} \text{ ; soit dans le groupe des garçons ; } \alpha = \frac{14}{45} = 0{,}31$$

$$(0 \leqslant \alpha \leqslant 1).$$

b) Un second indice de densité β prend en compte quatre types d'émissions : choix, rejet, perception de choix, perception de rejet. Nous affectons la valeur $+ 1$ à tout choix et à toute attente de choix, la valeur $- 1$ à tout rejet et à toute attente de rejet. Nous effectuons la somme algébrique de toutes ces valeurs que nous rapportons au nombre total de dyades possibles.

$$\beta = \frac{\Sigma \text{ (choix + attentes de choix)} - \Sigma \text{ (rejets + attentes de rejets)}}{\frac{n\,(n-1)}{2}}.$$

Cet indice d'inter-relations groupales peut varier de -4 à $+4$. Pour le groupe de garçons, il vaut :

$$\beta = \frac{(43 + 34) - (17 + 19)}{45} = \frac{77 - 36}{45} = + 0{,}91.$$

Ces deux indices sont relativement élevés et semblent dénoter une bonne cohésion de groupe.

2. La cohésivité

Contrairement à la densité, la cohésivité va tenir compte de l'organisation, de la structure des relations. La cohésivité d'un graphe repose sur les propriétés de liaison et de cheminement dans ce graphe

(connexité), sur la richesse des articulations (vulnérabilité), sur l'ensemble des distances de chaque sommet à tous les autres (compacité).

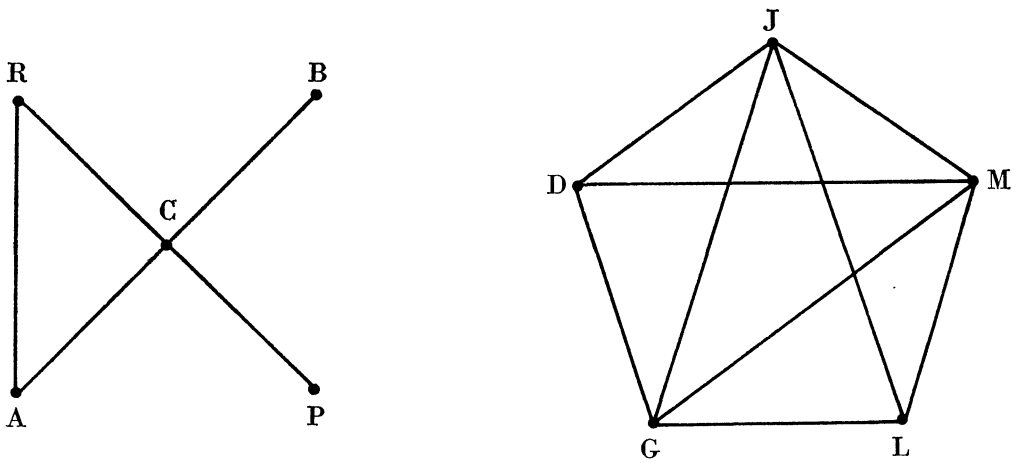
La relation de choix sociométrique brute S, telle qu'on la recueille, ne possède aucune des propriétés qui permettent de déceler une structure intéressante de pré-ordre : elle n'est ni réflexive, ni symétrique, ni antisymétrique, ni transitive, ni complète. Il va donc falloir lui faire subir un pré-traitement afin d'obtenir un graphe exploitable.

Considérons la relation S′ définie à partir de S, tel que :

$$\text{l'arête joignant x à y appartient à } S' \Leftrightarrow (x, y) \in S \quad \text{et} \quad (y, x) \in S.$$

C'est la relation de choix réciproques : « choisit et est choisi en retour » : x et y sont dans la relation S′ si et seulement s'ils sont en liaison symétrique selon S.

Établissons le graphe du groupe des garçons, associé à S′ ; sur celui-ci, chaque liaison est en double sens : on peut donc supprimer l'orientation et remplacer deux arcs symétriques par une arête. De nombreux travaux ont montré qu'un tel graphe représente sensiblement le réseau des communications informelles d'un groupe et par là correspond à une structure très signifiante tant au point de vue fonctionnel qu'affectif. Le graphe des réciprocités de choix donne donc une première image pertinente d'un groupe.



Sous-groupe II *Sous-groupe I*

Graphe des choix réciproques du groupe des 10 garçons

Considérons sur un tel graphe la relation S″ : x « est en relation directe ou indirecte avec » y, c'est-à-dire « il existe une chaîne de longueur quelconque reliant x à y ». S″ est réflexive, elle est symétrique et elle est aussi transitive, c'est donc une *relation d'équivalence* qui réalise une *partition* de l'ensemble des *n* sommets (il s'agit de la « fermeture transitive » de la relation S′).

Cette relation S″ subdivise le groupe en *classes d'équivalence* ou *composantes connexes* qui représentent des sous-groupes dont l'effectif peut varier de 1 à *n*. Dans le cas où la relation S′ est complète pour un sous-graphe maximal, celui-ci est une « *clique* » (sous-graphe symétrique et complet, maximal pour ces propriétés).

A l'intérieur d'une telle clique, chaque sommet est « en relation directe » avec chaque autre ; il y a transitivité de la relation S′ : « choisit et est choisi en retour », ce qui est le cas de compacité maximum.

L'étude de la cohésivité des réseaux de sous-groupes va s'appuyer sur les propriétés de *connexité* des graphes correspondant à la relation d'équivalence qui vient d'être définie.

a) Catégorie de connexité

Le graphe des garçons associé à la relation S″ est *non connexe ;* il est formé de deux sous-ensembles disjoints qui sont deux composantes connexes comptant chacune cinq sommets. Cette partition en deux classes d'équivalence souligne le clivage du groupe en deux sous-groupes de même effectif : $n_1 = n_2 = 5$.

b) La vulnérabilité ou *connectivité*

Étudions chaque composante connexe séparément.

Appelons sous-groupe II (S G II) la composante qui contient $n_2 = 5$ arêtes. Il suffirait de supprimer une *seule* arête (soit (C B), soit (C P)) pour que ce sous-graphe soit disconnecté. Ce sous-graphe est donc *vulnérable* au sens des arêtes et son *degré de connexité* est de 1 ; il a *deux arêtes d'isolation* appelées « isthmes » : (C B) et (C P).

De même, il suffirait de retirer un *seul* sommet (C) pour que ce sous-graphe devienne non connexe : celui-ci est donc vulnérable au sens des sommets ; il est dit 1-connexe et C est un *sommet d'isolation* (appelé aussi point d'articulation). La puissance de C est de trois car sa suppression ferait éclater le graphe en trois composantes connexes : {R, A }, { B } et { P }.

Cette double vulnérabilité est le signe d'une compacité fragile. Point d'articulation, Carl est un sujet qui joue un rôle capital dans la structure affective du S G II : en relation avec tous ses camarades, il est la clef de voûte de son sous-groupe. Le fait qu'il soit l'un des six candidats des C P P apparaît d'un grand intérêt pour l'interprétation ultérieure des incohérences.

La même étude effectuée sur l'autre sous-groupe (S G I) est révélatrice d'une compacité remarquable. Ce sous-graphe est *invulnérable* tant au point de vue des sommets que des arêtes. Le cardinal de *son ensemble minimal d'articulation* au sens des arêtes, c'est-à-dire le nombre minimum d'arêtes dont la suppression est nécessaire pour le rendre non connexe est de trois (degré de connexité = 3). Le cardinal de l'ensemble minimum d'articulation au sens des *sommets* vaut trois lui aussi : ce graphe est dit 3-connexe. Ne possédant pas de sommet d'isolation (ou d'articulation) il est appelé graphe « inarticulé » ou encore « bloc ».

Chaque sommet relie un nombre de sommets égal ou supérieur à $(n_1 - 2)$: ce sous-groupe est donc une « quasi-clique » (ce serait une clique s'il possédait $\binom{n}{2} = 10$ arêtes au lieu de 9).

Invulnérable, cette quasi-clique se révèle comme un sous-groupe extrêmement soudé. Il est net que le S. G. I est plus compact que le sous-groupe II.

c) Écarts et *indice de compacité*

Il peut être intéressant d'affecter à chaque graphe connexe un degré de compacité qui serait une approche quantifiée de la cohésion du sous-groupe correspondant. Pour cela, il est nécessaire d'établir la matrice des écarts du graphe ; à chaque couple de sommets de la matrice, on associe l'écart séparant ces deux sommets : cet écart est égal à la longueur, c'est-à-dire au nombre d'arêtes, de la plus courte chaîne ou « piste » reliant ces deux points. Cet écart satisfait aux trois axiomes de positivité, de symétrie et d'inégalité triangulaire : il définit donc une *distance* d. La simple observation de la matrice des écarts permet quelques observations intéressantes. On s'aperçoit que le sommet C est celui dont *l'écartement* e (ou maximum des écarts) est le plus faible :

$$e\,(C) = \text{écartement de C} = \max_{j \in \text{SG II}} d\,(C, j) = 1$$

$$
\begin{array}{c|ccccc|cc}
 & C & R & A & B & P & \sum_{j=1}^{n} d_{ij} & e(i) \\
\hline
C & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 4 & 1 \\
R & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 6 & 2 \\
A & 1 & 1 & 0 & 2 & 2 & 6 & 2 \\
B & 1 & 2 & 2 & 0 & 2 & 7 & 2 \\
P & 1 & 2 & 2 & 2 & 0 & 7 & 2 \\
\hline
 & 4 & 6 & 6 & 7 & 7 & \sum_{i,j \in SG\,II} & \sum d_{ij} = 30
\end{array}
$$

Matrice des écarts du S G II

Le sommet C est donc le *centre* du graphe dont le *rayon* a pour valeur 1. Ce fait confirme l'importance cruciale de Carl au sujet de la cohésion du S G II.

A la simple lecture de la matrice, on voit que la plus grande distance est de 2 : le *diamètre* du graphe vaut donc 2, ce qui est relativement faible et de bon pronostic pour la compacité. Cependant, tous les sommets à l'exception de Carl ont un écartement égal au diamètre : ce sont donc tous des *sommets périphériques* ce qui est de moins bon pronostic pour la compacité.

Afin d'établir un indice de compacité, nous allons prendre en compte *la somme de toutes les distances* du graphe : $D = \Sigma\, d_{ij}$. Selon notre hypothèse sous-jacente, la cohésion d'un groupe est d'autant plus forte que la distance entre tous les individus est plus réduite.

Pour D, le champ des possibles est alors limité par deux bornes :

— *Borne inférieure : D est minimum* (la compacité est maximum).

C'est le cas du *graphe-clique :* $\forall\, i, j \in G : d(i, j) = 1.$
$i \neq j.$

Chacun des n sommets a pour somme des écarts $(n - 1)$.

$$\boxed{D_{(min)} = n\,(n - 1)} \qquad \text{pour } n = 5, \quad D_{(min)} = 20$$

— *Borne supérieure : D est maximum* (la compacité est minimum).

C'est le cas du *graphe-chaîne* (dont la plus grande des distances vaut $(n - 1)$).

On a :

$$D_{(max)} = 2\left[1\,(n-1) + 2\,(n-2) + 3\,(n-3) \ldots + (n-1)\,[n-(n-1)]\right]$$

$$D_{(max)} = 2\left[n - 1^2 + 2\,n - 2^2 + 3\,n - 3^2 \ldots + (n-1)\,n - (n-1)^2\right]$$

$$= 2\left[n\,(1 + 2 + 3 \ldots + (n-1)) - (1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + (n-1)^2)\right]$$

$$D_{(max)} = 2\left[n\,(\sum_{i=1}^{n-1} i) - \sum_{i=1}^{n-1} i^2\right]$$

$$D_{(max)} = 2\left[n\left[\frac{(n-1)\,(n-1+1)}{2}\right] - \frac{(n-1)\,(n-1+1)\,(2\,(n-1)+1)}{6}\right]$$

$$\boxed{D_{(max)} = \frac{n\,(n^2 - 1)}{3}}$$

Pour $n = 5$, $D_{(max)} = 40$.

La somme des distances de tout graphe connexe de n sommets est située entre ces deux valeurs. Le graphe-clique et le graphe-chaîne sont les deux bornes d'un *intervalle de compacité* qui contient à titre de graphes intermédiaires tous les graphes connexes possibles. Cet intervalle de compacité a pour valeur :

$$D_{(max)} - D_{(min)} = \frac{n\,(n^2 - 1)}{3} - n\,(n - 1) = \frac{n\,(n - 1)\,(n - 2)}{3}.$$

Soit D_G la somme des distances d'un graphe G quelconque. On peut proposer un indice de compacité γ_G tel que :

$$\gamma_G = \frac{D_{(max)} - D_G}{D_{(max)} - D_{(min)}}\,; \qquad \text{il vient :} \qquad \boxed{\gamma_G = \frac{n\,(n^2 - 1) - 3\,D_G}{n\,(n - 1)\,(n - 2)}}$$

$0 \leqslant \gamma_G \leqslant 1$; $\gamma_G = 0$ dans le cas du graphe-chaîne
$\gamma_G = 1$ dans le cas du graphe-clique.

Pour chacun de nos sous-groupes où $n = 5$, on obtient respectivement $\gamma_I = 0{,}90$ et $\gamma_{II} = 0{,}50$. Ces degrés de compacité sont en accord avec tous les autres résultats qui attribuent une très forte cohésion au S G I et une cohésion moyenne au S G II.

Un tel indice ne peut rendre compte de façon exhaustive du phénomène qu'il mesure ; ce n'est qu'un « résumé » qui doit être complété par une étude de nature plus qualitative.

On voit que cette étude de la cohésion d'un groupe à partir de la cohésivité du graphe des choix réciproques repose sur quelques hypothèses qu'on peut schématiquement résumer ainsi :

La cohésion d'un groupe est d'autant plus forte :

— Que ce groupe n'est pas divisé en sous-groupes (catégorie de connexité) ;

— Que la disparition d'une ou plusieurs liaisons (ou l'absence d'un ou plusieurs sujets) ne fractionne pas le groupe en sous-groupes (vulnérabilité) ;

— Que l'ensemble des distances affectives de chaque sujet à tous les autres est la plus réduite possible (degré de compacité).

3. Choix et rejets simples

Essayons d'affiner l'observation à l'aide de la relation de choix simple (« qui choisit qui ») et la relation de rejet simple (« qui rejette qui »).

a) La relation de choix simple dénote ici un phénomène très marqué indécelable avec les réciprocités.

Ce graphe des choix est *non fortement connexe :* le graphe *réduit* révèle qu'il est réductible en deux composantes fortement connexes qui sont précisément les deux sous-groupes déjà déterminés par la relation S″. Une brève analyse va permettre d'interpréter ce résultat intéressant.

Considérons ce graphe à partir des relations entre ses deux sous-groupes [16] :

Soit ω_e (II) l'ensemble des arcs émis par le S G II
ω_r (II) l'ensemble des arcs reçus par le S G II
ω (II) l'ensemble des arcs tel que ω (II) $= \omega_e$ (II) $\cup\ \omega_r$ (II).

On observe ici : ω_r (II) $= \emptyset$ et $\underline{\omega\ (II) = \omega_e\ (II)}$ où $|\,\omega_e\ (II)\,| = 9$.

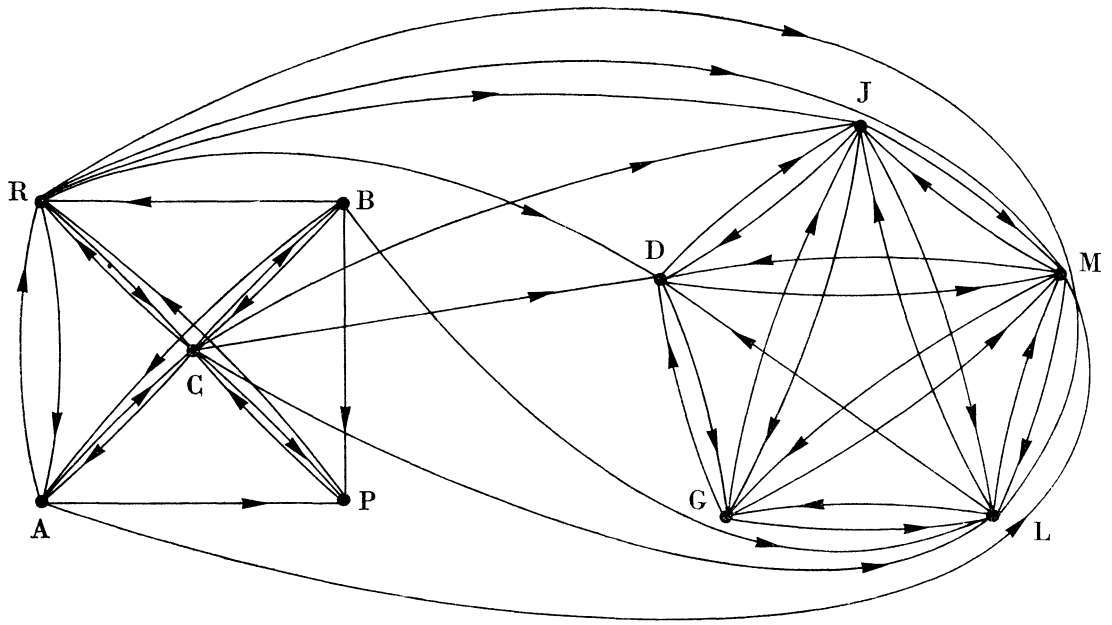
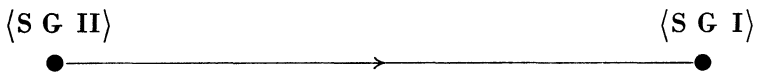


Fig. 4

Graphe des choix du groupe des 10 garçons



Graphe réduit (selon les composantes fortement connexes)

Le co-cycle ω (II) engendré par le S G II est donc un *co-circuit ;* c'est-à-dire que l'ensemble des arcs joignant les deux S G sont *tous* orientés dans le même sens, du S G II vers le S G I.

Donc d'une part, les choix du S G I sont tous localisés à l'intérieur de ce S G ; d'autre part, une gerbe importante des sélections du S G II (plus du tiers) est adressée au S G I. Manifestement, le S G II est en quête affective auprès de l'autre clan. Le graphe réduit illustre bien cette dépendance affective du S G II vis-à-vis du S G I et l'accueil hautain de ce dernier. On peut penser que les membres du S G II aspirent à faire partie du S G I. La mise en évidence d'un *co-circuit d'effectif important* révèle ainsi de façon remarquable, un double phénomène de discordance et de dépendance inter-sous-groupes.

b) *La prise en compte des rejets* apporte une information nouvelle capitale : les deux sous-groupes sont vivement *antagonistes*. Le S G I repousse avec force le S G II. Ce dernier — qui est le seul à posséder des rejets internes — rejette en retour le S G I. Le fait pour le S G II de choisir et de repousser tout à la fois des membres du S G I dénote *une ambivalence* qui aura sa répercussion au niveau des E C : en effet, les cinq membres du S G I sont des candidats aux C P P. Le tableau des choix et rejets de sous-groupes précise ces données :

Choix et rejets des deux sous-groupes de garçons

	Intra-S G I	Intra-S G II	S G I → S G II	S G II → S G I	Total
Choix	19	15	/	9	43
Rejets	/	2	9	6	17

c) *Le caractère illusoire des indices globaux de densité* pris au pied de la lettre devient évident. L'apparente cohésion du groupe des adolescents décelée par les deux indices α et β masque en réalité un *très vif conflit de sous-groupes.*

Il est par contre possible de reprendre ces indices de densité à partir du clivage décelé par l'étude de la connexité du graphe.

Pour le S G I, les indices sont très forts :

$$\alpha_1 = \frac{\Sigma \text{ choix réciproques}}{\frac{n\,(n-1)}{2}} = \frac{9}{10} = 0{,}9$$

$$\beta_{\mathrm{I}} = \frac{\Sigma\,(\text{choix} + \text{attentes}) - \Sigma\,(\text{rejets} + \text{attentes})}{\frac{n\,(n-1)}{2}} = \frac{36}{10} = +\,3{,}6.$$

Pour le S G II les indices sont moyens :

$$\alpha_{\mathrm{II}} = \frac{5}{10} = 0{,}5 \qquad \beta_{\mathrm{II}} = \frac{25}{10} = +\,2{,}5.$$

Pour les relations inter-sous-groupales : l'indice $\beta_{(\mathrm{I},\mathrm{II})}$ qui prend en compte les échanges *entre* les deux sous-groupes est franchement négatif ; par là, il est très révélateur d'une rivalité de clans (dans ce cas, le nombre des dyades possibles vaut : $n_1 \times n_2 = 5 \times 5 = 25$).

$$\beta_{(\mathrm{I},\mathrm{II})} = \frac{13 - 33}{25} = -\frac{20}{25} = -\,0{,}80.$$

L'analyse de la dynamique sociométrique permet de se faire une image très précise de ce groupe : en tant qu'unité globale, ce groupe n'a pas de cohésion. Il est scindé en deux sous-groupes de même effectif, dont l'un a une très forte cohésion et l'autre une cohésion moyenne. Ces deux sous-groupes sont vivement antagonistes. Cependant, le sous-groupe à plus faible cohésion est ambivalent : tout en étant hostile à l'autre clan, il se sent en même temps attiré par ce sous-groupe fort qui ne répond à cette demande que par une gerbe de rejets. Ce groupe de dix garçons est donc *un groupe conflictuel.*

4. Le groupe des douze adolescentes

Une analyse du même type réalisée sur le groupe des douze filles, révèle également une structure d'antagonisme, cependant plus nuancée. Là encore, il est nécessaire de ne pas se contenter des indices globaux de densité ; il convient d'analyser la connexité des graphes en faisant intervenir les rejets dont la prise en compte apporte ici une information déterminante. Le groupe des adolescentes est lui aussi fracturé en deux sous-groupes, mais d'inégale importance ; l'un (S G I) comprend sept adolescentes parmi les plus âgées (de 13.5 à 16.2), l'autre (S G II), est formé des trois filles les plus jeunes (de 13.1 à 13.4). Les six candidates des C P P font partie du S G I. Ces deux sous-groupes s'opposent dans *une très vive hostilité*, très marquée notamment de la part du S G I.

Dans le graphe G_{12} des choix réciproques, ces deux clans sont reliés par une fille, Danielle, acceptée par toutes et qui fait partie des deux sous-groupes à la fois (tout en préférant le S G I). En outre, une fille exclue, Monique, est en dehors des deux sous-groupes (elle rend le graphe G_{12} non connexe) ; pour sa part, elle choisit les membres du sous-groupe I qui l'ignorent ou la rejettent. Danielle, *sommet d'isolation* du sous-graphe G_{11} est un *sujet-charnière* qui assure la liaison entre les deux sous-groupes par ailleurs très opposés (11 rejets inter-sous-groupes).

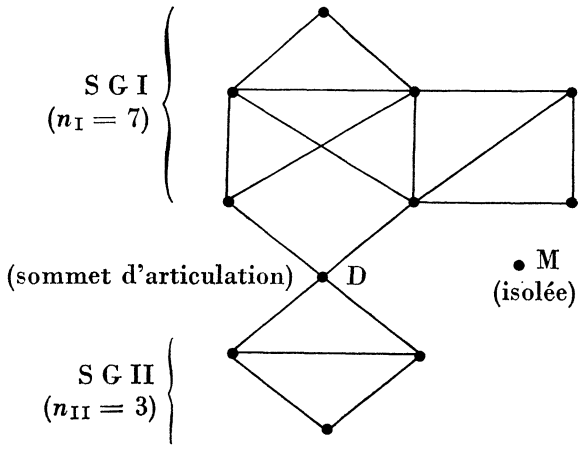


Fig. 5

G_{12} : *graphe des choix réciproques*

L'indice de compacité du S G II est maximum, puisque c'est une 3-clique. Celui du S G I est de 0,66 et révèle une bonne cohésion.

L'indice $\beta_{(I,II)}$ des relations inter-sous-groupales est nettement négatif :

$$\beta_{(I,II)} = \frac{1 - 11}{3 \times 7} = -\frac{10}{21} = -0{,}48.$$

En bref, le groupe des douze adolescentes se présente ainsi :

— Deux sous-groupes d'inégal effectif en *conflit ouvert ;*

— Un sujet (D) qui appartient aux deux sous-groupes à la fois tout en préférant le S G I ;

— Un sujet ignoré ou exclu (M) qui recherche en vain l'affection du S G I.

Il s'agit encore ici d'un *groupe conflictuel* caractérisé par la domination quantitative d'un sous-groupe numériquement majoritaire.

Ces analyses laissent penser que pour les garçons, l'égalité d'effectif des deux sous-groupes affrontés doit être propice à la production d'incohérences étant donné que l'E C d'une opinion collective est un fait de majorité : le groupe des garçons propose une situation exemplaire. Par contre, d'un simple point de vue numérique, la disproportion des effectifs des sous-groupes de filles semble moins favorable à l'obtention d'incohérences.

Enfin, le fait que le garçon-clef du S G II fasse partie des candidats doit polariser les conflits de choix ; par contre, les six candidates sont extraites du même sous-groupe, ce qui doit réduire les oppositions de préférences.

Les résultats réels obtenus dans les deux groupes, plus marqués chez les garçons, vont tous dans le même sens. Nous insisterons surtout sur le groupe des garçons qui permet une démarche méthodologique plus rigoureuse.

III. COHÉSION ET COHÉRENCE : LA DISPARITION DES EFFETS CONDORCET

La connaissance des structures sociométriques permet d'être armé pour tenter une comparaison entre les phénomènes de cohésion et ceux de cohérence. Notre hypothèse est la suivante : un groupe dont

l'étude sociométrique a révélé la forte cohésion partage certainement une communauté de valeurs et de sentiments. Les préférences des membres de ces « cliques » doivent présenter entre elles des désaccords réduits et doivent se rapprocher d'une norme groupale. Par contre *deux sous-groupes antagonistes doivent sécréter des opinions très discordantes.*

Il s'ensuivrait de façon opérationnelle :

— Que l'agrégation des opinions individuelles des membres d'un sous-groupe doué de cohésion a une *forte probabilité de ne pas présenter d'E C ;*

— Que l'agrégation des préférences individuelles de tous les membres d'un groupe scindé en deux sous-groupes antagonistes d'effectif voisin a une *forte probabilité d'être affectée d'E C.*

Cette hypothèse qui met en relation cohérence et cohésion, concorde-t-elle avec les matériaux recueillis ?

Le groupe des garçons émet quatre opinions collectives : deux au sujet des garçons, deux au sujet des filles. Notre hypothèse suggère une forte probabilité d'apparition d'E C (groupe conflictuel).

Or, sur les quatre opinions, il y en a trois entachées d'E C.

Agrégeons les préférences au sein de chacun des deux sous-groupes détectés par les sociogrammes. Notre hypothèse laisse prévoir une forte probabilité de disparition des E C ; le résultat est massif : sur les six opinions construites à partir des deux sous-groupes, *il n'y a plus un seul E C.*

Dans le groupe des filles, sur les quatre préférences collectives, il y en a effectivement une qui est irrationnelle. Et là encore, la contre-épreuve est positive : si on compose les choix au sein de chacun des deux sous-groupes, *il y a disparition des E C.*

L'analyse sociométrique du groupe des adolescentes a révélé deux particularités de cohésion que l'on peut confronter au problème de cohérence :

— Un sujet (M) est exclu des deux sous-groupes ; cette fille est « sous-intégrée » et ne participe à aucune des deux micro-cultures de clan. Étant étrangère aux deux systèmes de normes régnants, son opinion risque d'être déviante.

— Un sujet (D) appartient aux deux sous-groupes ; cette fille est « sur-intégrée ». S'identifiant à deux systèmes de valeurs à la fois, elle risque d'adopter une opinion de compromis qui, elle aussi, sera déviante.

Si l'on compose séparément la préférence de chacune de ces deux adolescentes avec la préférence collective de chacun des deux sous-groupes, on obtient un total de seize opinions collectives :

$$4 \text{ (opinions)} \times 2 \text{ (S G)} \times 2 \text{ (sujets)} = 16.$$

Or, sur ces seize opinions, il y a onze E C créés ou entretenus par l'intrusion dans un sous-groupe cohésif d'un de ces deux membres qui s'avèrent déviants.

Tout se passe comme si ces deux adolescentes avaient une opinion « altérée », productrice d'incohérence vis-à-vis de chaque sous-groupe à cause précisément de leur *déviance* relative vis-à-vis des normes de chacun de ces sous-groupes.

Tous ces résultats sont compatibles de façon étonnante avec les hypothèses de départ : *à chaque fois qu'un groupe présente un E C, il est le siège d'un vif conflit de sous-groupes ;* d'autre part, cet E C *disparaît à chaque fois* au niveau de chacun des sous-groupes décelé à priori par le sociogramme. L'incohérence de la préférence groupale semble bien correspondre à la composition de deux cohérences sous-groupales. Tous les dépouillements par sous-groupe sans aucune exception ont fait disparaître l'E C originel.

On peut ainsi penser que ce sont des phénomènes de dynamique des groupes qui sont à l'origine de ces discordances. Chaque micro-communauté sécrète ses propres normes auxquelles tout membre tend à se conformer ; il se produit un nivellement des jugements et des valeurs ainsi que des sentiments et des préférences. *Il y a diffusion d'une micro-culture de sous-groupe qui modèle les opinions individuelles.*

Lors du séjour de ski, de tels systèmes de normes adoptés par les membres d'un même clan, se sont manifestés clairement au vu et au su de tous les autres enfants : en effet, les membres des deux S G I (garçons et filles) cherchaient plus ou moins explicitement à singulariser leur coterie. Le S G I des garçons adoptait avec abondance des tours de langage, des expressions, des formules rituelles qui devenaient des stéréotypes de sous-groupes (que reprenaient parfois à leur compte certains membres du S G II). Un jour, par exemple, les adolescentes du S G I sont toutes venues au repas ostensiblement dans la même tenue et avec la même coiffure ; on constatait des toquades collectives pour tel disque, tel livre, telle activité.

Le fait de se conformer à des normes de langage et de comportement est un phénomène connu et qui ne soulève pas de réticence fondamentale. Cependant, les résultats portent ici sur des préférences se référant aux meilleurs amis et concernent même des attractions envers des camarades de l'autre sexe. Ces types de choix sont certainement ceux que nous avons coutume de considérer comme les plus personnels et les plus strictement intimes ; et l'on sait combien les adolescents les ressentent comme tels.

Or, les résultats de nos procédures tendent à suggérer que les préférences affectives elles-mêmes ne sont pas des faits strictement personnels, mais des conduites de choix *soumises assez étroitement aux pressions de l'environnement* notamment aux pressions des groupes et sous-groupes d'appartenance.

IV. LES GRAPHES D'UNANIMITÉ : LE CRITÈRE DE PARETO

La règle de majorité préconisée par Condorcet n'est pas le seul mode intéressant d'agrégation des opinions individuelles. Une autre loi de composition a été proposée par Pareto, dans le domaine économique : c'est la règle de l'unanimité. Pareto ne retient que les préférences partagées par *tous* les sujets. Cette conception peut être utile à notre analyse, dans la mesure où c'est une exigence draconienne et qu'en ce sens elle doit être très discriminante.

Le critère de Pareto impose de ne retenir que les préférences communes à tous les membres du groupe. L'observation du réseau des préférences unanimes doit être un indicateur puissant de la cohérence d'un groupe et de son homogénéité.

Dans le traitement de nos résultats, l'analyse de Pareto et l'analyse de Condorcet conduisent-elles aux mêmes interprétations ?

Les préférences parétiennes sont mises en évidence de façon très claire par l'utilisation de multigraphes.

Soit l'opinion du groupe des dix garçons concernant le critère affectif (candidats : les garçons).

A partir du tableau des préférences qui donne les effectifs de majorité avis par avis, on ne retient que les avis « compatibles », c'est-à-dire qu'on ne reporte que les arcs qui représentent les avis unanimes. Ce graphe résume le multigraphe des n échelles de base (ici $n = 10$).

Ce graphe correspond au produit direct de plusieurs ordres totaux qui possède une structure de treillis ; il est le sous-ensemble de ce treillis qui satisfait à la relation de préférence unanime. C'est la généralisation du produit direct de deux ordres totaux qui a été abordée en étudiant les discordances entre les deux échelles établies par un même sujet à partir de deux critères différents. Mais dans ce cas,

nous nous préoccupons des *concordances* et non plus des discordances, c'est-à-dire de *l'intersection des graphes* et non plus de leur différence symétrique.

Si V_u est l'ensemble des préférences des v votants satisfaisant à la relation de préférence unanime réalisée sur un ensemble C de candidats, on a :

$$(x, y) \in V_i : i = 1, 2, \ldots, v \Rightarrow (x, y) \in V_u$$

$$G_u = (C, V_u) \quad \text{où} \quad V_u = \bigcap_{i=1}^{i=v} V_i.$$

Pour le groupe des dix garçons, au critère affectif, le graphe partiel d'unanimité ne possède que trois arcs : ce graphe est révélateur d'un flagrant manque d'accord. Comme avec la procédure Condorcet, tentons la décomposition selon le clivage sociométrique.

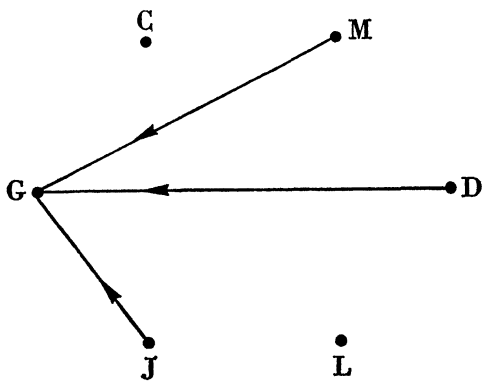


Fig. 6

$G_{u_{10}}$: *graphe d'unanimité du groupe des dix garçons*

Le graphe parétien du S G II possède huit arcs d'unanimité ; sur cet ordre partiel, certains candidats sont non comparables. Notons cependant que :

— Ce graphe est un inf-demi-treillis dont le *minimum* est le sommet G. Anti-racine d'ordre 1 de ce graphe, Gérard est le candidat surclassé par tous les autres ;

— Quatre candidats forment un ordre total : (C — L — J —G).

Sous-groupe I

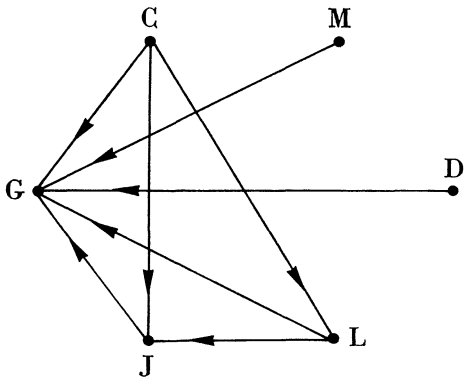


Fig. 7

Graphe d'unanimité ($|V_u| = 11$)

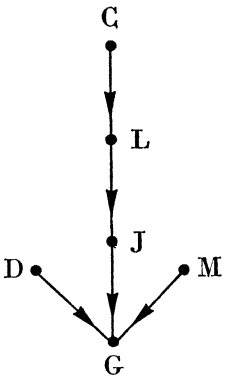


Fig. 8

Graphe des échelles maximales

Sous-groupe II

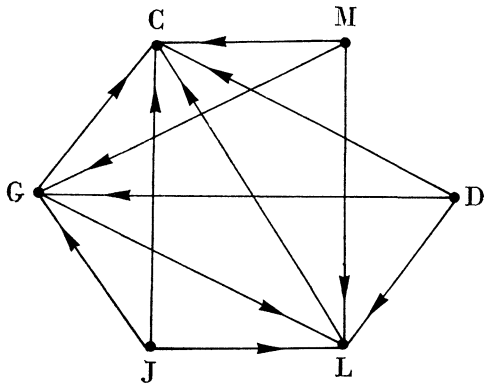


Fig. 9

Graphe d'unanimité ($| V_u | = 8$) (critère affectif)

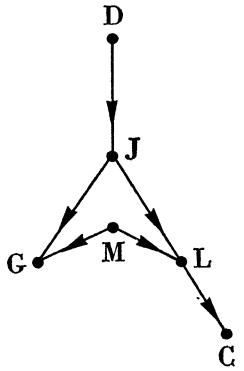


Fig. 10

Graphe des échelles maximales

Le graphe de compatibilité du S G I est encore plus fourni et possède également un ensemble totalement ordonné de quatre candidats (D — J — L — C).

Ces deux graphes sont donc fortement structurés : là encore, l'apparent désaccord correspondant au graphe à trois arcs du groupe masque un *profond accord intra-sous-groupe.* Et le conflit des préférences entre les deux clans est patent ; il y a par exemple, deux sous-ordres inverses : (C L J) et (J L C). Comme le suggérait l'analyse sociométrique, Carl apparaît bien comme un pivot de l'antagonisme des sous-groupes : tantôt en tête, tantôt en fin des deux ordres totaux.

L'exigence parétienne étant très forte, les graphes d'unanimité des sous-groupes sont des indicateurs de très forte homogénéité ; ces résultats concordent avec l'analyse sociométrique et l'analyse selon Condorcet.

Que donne le graphe des dix garçons au critère leadership ? Encore une fois le graphe collectif se limite à trois arcs et est révélateur de divergences internes. Par contre, le dépouillement par sous-groupes provoque une surprise.

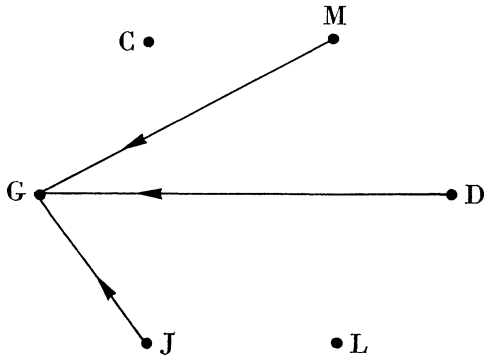


Fig. 11

Graphe parétien du groupe des dix garçons
(critère leadership)

En effet, le S G II ne recueille que 5 arcs concordants. Le graphe partiel est un inf-demi-treillis possédant un minimum (G) et 5 éléments maximaux. Si l'accord est unanime concernant le surclassement

d'un candidat par tous les autres (G est 1-anti-racine du graphe), il est nul quant aux relations entre tous les candidats restants. La cohésion de ce S G II précédemment présumée est-elle une illusion ?

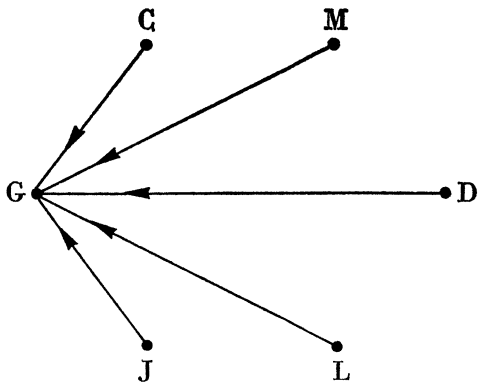


Fig. 12
Graphe parétien du S G II : (| V_u | = 5)

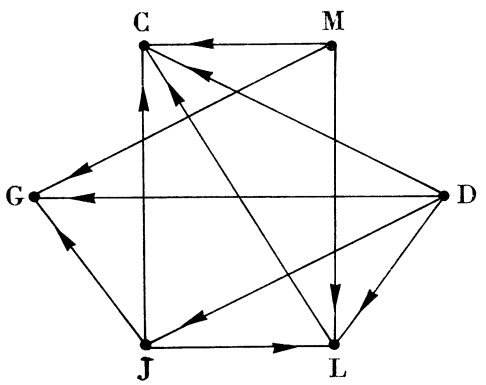


Fig. 13
S G I : (| V_u | = 12)

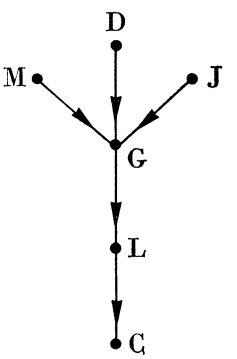


Fig. 14
Graphe des échelles maximales

Inversement, le S G I renforce encore sa structure de concordance (12 arcs sur 15 possibles). Son graphe est un inf-demi-treillis qui recèle trois échelles de quatre candidats (M G L C), (D G L C) et (J G L C). Carl est encore en bout d'échelle et seule la hiérarchie unanime entre D, J et M n'est pas réalisée. En effet, C est une 1-anti-racine du graphe et le sous-ensemble {M, D, J} est le « noyau » de ce graphe ; il s'agit même d'un noyau « fort », « à surclassement total », car chaque élément de ce noyau surclasse *tous* les autres éléments hors-noyau.

L'ensemble des résultats au critère leadership semble ne pas être conciliable avec notre hypothèse ; en effet :

— D'une part, l'antagonisme très vif des deux S G ne conduit pas à la production d'un E C de groupe (le seul cas) ;

— D'autre part, le S G II, considéré comme possédant une assez bonne cohésion ne présente qu'un graphe d'unanimité très frêle, sans même un seul triplet ordonné.

La structure relationnelle du groupe de garçons et celle du S G II en particulier, ont-elles bien été dévoilées de façon satisfaisante par l'analyse sociométrique ?

Ainsi, deux résultats peu compatibles avec notre corps d'hypothèse (l'un à la procédure Condorcet, l'autre à la procédure Pareto) incitent à faire retour vers la procédure sociométrique.

Les analyses des échelles individuelles faites précédemment ont montré que les deux critères utilisés étaient très différenciés. Les corrélations de rang utilisant l'indice de Kendall ont révélé que le critère affectif et le critère leadership n'étaient pas interchangeables. Explorons donc la structure sociométrique non pas avec la relation affective, mais avec la relation de leadership, qui vient de déceler un graphe Parétien déconcertant.

V. SOUS-GROUPE D'APPARTENANCE ET SOUS-GROUPE DE RÉFÉRENCE

Le sociogramme de dominance du groupe des dix garçons offre une configuration radicalement différente de celle du sociogramme affectif. Il se confirme que les deux critères sont irréductibles l'un à l'autre.

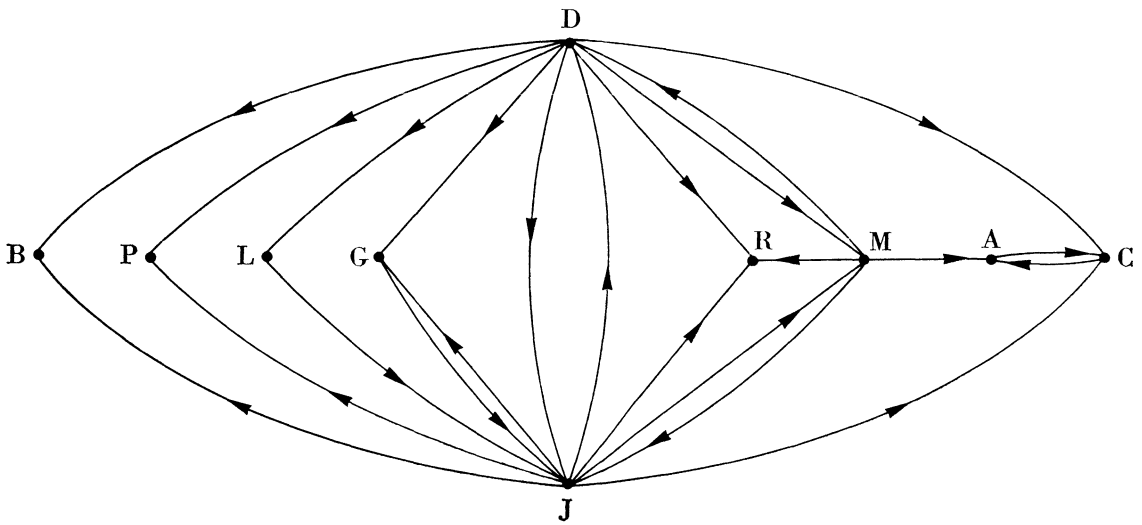


Fig. 15

G_2 : *Sociogramme de leadership du groupe de garçons*
(les flèches sont orientées dans le sens de la dominance)

Ce graphe simplement connexe est «invulnérable» au sens des arcs et des sommets. Il possède *un ensemble d'articulation* {D, J} dont la suppression rendrait ce graphe non connexe ; la puissance de ce doublet d'isolation est de cinq puisque son retrait ferait éclater le graphe en cinq parties connexes disjointes. Didier et Jean représentent ainsi l'axe d'autorité du groupe.

Fig. 16

Éclatement du groupe en cinq composantes par retrait de D et J
(puissance de l'ensemble d'articulation : = 5)

Le graphe réduit est très révélateur de la structure de prestige-autorité : il possède une *seule source* formée de la composante fortement connexe constituée par les cinq membres du S G I et quatre *puits* constitués des cinq membres du S G II.

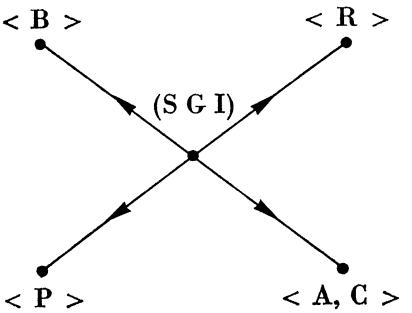
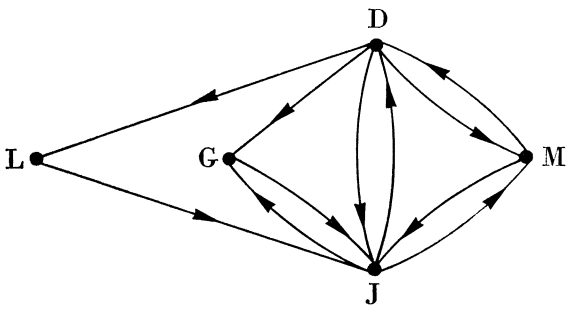


Fig. 17
Graphe réduit du groupe

La dépendance des membres du S G II par rapport au S G I est illustrée ici de façon quasi outrancière : chaque garçon du S G II est sous l'autorité directe d'au moins un membre du S G I.

La composante fortement connexe qui représente le S G I possède un réseau intéressant à observer : trois sujets forment une *clique :* Didier, Jean et Michel ; ils représentent la triade de dominance du groupe. Cette structure est tout à fait en accord avec le graphe de Pareto du S G I : D, J et M étaient non comparables et chacun d'eux était en tête de l'un des trois ordres totaux (noyau « fort »).



Composante fortement connexe du graphe G_2 (S G I)

Le rayon externe de ce sous-graphe est de un ; D est le *centre du sous-graphe.* Le rayon interne est également de un ; J est *l'anticentre* [14].

Cela signifie que chaque membre du sous-groupe se reconnaît Didier comme chef direct et que Jean accepte les quatre autres comme chefs directs. Ce clan est dominé par les deux sujets de l'ensemble d'articulation (D, J) : Didier apparaît comme le premier leader incontesté et Jean comme le second leader mais plus accueillant et plus influençable que Didier.

L'analyse de ce graphe fournit un renseignement capital : le S G I est un sous-groupe *dominant* vis-à-vis du S G II *dominé*, qui reconnaît et accepte l'autorité du premier. En effet, dans le cas précis des questionnaires, les membres du S G II désignent les garçons du S G I (surtout D et J) dans le but de prendre des décisions et d'organiser la soirée à laquelle ils tiennent tant. (Déjà, le graphe d'affectivité avait détecté neuf choix unilatéraux révélateurs.) Le S G I apparaît ainsi *le sous-groupe de référence* des membres du S G II, c'est-à-dire le sous-groupe dont ceux-ci reconnaissent les normes et les valeurs, aux décisions duquel ils se soumettent et dont ils aimeraient secrètement faire partie.

Cependant, le S G I *de référence* est un groupe de *non-appartenance* pour les membres du S G II qui non seulement ne sont absolument pas choisis par les membres dominants, mais qui, bien plus, sont *fortement rejetés par eux.* La position des garçons du S G II, dominés et rejetés malgré leurs appels est donc doublement inconfortable.

C'est là le cœur des rapports entre les deux sous-groupes. Le S G I est pour chacun de ses membres, à la fois *un groupe d'appartenance et un groupe de référence.* Cette massive concordance entraîne une quasi-unanimité des préférences ainsi que le détectent les graphes de Pareto et *une rigoureuse rationalité* des

choix ainsi que le révèle *une absence totale d'E C* dans les opinions de cette quasi-clique. Par contre, le S G II est déchiré : ses membres s'entendent bien entre eux d'un point de vue affectif, mais ils aspirent au type de comportement de leurs camarades du sous-groupe d'influence qui détient le prestige ; le fait même qu'ils choisissent les garçons du sous-groupe rival, détériore en retour leur sentiment d'appartenance à leur propre clan. C'est là certainement une des origines de l'éclatement des critères en sous-dimensions. Au niveau individuel, *l'intériorisation de ces conflits* peut entraîner des télescopages de critères et fait courir le risque d'apparition d'E C ; pour les membres du S G II, les deux points de vue affectif et de leadership sont en violent antagonisme. Cette *déchirure des choix* détectée par les sociogrammes est illustrée de façon élective par les C P P : au niveau collectif, l'opinion de leadership du S G II est affectée d'E C et le graphe d'unanimité est particulièrement fluet.

Ainsi, la seule opinion groupale rationnelle des dix adolescents s'explique maintenant fort bien : les choix du sous-groupe dominé se sont fortement rapprochés des choix du sous-groupe dominant et presque calqués sur eux, ce qui a donné naissance à une échelle cohérente. Le S G II a émis ses préférences de leadership plus à partir de ses *aspirations de référence* que de ses *motivations d'appartenance.*

Ce résultat conduit à nuancer la relation entre cohésion et cohérence : la liaison n'est pas systématique. La rationalité d'une préférence collective dépend de façon étroite, dans de nombreux cas, de la cohésion affective du groupe, mais elle peut aussi être soumise à des déterminants extérieurs liés au contexte général : rapport avec l'environnement, avec d'autres groupes ou sous-groupes. Des *disparités éventuelles* entre les normes du *groupe d'appartenance* et les normes des *contextes de référence* semblent jouer un rôle important dans la surgie d'irrationalités.

Une approche quantifiée des conflits intra-sous-groupes et inter-sous-groupes peut éclairer les conditions d'apparition de certains E C sur une préférence collective. Calculons les distances qui séparent les opinions collectives des deux sous-groupes de garçons (C P P) et mettons en regard les E C observés.

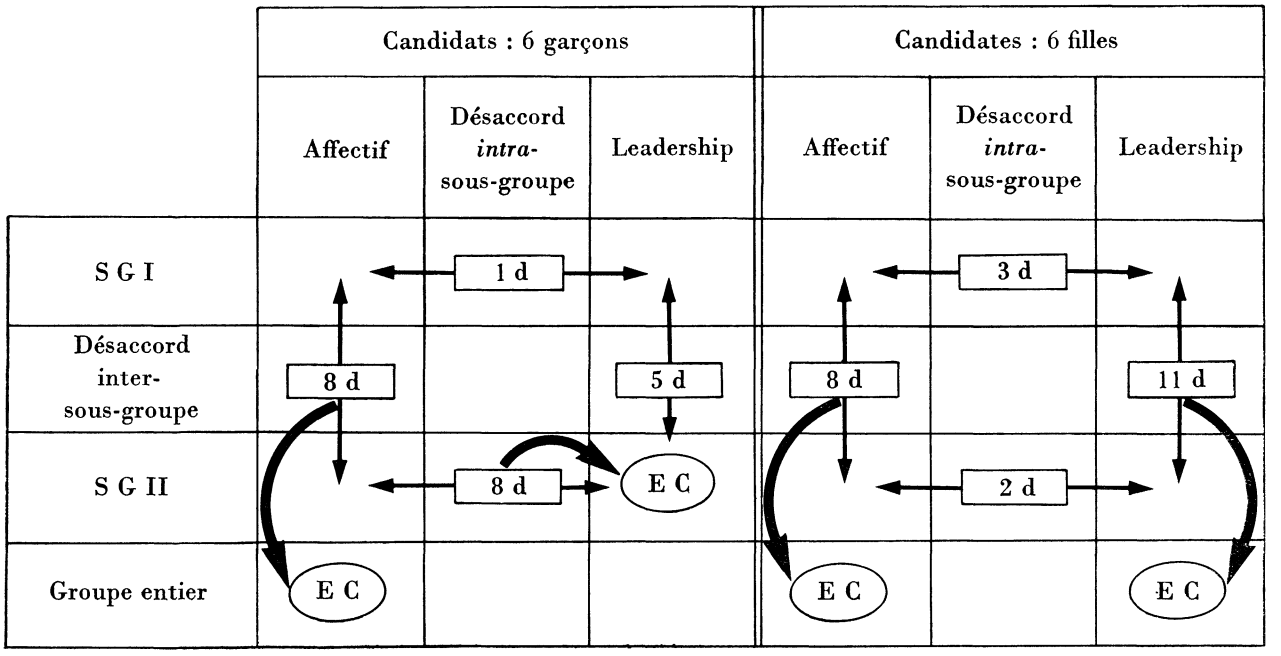


Fig. 19

Tableau des Effets Condorcet en fonction des désaccords des deux sous-groupes de garçons

Les résultats de ce tableau sont assez frappants. Ils montrent d'une part, trois cas de désaccords *intra*-sous-groupaux très réduits (1, 2 et 3 d) et d'autre part, trois cas de désaccords *inter*-sous-groupaux massifs (8, 8 et 11 d). Or :

— Aux désaccords intra-sous-groupaux très *faibles* répond *une absence totale d'E C* (pour six opinions de S G) ;

— Aux désaccords inter-sous-groupaux très *accusés* répond *une présence constante d'E C* (pour trois opinions du groupe).

Chaque préférence de sous-groupe cohérente correspond à une grande concordance entre les deux opinions de ce sous-groupe effectuées selon les deux critères (absence de conflits inter-critériaux).

Chaque E C de groupe renvoie à une opposition très marquée entre sous-groupes (indice de Kendall toujours négatif). L'E C joue le rôle d'*un révélateur de conflit* de sous-groupes : l'incohérence traduit une a-cohésion.

Examinons les deux cas de ce tableau qui font exception :

— *Un désaccord intra-sous-groupe relativement très prononcé :* les deux échelles sont à distance 8 ($t = -0{,}06$). Il s'agit du S G II.

— *Un désaccord inter-sous-groupes relativement faible :* les deux échelles sont à distance 5 (t positif). Il s'agit du critère leadership qui recueille ici la plus grande concordance inter-clans.

Or, ces deux cas convergent à la fois vers une opinion de groupe cohérente et vers le seul E C du S G II, double phénomène à première vue insolite, mais qui s'accorde parfaitement avec les précédentes hypothèses. En effet, la réduction de la distance entre les opinions de leadership des deux sous-groupes illustre tout à fait la configuration sociométrique de dominance. Celle-ci rend fortement probable une préférence de groupe transitive, ce qui se réalise dans les faits. Enfin, les huit désaccords qui séparent les deux opinions du S G II trahissent *un déchirement intercritérial* à la fois individuel et collectif, ce que souligne bien la comparaison des deux sociogrammes. Cette discordance rend fortement probable un E C de l'ordre sous-groupal, E C qui se produit effectivement. Les E C constatés sont donc très « cohérents » dans leur incohérence : ils trahissent la déchirure des choix, un profond bouleversement du classement des mêmes camarades selon des points de vue différents.

Un reproche méthodologique peut surgir : ces phénomènes d'E C ne seraient-ils pas des artefacts dus à la procédure de composition des choix ? Essayons de montrer par analyse concrète qu'il n'en est rien. Prenons comme référence les deux échelles de Didier qui sont exactement les deux échelles collectives du S G I dont il est le leader. Calculons les corrélations que représentent respectivement vis-à-vis de ces deux hiérarchies les ordres de chaque garçon du S G II antagoniste.

	Critère affectif	Critère leadership
Carl	— 0.20	0
André	— 0.33	— 0.20
Robert	0.34	0.07
Pierre	— 0.20	0.47
Bruno	— 0.33	0.34

Corrélations entre l'opinion du S G I et l'opinion de chaque membre du S G II

Ce tableau renforce la plausibilité de l'hypothèse avancée. On constate une opposition flagrante entre chaque opinion individuelle et l'opinion du S G I pour le critère affectif ; puis, il y a un net renversement de tendance au critère leadership.

Présence et absence d'E C correspondent donc bien à des phénomènes marqués *d'opposition* et *de rapprochement* que détectent les distances de Kendall. Il n'y a pas artefact.

Les préférences émises par chaque sujet semblent bien être en relation avec des phénomènes inter-groupes et intra-groupes ; le surgissement de conflits de sous-groupes favorise certainement *les dérapages de critères* qui ont été observés au niveau individuel.

VI. EMPATHIE ET « CONSCIENCE DE SOUS-GROUPE »

Avancer l'hypothèse de sous-groupe d'appartenance en s'appuyant sur les sociogrammes, cela ne risque-t-il pas de favoriser une méprise : en effet, ces sous-groupes « informels » n'existent peut-être que sur le schéma de type associationniste construit par l'observateur. Aucun enfant n'a connaissance de ces réponses. Les conditions de passation des questionnaires sont rigoureuses : il n'y a aucune communication entre les enfants. Sociogramme de groupe (Q S) et opinion collective (C P P) sont l'aboutissement d'une construction extérieure à chaque sujet. Nous sommes loin des situations de groupes de discussion ou même de décisions individuelles prises en situation de groupe (éventuellement avec des compères) comme les ont réalisées par exemple les expériences princeps de Asch ou de Sherif qui ont mis en évidence les phénomènes de pression groupale et d'influence des normes collectives.

Dans notre cas où toutes les décisions ont été prises en isolé, est-il légitime de postuler un sentiment d'appartenance à un sous-groupe et une conscience de conflit de clans ?

Les ressources du Q S vont permettre de répondre à cette question. Il est possible d'apprécier le sentiment que chacun se fait de son appartenance à un groupe et que chacun se fait de l'existence de sous-groupes affrontés.

Dans quelle mesure les affinités inter-individuelles et groupales sont-elles intériorisées par les enfants ?

L'ensemble de ces *attitudes perceptives* qui est capital pour l'interprétation des phénomènes de groupe couvre le domaine de *l'empathie*. Dans le Q S, la seconde question demande à chaque enfant de désigner les camarades qui, à son avis, l'ont choisi et la quatrième question ceux qui, à son avis, l'ont rejeté ; selon l'expression de P. H. Maucorps, il s'agit dans ce cas d'auto-empathie [9]. Dans une seconde partie du Q S, chaque adolescent a été invité à désigner le premier choix et le premier rejet qu'il attribue à chacun de ses camarades ; il s'agit ici d'allo-empathie [9]. Enfin, on demanda à chaque répondant de nommer les trois camarades qui, selon lui, seraient les trois sujets les plus choisis par l'ensemble du groupe (socio-empathie). Ces attitudes perceptives étaient toutes indexées au critère affectif.

Pour chaque enfant, on peut dresser le réseau sociométrique des relations interpersonnelles *telles qu'il les perçoit*. On négligera ici les caractéristiques individuelles pour s'attacher surtout aux perceptions concernant les groupes et les sous-groupes.

Les résultats offrent une structure tellement massive qu'elle est quasi caricaturale des phénomènes décelés par les sociogrammes et les C P P. Confrontons en effet *les perceptions* des adolescents avec les sous-groupes tels qu'ils ont été dégagés dans les observations précédentes.

Auto-empathie

Sur 34 attentes de choix des garçons, 30 sont intérieures aux frontières de chaque sous-groupe et 4 seulement joignent un clan à l'autre. Fait encore plus marqué, sur 19 rejets perçus, 18 sont inter-sous-groupes. C'est-à-dire que pratiquement chaque enfant ne s'attend à être choisi que par un camarade faisant partie de son groupe informel et ne s'attend à être rejeté que par un camarade appartenant à l'autre sous-groupe informel.

Allo-empathie

Le répondant n'est plus directement en cause ; il désigne le premier choix et le premier rejet qu'il attribue à chaque membre du groupe (comme $n = 10$, il devine 9 choix et 9 rejets). La structure résultant de ces perceptions des choix d'autrui reproduit massivement le clivage du groupe. Les 45 choix attribués aux membres du S G I sont *tous* localisés à l'intérieur de ce sous-groupe et *aucun* des 45 rejets n'y figure. Le S G I est donc perçu comme une unité extrêmement soudée.

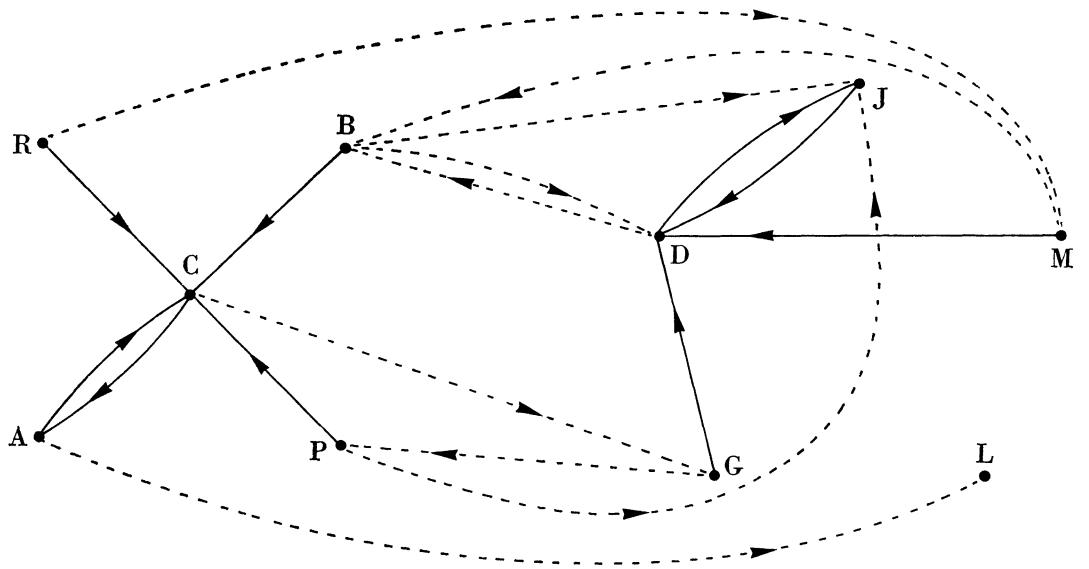


Fig. 20

Graphe typique des perceptions allo-empathiques (ici Lucien du S G I) [1]

Tous les *choix* sont intra-sous-groupes, tous les *rejets* inter-sous-groupes ; la structure des deux clans est pertinente.

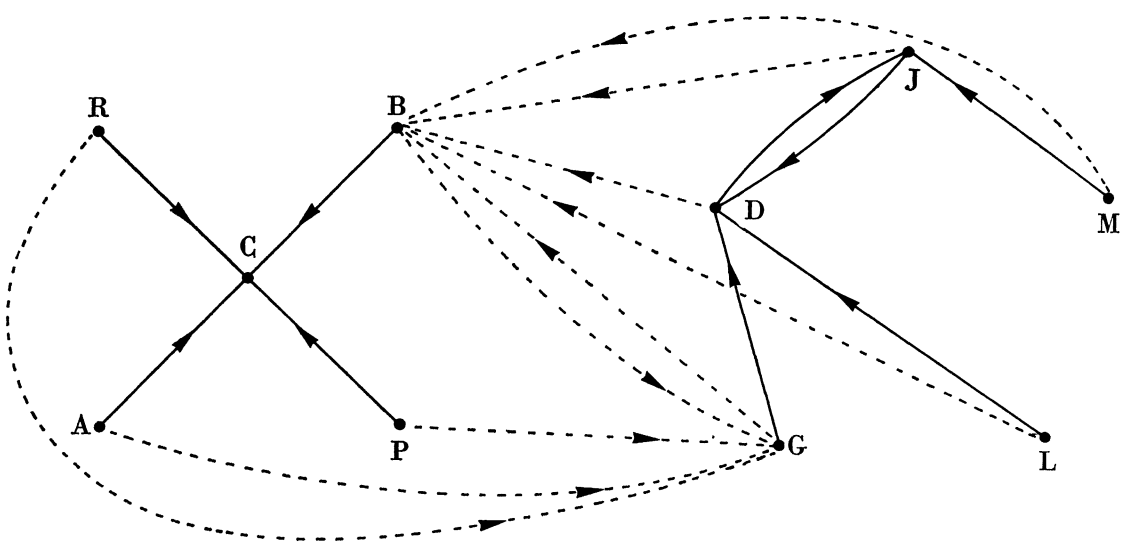


Fig. 21

Graphe des choix et rejets allo-empathiques de Carl

1. Dans les deux figures, un trait plein représente un choix, un trait discontinu un rejet.

Le graphe des rejets allo-empathiques de Carl (le sur-choisi du S G II) semble témoigner d'un phénomène de *bouc émissaire* caractéristique. Dans ce réseau, tous les rejets des membres du S G I se portent sur Bruno et tous les rejets des membres du S G II convergent vers Gérard. Ainsi, Carl polarise l'antagonisme majeur des deux clans sur un seul enfant de chaque clan. On peut penser que Carl en tant que membre le plus populaire de son groupe, et qui se ressent comme tel ainsi qu'en témoigne sans conteste le graphe ci-dessus, éprouve vivement l'échec de son propre sous-groupe. Peut-être alors en rend-il inconsciemment responsable les deux enfants à qui il attribue un rôle de bouc émissaire. Ainsi, sa responsabilité personnelle serait-elle dégagée ; il y a là comme une tentative inconsciente de se disculper. Ce phénomène de bouc émissaire se retrouve d'ailleurs au niveau du groupe ; il gravite alors autour de Bruno et de Pierre. Sur un total de 90 rejets allo-empathiques, Bruno en reçoit 25 (28%) et Pierre 16 (18 %).

Le S G II est appréhendé comme une unité cohésive (43 choix sur 45) avec cependant, quelques dissensions internes (12 rejets sur 45). Les rapports entre les deux clans sont perçus comme étant violemment antagonistes (entre les deux sous-groupes, on n'observe que 2 choix (2,2 %) et 78 rejets (87%)).

On peut représenter ces choix allo-empathiques sur un *graphe valué* dont chaque arc a pour valence le nombre total de fois qu'il a été perçu à titre de premier choix.

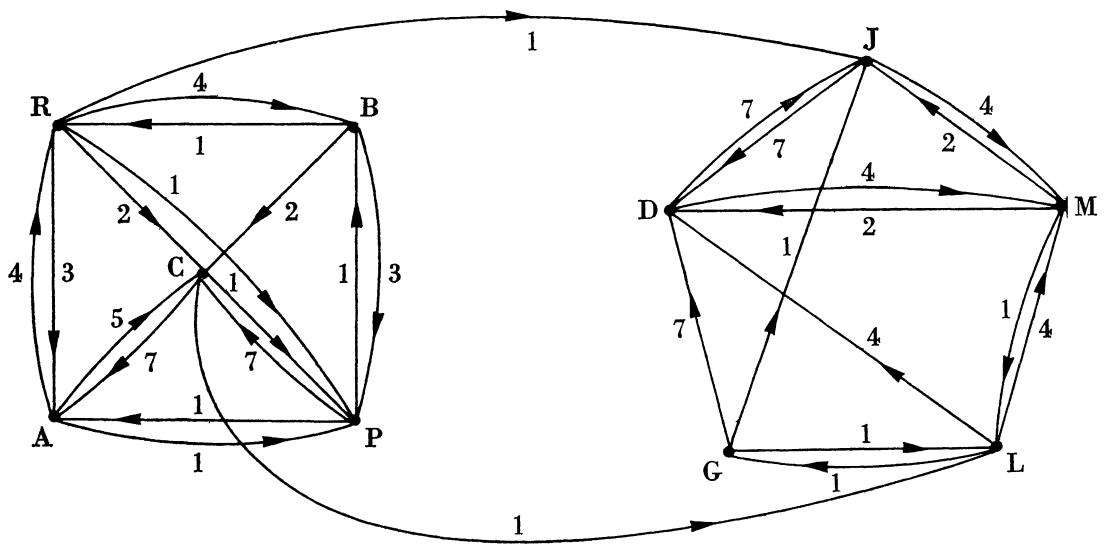


Fig. 22

Graphe valué des choix allo-empathiques du groupe des garçons

Socio-empathie

Chaque enfant désigne les trois camarades qui, à son avis, sont les plus populaires du groupe : Didier et Jean sont présents dans les dix réponses, Michel apparaît cinq fois et Carl seulement deux fois. Ce résultat est en un sens contradictoire avec les désignations allo-empathiques du graphe valué où Carl avec 16 choix est en seconde position derrière Didier (22 choix). Il semblerait que lorsqu'un enfant évalue le« sentiment d'un groupe » vis-à-vis d'un sujet, alors la dimension de dominance et de pouvoir tende à supplanter la dimension affective : le glissement d'un critère à l'autre semble ici assez net.

L'ensemble des résultats couvrant les attitudes empathiques est particulièrement compatible avec l'hypothèse concernant les sous-groupes d'appartenance. Il n'est certainement pas excessif de dire que chaque adolescent développe une véritable *conscience de sous-groupe*. Et *chacun perçoit l'autre comme*

porteur de cette conscience de clan. La majorité des présomptions de choix et de rejets est en effet étroitement calquée sur la perception globale de deux sous-groupes violemment antagonistes dont l'un posséderait une cohésion sérieuse mais cependant altérée et l'autre une cohésion de granit.

Les erreurs empathiques elles-mêmes sont signifiantes. Pour les choix, la lucidité empathique des adolescents est remarquable : 95% des attentes sont confirmées, et 80% d'entre elles correspondent soit à des premiers choix, soit à des deuxièmes choix effectifs. Quant aux rejets, les prévisions sont truffées d'erreurs : plus de 60% des anticipations de rejets ne sont pas vérifiées dans la réalité. Il s'avère beaucoup plus difficile de prédire les rejets que les choix. Mais ce qui est flagrant en ce qui concerne notre propos, c'est que les prévisions empathiques erronées, positives et négatives, accentuent encore le clivage déjà constaté : le repliement dans « l'in group » et l'agressivité envers « l'out group ». On peut dire que tous les choix allo-empathiques erronés tendent à assurer la *fermeture transitive et symétrique* de la relation affective au sein de chaque sous-groupe. Chaque clan tend à être perçu en ce qui concerne les choix comme une clique au sens fort. Quant aux rejets faussement supposés, ce sont essentiellement les rejets opposant les deux coteries.

De nombreuses prévisions sont donc des erreurs si on les considère ponctuellement, mais si on observe leur structure d'ensemble, ces erreurs empathiques s'organisent selon le schéma réel du groupe : elles renforcent le clivage du groupe en se calquant sur un modèle d'opposition de deux sous-groupes très cohésifs dont l'un est prééminent.

		Intra-S. G. I	Intra-S G II	Inter-Sous-groupe	Total
Auto-empathie	Choix	17	13	4	34
	Rejets	/	1	18	19
Allo-empathie	Choix	45	43	2	90
	Rejets	/	12	78	90
Socio-empathie		*D* ⟩ *J* ⟩ M ⟩ G ⟩ L	*D* ⟩ *J* ⟩ M ⟩ C		

Réponses empathiques des garçons dépouillées selon les sous-groupes

Les résultats du groupe des douze adolescentes sont tout à fait convergents avec ceux-ci. Les estimations empathiques des filles reflètent avec outrance la réalité des attirances intra-clans et des hostilités inter-cliques.

Ce qui ressort de l'ensemble de ces résultats, c'est que les préférences des enfants sont perçues par chacun en fonction de groupes informels d'appartenance, groupes qui sont précisément ceux qu'ont décelés déjà les configurations sociométriques. Chacun se perçoit et perçoit les autres choisissant dans un réseau précis de rapports intra-sous-groupes chaleureux et inter-sous-groupes antagonistes. *Les processus empathiques épousent les relations de clans.* Il semble bien que le sentiment intime que chaque adolescent se forge des autres est *sous l'étroite dépendance des phénomènes de groupe.*

Ainsi, la dynamique sociométrique semble influencer de façon considérable le sentiment que chaque enfant porte sur tous ses camarades, ceux-ci semblant perçus avant tout comme les éléments d'une structure, par exemple comme les membres d'une clique.

Cette interprétation s'accorde avec l'hypothèse déjà avancée : le jugement de préférence, *la rationalité individuelle et collective est profondément influencée par la dynamique des groupes et sous-groupes en présence.*

VII. L'EXIGENCE DE CONDORCET ET LA CONDITION DE BLACK

Le marquis de Condorcet a mis en évidence le paradoxe des préférences de l'homme choisissant. Sa découverte et sa procédure d'agrégation des votes ont permis d'explorer les comportements de choix des jeunes adolescents de notre expérience. Mais il semble que l'interprétation que nous pouvons donner aujourd'hui du « paradoxe électoral » soit quelque peu différente de celle que proposait le découvreur du phénomène.

« On ne peut en général éviter l'inconvénient de ces décisions qu'on peut appeler équivoques [...] sinon en ne confiant l'élection qu'à des hommes très éclairés... », écrit Condorcet dans *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix* (1785). Il est clair que ces « décisions équivoques » apparaissent à l'auteur comme un petit scandale logique. Il cède d'ailleurs à la tentation normative en les taxant de « mauvais choix » ; incontestablement, il les frappe de discrédit. Pour éviter ces incohérences, en premier lieu, il propose, comme nous venons de le lire, de ne confier le droit de choix qu'à des *votants* « très éclairés » : première précaution, premier tri. En second lieu, il suggère de ne retenir que des *candidats* sélectionnés en vue d'éviter tout atermoiement : seconde précaution, second tri ; ainsi, préconise-t-il, « lorsqu'il est impossible d'avoir des votants assez éclairés, il ne faut admettre au nombre des candidats que des hommes dont la capacité soit assez certaine pour mettre à l'abri des inconvénients d'un mauvais choix » [12].

Il n'y aurait plus « mauvais choix » s'il y avait des votants « très éclairés » et des candidats à la « capacité certaine ». Est-il possible de donner un contenu opératoire mathématique au double postulat de Condorcet ?

Un modèle mathématique récent paraît assez bien correspondre à la conception de Condorcet : c'est le modèle de Duncan Black (1948). Celui-ci propose de déterminer les préférences à partir d'*un ordre de base choisi a priori* et en adoptant une ordination de type linéaire. L'ensemble des avis « autorisés » constitue alors une structure d'ordre partiel, un treillis qui interdit de nombreuses opinions et qui exclut, de ce fait, toute possibilité d'Effet Condorcet.

Soit par exemple 6 candidats dont l'ordre de Black latent serait le rangement alphabétique : A, B, C, D, E, F. Soit C le candidat préféré par un votant. Les candidats suivants seront alors obligatoirement rangés par ce votant selon leur proximité relative vis-à-vis de C dans l'ordre sous-jacent : les deux ordinations C, B, A et C, D, E, F seront donc toujours respectées. Les différents rangements réalisables seront dus à toutes les interpolations possibles entre ces deux groupes de candidats dont l'ordre interne qui se déploie de part et d'autre de C sera toujours reproduit. Ainsi, par exemple, les ordinations C, B, D, A, E, F ou C, D, E, B, A, F ou encore C, D, B, E, F, A sont des ordres Blackiens vis-à-vis du classement alphabétique.

Pour n candidats, un treillis de Black accueille 2^{n-1} hiérarchies, contre n ! hiérarchies dans le cas dénué de restriction. Dans nos situations à six candidats, le champ des possibles passe de $6 ! = 720$ à $2^5 = 32$ échelles, ce qui élimine 96% des cas réalisables. La disparition du paradoxe électoral n'est pas sans contre-partie !

La procédure de Black revient à imposer une unique dimension de choix. Les deux recommandations de Condorcet semblent bien s'accorder à ce modèle :

(1) Ainsi, *les candidats* « dont la capacité est assez certaine pour mettre à l'abri d'un mauvais choix » seraient un ensemble de personnes objectivement ordonnables sur une échelle Blackienne. On

peut préférer en premier tel ou tel, on peut adopter de nombreuses suites fort variées, mais les candidats restent tous « comparables » et comparés en regard d'*un ordre de base bien défini, objectif.*

Ainsi que le souhaitait Condorcet, Black impose une dimension unique correspondant à une « capacité » à être préféré qui, à condition d'être respectée, permettrait aux candidats d'être à coup sûr, mis en ordre rationnellement.

(2) Les *votants* « très éclairés » seraient les personnes capables de déceler la dimension logique de préférence selon laquelle s'ordonnent les candidats. Les votants doivent être suffisamment pénétrés de *raison* pour pouvoir se conformer à l'exigence rationnelle contenue dans l'ordination implicite des éligibles. Ils doivent être capables de décoder la situation selon *la seule dimension pertinente ;* leurs préférences subjectives doivent se calquer sur l'ordre objectif sous-jacent.

La composition d'ordres Blackiens indexés au même ordre-étalon redonne toujours un ordre Blackien ; la composition des hiérarchies individuelles exclut donc, ainsi que le désirait Condorcet, les « décisions équivoques », c'est-à-dire les intransitivités. C'est bien ce que précise G. Th. Guilbaud en soulignant que la procédure de Black entraîne « l'absence d'Effet Condorcet : si les diverses opinions individuelles respectent au sens indiqué, un ordre objectif, la loi de composition majoritaire conduit à une opinion de même forme » [1].

Le modèle de Black qui s'articule sur un ordre sous-jacent *unidimensionnel* semble donc bien répondre à la double exigence de « raison » émise par Condorcet.

Si nous plongeons ce modèle dans la réalité de nos résultats d'expérience, qu'en devient-il ?

On peut interpréter une échelle individuelle exempte d'Effet Condorcet comme un ordre Blackien. Mais le vrai problème de la condition de Black se pose évidemment *sur le plan collectif.* Ces échelles individuelles Blackiennes isolément, restent-elles Blackiennes collectivement ? Et surtout, peut-on mettre en évidence *l'ordre sous-jacent* auquel se conformerait chaque ordination ?

A titre d'hypothèse, adoptons comme *ordre de base* l'ordre majoritaire du sous-groupe I (exempt d'E C) et comparons-le à toutes les échelles individuelles, elles aussi exemptes d'E C. Cet ordre majoritaire est-il en fait l'ordre de Black du sous-groupe ?

Le tableau suivant reproduit les dix échelles intérieures du S G I et permet de comparer chacune d'elle à l'ordre majoritaire de ce S G I choisi par hypothèse comme la structure latente Blackienne.

Les résultats sont frappants : sur dix échelles, sept sont Blackiennes et les trois restantes ne présentent qu'une seule interversion localisée sur deux candidats contigus, ce qui est le cas de discordance le plus anodin possible. Et qui plus est, sur ces sept ordres, cinq sont l'exacte réplique de l'échelle de base. Bien plus, on constate que si, pour le critère leadership, on adopte une échelle de base légèrement différente : D J M G L C (ordre donné par Gérard), les cinq échelles deviennent alors *toutes* intégralement Blackiennes ; on obtient ainsi un total de huit échelles de Black.

Ce sous-groupe tend donc nettement à adopter *une rationalité Blackienne.* Il peut être intéressant de comparer les résultats obtenus en explorant ce sous-groupe avec plusieurs indicateurs :

— *L'exigence d'unanimité* des « avis » selon l'impératif de Pareto qui est certainement le plus draconien.

— *La condition de Black :* qui n'admet qu'un nombre limité d'opinions.

— *L'exigence de transitivité de Condorcet* qui semble la plus large des trois tout en étant elle-même très restrictive.

— *Le critère de cohésion affective :* dans la perspective de Moreno.

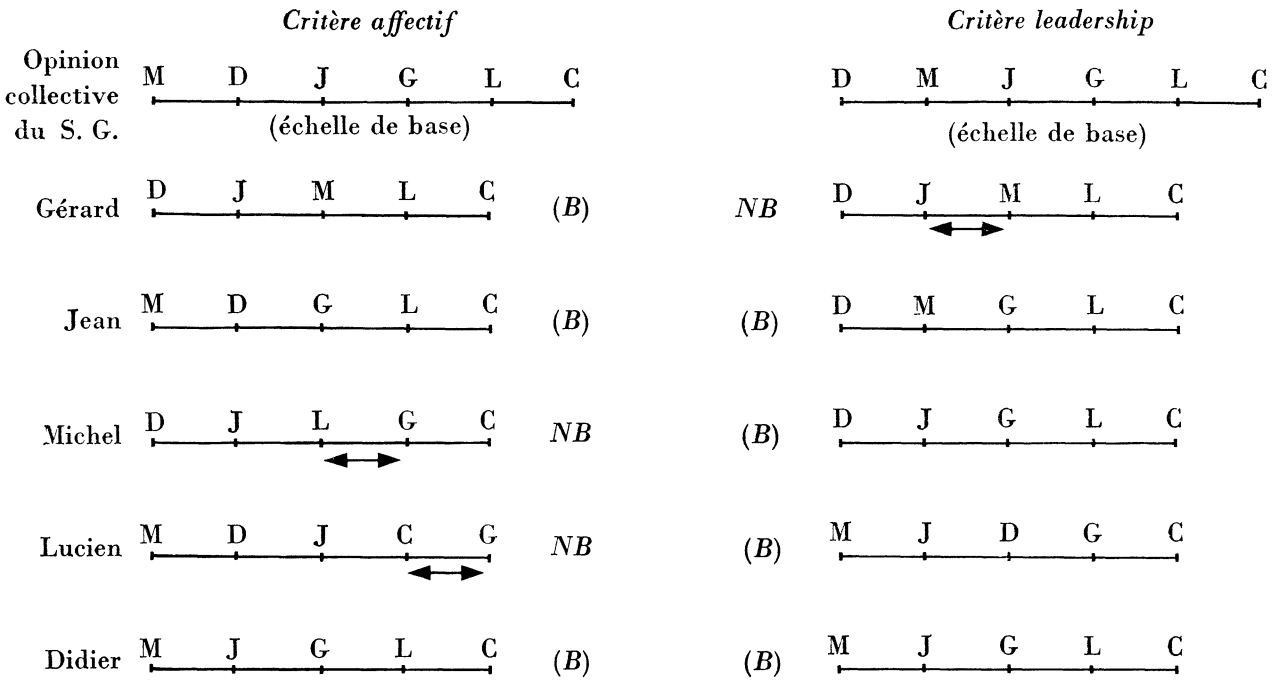


Tableau des échelles Blackiennes du S G I (garçons)

(B) : ordre Blackien.
NB : ordre non Blackien (dans les trois cas : seulement une interversion).

	Résultats selon les deux critères (affectif et leadership)	
	Préférences individuelles	Préférences collectives
Impératif de *Pareto* (règle d'unanimité)	/	23 préférences unanimes (sur 30) 4 ordres totaux de 4 candidats Un inf-demi-treillis
Condition de *Black* (ordre latent unidimensionnel)	Toutes Blackiennes	8 ordres Blackiens (sur 10) (2 ordres à discordance minimum)
Exigence de *Condorcet* (respect de la transitivité)	Toutes transitives	Toutes transitives
Perspective de *Moreno* (présence de cohésion)	/	Cohésion exceptionnelle (quasi-clique ; $\gamma = 0{,}9$)

Résultats du sous-groupe I des garçons en fonction de trois contraintes logiques et d'un critère affectif

Ces résultats sont assez remarquables dans leur respect de la « raison ». Il était très tentant de les mettre en rapport avec la dynamique sociométrique qui révèle que ces cinq garçons constituent précisément une quasi-clique *à très forte cohésion affective* (neuf choix réciproques sur dix possibles). Black au secours de Moreno ? La rationalité individuelle et collective dépend-elle de la cohésion affective ?

A titre de contre-épreuve, observons les cliques moins cohésives : la cohésion Blackienne se retrouve-t-elle ?

Une constatation immédiate s'impose : dans aucun autre groupe, on ne détecte un accord aussi prononcé autour d'un ordre Blackien de base. Il est donc bien vrai dans notre cas, qu'à la plus *forte cohésion* corresponde la plus *grande cohérence* individuelle et collective.

Si nous analysons les échelles plus en détail, nous retrouvons des résultats qui convergent avec ceux obtenus par les autres approches (intransitivités, corrélation entre les critères, préférences de Pareto...). Ainsi, le S G II (G) présente plus d'ordres Blackiens quand il classe les filles (trois cas) que lorsqu'il classe les garçons du 1er S G (un cas) ; le S G I des filles émet cinq ordres Blackiens (sur 14) quand il ordonne les garçons (ce score relativement élevé correspond précisément à une absence totale d'Effet Condorcet). Nous avons ainsi confirmation que dans les sous-groupes, l'absence d'Effet Condorcet n'est pas dûe à une agrégation complaisante des préférences, mais bien à une réelle cohérence sous-jacente.

Il est à remarquer que le S G I (G) ne possède plus sa belle ordonnance Blackienne quand les opinions portent sur les jeunes filles : dans ce cas, on ne relève plus que deux échelles de Black, par rapport à l'échelle du sous-groupe. Ainsi les choix des garçons semblent légèrement échapper à l'emprise collective quand ils portent sur les jeunes filles. Dans ce cas, les préférences de ces garçons sont encore empreintes du sceau du groupe (pas d'E C, deux ordres Blackiens...) ; cependant la belle rigueur Blackienne se relâche ; pour ce type de choix le groupe pèse un peu moins, il y a place pour des opinions relativement plus personnelles. Les normes, les catégories du groupe semblent donc plus ou moins prégnantes selon *la nature* de la décision.

Comment se forge ce système de normes, comment s'impose un ordre de Black ? Nous ne possédons pas les éléments qui permettraient de répondre à cette question très complexe, mais à son sujet nous pouvons établir un constat : si on considère les sujets qui possèdent le plus d'ordres Blackiens (au moins deux sur quatre), on constate que tous sont les *sur-choisis* des différents sous-groupes (Didier, Jean, Michel, Carl, Muriel). Les préférés, les leaders sont-ils ceux qui sont les plus clairvoyants dans les choix du groupe ? ou sont-ils ceux qui savent imposer aux autres leurs propres décisions ? Sans doute y a-t-il intervention simultanée de ces deux ordres de fait. Cette expérience ne fournit pas de réponse indiscutable à cette question, mais en tout cas, elle montre l'existence d'un *parallélisme frappant* entre la préférence des *leaders* et les préférences *majoritaires*.

VIII. RÉSUMÉ DES CAS D'EFFETS CONDORCET

Ainsi, toutes les approches que nous avons utilisées *favorisent la plausibilité de notre hypothèse.*

Les *incohérences* et *contradictions* qui apparaissent au niveau des groupes ne sont pas la manifestation de phénomènes aléatoires et irrationnels. Ils correspondent au contraire à des phénomènes psychosociaux sous-jacents particulièrement cohérents. Les sous-groupes étant antagonistes, plus ils affirment leur *cohésion sous-groupale*, plus ils accusent *l'incohérence groupale.*

Une des clefs de ces incohérences est à rechercher *dans l'existence de sous-groupes*, de cliques qui déterminent les clivages des préférences.

Chaque micro-groupe se structure à partir d'un *consensus affectif* lié aussi au leadership, mais de façon variable. Une pression de conformité diffuse joue certainement aussi au sein de chaque clique. La présence d'E C est donc un indice, mais c'est un indice qu'il convient de confronter avec d'autres indicateurs.

— *S'il n'y a pas d'Effet Condorcet :*

— *Il peut y avoir une bonne cohérence* groupale (avec quelques opinions individuelles identiques à l'opinion collective par exemple) ; en tout cas, une distance inter-opinions réduite. Il y a alors une forte chance de cohésion.

— *Il peut ne pas y avoir de cohérence* sous-jacente : deux ou plusieurs antagonismes peuvent s'équilibrer et se masquer par le jeu de la composition des avis. Il peut aussi y avoir éparpillement des préférences.

Dans ce cas, un calcul des désaccords entre les échelles sera révélateur des conflits larvés.

— *S'il y a Effet Condorcet :* il n'y a pas de cohésion groupale.

— Il peut y avoir *éparpillement* des opinions individuelles.

— Il peut y avoir aussi composition d'opinions de deux ou plusieurs sous-groupes cohésifs, mais opposés.

L'intransitivité au niveau collectif n'est donc *pas synonyme d'irrationalité.* Elle fait office de *révélateur* qui incite à explorer la cohésion du groupe par de multiples approches complémentaires.

IX. CONCLUSION GÉNÉRALE : DÉCISION RATIONNELLE ET DYNAMIQUE SOCIOMÉTRIQUE

Nous avons souligné les limites de l'influence de la cohésion d'un groupe en insistant sur les déterminants du contexte : pression d'autres groupes ou sous-groupes, normes et contraintes culturelles de l'environnement. Il n'en reste pas moins que les résultats montrent que la cohésion affective joue un rôle majeur dans les décisions qui concernent l'existence même du groupe, sa survie comme tel ; elle se traduit par *l'adoption d'une raison commune.* Il y a production d'un « effet de groupe », création d'une *rationalité partagée.* Les membres de nos sous-groupes qui choisissent collectivement de façon cohérente apparaissent selon le mot de Condorcet comme « très éclairés » : ils sont implicitement en accord sur des normes vécues et agies par toute leur micro-communauté.

Pour les besoins de l'analyse et par nécessité méthodologique, nous avons soigneusement distingué les préférences individuelles des préférences collectives. Cependant, il s'est avéré que toutes les approches confirmaient dans les faits que ces deux types d'ordination étaient en étroite relation, sans que nous puissions préciser d'ailleurs où se situaient la cause et l'effet. Ce qui frappe en tout cas, c'est *l'interdépendance du fait individuel et du fait collectif.*

La cohérence des préférences d'un individu est dépendante des influences intra-groupales et inter-groupales. La capacité de non-contradiction semble particulièrement liée aux groupes d'appartenance et de référence. Les opinions individuelles apparaissent ainsi comme des phénomènes de nature collective. En un mot, *la dynamique des choix individuels procède d'une dynamique de groupes.*

Quant aux critères des décisions, leurs interférences se sont manifestées à profusion lors de chaque constat des matériaux recueillis. Et ces chevauchements de critères et sous-critères sont à l'origine de nombreux Effets Condorcet. Il n'y a contradiction qu'au regard d'une rationalité rigide et d'un seul tenant ; le paradoxe s'évanouit si l'on adopte une rationalité accordée à la dynamique affective de l'individu, des sous-groupes et des groupes. Dans ce cas, comme l'a montré la décomposition des graphes, la logique se déploie dans un champ de préférences multidimensionnel. Le résultat majeur, c'est que *l'Effet Condorcet apparaît comme profondément lié* à l'apparition de *sous-dimensions* elles-mêmes reliées à *la dynamique sociométrique.*

Il semble donc avéré, ainsi que le pensait Condorcet, que dans certaines situations les sujets choisissent selon un ordre Blackien sous-jacent. Mais il semble aussi et cela malgré l'opinion de Condorcet, que l'adoption d'une telle « logique » de choix ne corresponde pas au progrès d'une faculté « raison ». Tous nos résultats vont dans le même sens : il semblerait que cette rationalité soit due au développement d'une cohésion de nature affective : motivation, aspirations, attitudes communes, normes, valeurs et stéréotypes partagés, climat de groupe. *Cohérence et cohésion sont fortement imbriquées.*

Cependant, il convient de préciser qu'il s'agit ici surtout d'une cohérence interne, d'une cohérence de chapelle. Ainsi deux cohérences internes de sous-groupes se sont fréquemment révélées discordantes l'une par rapport à l'autre, ce qui ne laisse pas d'être irrationnel. Des ordres Blackiens, apparemment fortement rationnels peuvent à l'extrême correspondre à des choix aberrants (groupes fortement structurés, mais déviants, pathologiques, fanatiques). Un groupe très cohésif tend à rendre ses membres « très éclairés » mais la contradiction demeure, car chaque groupe peut choisir d'être éclairé par sa propre lanterne.

Nous pouvons maintenant définir une position générale face à la conception de Condorcet.

Quel est le postulat sous-jacent du « paradoxe électoral » ? Que faut-il entendre par votant et candidat« très éclairés » ? Il semble bien que pour Condorcet, être éclairé, c'est être guidé par la« raison ». Avec son siècle, cet auteur croit en la toute puissance de la raison. Il n'hésite pas à écrire par exemple au sujet des décisions :« les progrès de la raison contribueront bien plus au bien des peuples que la forme des institutions politiques » [10]. Ce qui ne semble pas conforme à cette raison est donc d'emblée suspect et condamnable.

Peut-on suivre aujourd'hui, Condorcet dans cette voie exclusive ? Il semble bien que non. Toutes les données actuelles montrent que la croyance en une faculté telle la raison est une donnée caduque ; l'homme se manifeste au cours de comportements dont certains déterminants sont de nature rationnelle, mais d'autres, de nature affective et relationnelle. Les données logiques sont de grande importance mais il faut les reconsidérer dans le cadre de l'homme agissant qui donne un sens à sa conduite.

Une loi logico-mathématique aussi importante que la transitivité peut être transgressée sous l'influence de phénomènes affectifs et relationnels. Les opérations cognitives ne se déroulent donc pas inéluctablement de façon autonome par le seul déploiement d'une exigence interne. Des déterminants affectifs et groupaux peuvent dans certains cas investir les structures cognitives, transformer leur modèle opératoire et finalement faire surgir un nouveau sens.

Ceci permet de revenir à l'objectif de fond de cette étude : l'approche expérimentale et mathématique peut-elle être utile à la pratique pédagogique sur le terrain ?

Il est clair que nous répondrons par l'affirmative. Et c'est peut-être là un second paradoxe de l'Effet Condorcet : la mise en évidence de phénomènes logiques contrôlés et quantifiés permet de dépasser le constat du chiffre pour renvoyer à un sens. Et ce sens, cette interprétation qui ne se réduit pas à la mesure mais qui est validée par elle, peut devenir un outil de transformation des situations, bref un outil pédagogique. Loin de nier la signification et l'humain, l'approche mathématique permet de les mieux retrouver et en dernier ressort, de les privilégier.

En bref, les opinions tant individuelles que collectives sont justiciables du même type d'interprétation : il y a E C par interférences de plusieurs dimensions de choix sous-tendues par des attitudes spécifiques. En décomposant le graphe des choix, *on restitue la transitivité.* Dans le cas de l'opinion individuelle, on décompose le graphe en sous-graphes transitifs qui renvoient chacun à un critère différencié. Dans le cas de l'opinion collective, on décompose le multigraphe — union de tous les graphes individuels — en autant de multi-graphes qu'il y a de sous-groupes cohésifs. Ce qui joue le rôle du

« critère », de la « dimension », c'est ici chaque sous-groupe doué de cohésion (pouvant se réduire à une seule unité). D'une part, décomposition verticale, de l'autre décomposition horizontale. Le « problème logique de l'agrégation », pour reprendre un titre de G. Th. Guilbaud, devient le « problème affectif de la désagrégation ».

La tentative d'élucidation de certains cas d'intransitivité qui a fait l'objet de cette étude, oblige à un va et vient incessant entre l'analyse mathématique et l'analyse psycho-sociale. Les mathématiciens eux-mêmes l'affirment fortement. Ainsi G. Th. Guilbaud présente l'opinion collective comme un « test du degré d'unification du corps électoral » tout en soulignant l'importance des « solidarités inter-individuelles » et des « communautés de vue » pour éviter la surgie d'E C. De même Marc Barbut établit explicitement *l'interdépendance des analyses mathématique et sociale :* « on voit comment la théorie mathématique de la décision collective, écrit-il [11], abandonnant les termes très généraux dans lesquels Condorcet posait le problème, va déboucher dans l'analyse de sociétés sur lesquelles on aura fait des hypothèses beaucoup plus restrictives quant à la finalité de ses membres, les rapports de lutte ou de coopération qui s'établissent entre eux, les moyens dont ils disposent pour imposer leurs vues ».

Le cadre limité dans lequel nous nous sommes placés est à mi-chemin entre une psychologie et une sociologie des opinions. La dynamique des groupes, en tant que relais original de la société globale et en tant que lieu d'influence auprès de l'opinion de chaque individu, a révélé l'impact décisif sinon décisoire des facteurs affectifs de cohésion et d'opposition.

Nos résultats révèlent combien la rationalité des enfants peut être différente de la rationalité institutionnalisée et formelle des adultes. Le Questionnaire Sociométrique et les Comparaisons par Paires ont dévoilé une forte structuration des groupes en cliques informelles et ils ont montré la sourde prégnance de la micro-culture de ces sous-groupes. Les éducateurs responsables de ces pré-adolescents à qui avait été demandé en fin de séjour de deviner les réponses des enfants et leur structure relationnelle, ont commis d'ailleurs de nombreuses erreurs. En effet, les incohérences foisonnent pour qui ne possède pas la clef. Et la clef de la rationalité des pré-adolescents, *la clef des Effets Condorcet est à trouver pour une grande part dans la dynamique sociométrique des groupes en situation.*

La réalisation graphique est due à J. Leconte.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Guilbaud G. Th., *Eléments de la théorie mathématique des jeux*, Paris, Dunod, 1968, 143 p.

[2] Fouilhe P., "Les méthodes de comparaisons par paires : Une application aux hiérarchies de prestige", *Bulletin de psychologie*, nos 7-8, 1955, pp. 407-416.

[3] Berge C., *La théorie des graphes et ses applications*, Paris, Dunod, 1967, 2e éd., 267 p.

[4] Kreweras G., "Les décisions collectives", *Math. Sci. hum.*, no 2, 1963, pp. 25-35.

[5] Guilbaud G. Th., et Rosenstiehl, P., "Analyse algébrique d'un scrutin", *Math. Sci. hum.*, no 4, 1963, pp. 9-33 et *Cahiers Mathématiques III*, Paris, Mouton-Gauthier-Villars, 1969.

[6] Flament C., "Analyse pluridimensionnelle des structures hiérarchiques intransitives", *Bulletin du CERP*, nos 2-3, 1958, pp. 171-179.

[7] Barbut M., "Note sur les ordres totaux à distance minimum d'une relation binaire donnée", *Math. Sci. hum.*, no 17, 1966, pp. 47-48.

[8] Condorcet, *Essai sur la constitution et les fonctions des assemblées provinciales*, Œuvres de Condorcet, Paris, Arago, 1847, t. VIII, p. 193.

[9] FLAMENT C., *Théorie des graphes et structures sociales*, Paris, Gauthier-Villars, 1965, 166 p.

[10] DAVAL R., *Traité de psychologie sociale*, Paris, Presses Universitaires de France, t. I, 1963, 530 p.; t. II, 1964, 497 p.

[11] MAUCORPS P. H., et BASSOUL R., *Empathies et connaissances d'autrui*, Paris, CNRS, 1960, 93 p.

[12] CONDORCET, *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, 1785.

[13] BARBUT M., "Quelques aspects mathématiques de la décision rationnelle", *Les temps modernes*, n° 164, 1959, pp. 725-745.

[14] HARARY F., NORMAN R. Z., et CARTWRIGHT, *Introduction à la théorie des graphes orientés*, Paris Dunod, 1968, 437 p.

[15] BARBUT M., et MONJARDET B., *Ordre et classification : Algèbre et combinatoire*, Paris, Hachette, 1970, t. I, 176 p., t. II, 173 p.

[16] BERGE C., et GHOUILA-HOURI A., *Programmes, jeux et réseaux de transports*, Paris, Dunod, 1962, 254 p.

[17] *Graphes et hypergraphes*, Paris, Dunod, 1970, 502 p.

[18] ROY B., *Algèbre moderne et théorie des graphes*, Paris, Dunod, t. I, 1969, 502 p. ; t. II, 1970, 753 p.

[19] MONJARDET B., "Probabilité de l'Effet Condorcet : Note bibliographique", *Math. Sci. hum.*, n° 23, 1968, pp. 51-54.

[20] JACQUET-LAGRÈZE E., "Analyse d'opinions valuées et graphes de préférence", *Math. Sci. hum.*, n° 33, 1971, pp. 33-55.